

Compressed Spectrum Sensing for Cognitive Radio in Time and Space

Masterarbeit

vorgelegt von

Edgar Beck

Bremen, 12. Mai 2017

Compressed Spectrum Sensing for Cognitive Radio in Time and Space



Fachbereich Physik/Elektrotechnik (FB 1)
Arbeitsbereich Nachrichtentechnik
Postfach 33 04 40
D-28334 Bremen

Betreuer: Dr.-Ing. Carsten Bockelmann
Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. Armin Dekorsy
Zweitgutachter: Dr.-Ing. Carsten Bockelmann

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine
anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Bremen, 12. Mai 2017

.....

Urheberrechtliche Erklärung

Erklärung gem. § 10 (10) Allgemeiner Teil der MPO vom 27.10.2010

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe angefertigt habe und keine anderen als die von mir angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Veröffentlichungen entnommen sind, habe ich unter Angabe der Quellen als solche kenntlich gemacht.

Die Masterarbeit darf nach Abgabe nicht mehr verändert werden.

Bremen, 12. Mai 2017

.....

Erklärung zur Veröffentlichung von Abschlussarbeiten

- ⊗ Ich bin damit einverstanden, dass meine Abschlussarbeit im Universitätsarchiv für wissenschaftliche Zwecke von Dritten eingesehen werden darf.
- ⊙ Ich bin damit einverstanden, dass meine Abschlussarbeit nach 30 Jahren (gem. §7 Abs. 2 BremArchivG) im Universitätsarchiv für wissenschaftliche Zwecke von Dritten eingesehen werden darf.
- ⊙ Ich bin nicht damit einverstanden, dass meine Abschlussarbeit im Universitätsarchiv für wissenschaftliche Zwecke von Dritten eingesehen werden darf.

Bremen, 12. Mai 2017

.....
(Edgar Beck, 2695797)

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Theoretische Grundlagen	4
2.1. Signalmodell	5
2.2. Compressed Spectrum Sensing	6
2.3. Power Spectrum Sensing	8
2.3.1. Herleitung	8
2.3.2. Rekonstruktion und minimale Abtastrate	9
2.4. Wavelet Edge Detector	10
2.4.1. Wavelet-Transformation	11
2.4.2. Kantenrekonstruktion und Cosparsity	12
2.4.3. Schwellwert	13
2.5. Energy Detector	14
2.5.1. Energy Detector in der Spektralschätzung	15
2.5.2. Energy Detector und CS	16
2.6. Aufbau des Spektralschätzers	17
3. Erweiterungen der Grundlagen	20
3.1. Modifizierte Simulationsergebnisse	20
3.1.1. Vergleich der Rekonstruktionsmethoden	20
3.1.2. Einfluss der Belegung	23
3.1.3. Einfluss der Auflösung	23
3.1.4. Einfluss der Autokorrelationsapproximation	24
3.1.5. l_1 -Optimierung	25
3.2. Analyse der Kohärenz der Abtastmatrizen	26
3.2.1. Kohärenz des Kronecker-Produkts	27
3.2.2. Einfluss der Kohärenz in der Spektralschätzung	30
3.3. Rauschen im Ansatz Power Spectrum Sensing	31
3.3.1. Rauschmodell	31
3.3.2. Schätzfehler der Autokorrelationsmatrix	32
3.3.3. Simulationen	36
3.4. Praktische Rekonstruktionsverfahren	39
3.5. Überprüfung des Signalmodells anhand des 2.4GHz-ISM-Bandes	40
3.5.1. WLAN	41
3.5.2. Bluetooth	44
3.5.3. Mustererkennung im Spektrum	45
3.5.4. Simulationen mit realen Signalen	45
3.6. Übertragungskanal im Ansatz Power Spectrum Sensing	47
3.6.1. Selective Fading	47
3.6.2. Fast Fading	49
3.6.3. MIMO - Spectrum Sensing	51
3.6.4. Simulationen	53

4. Erweiterung in die Zeitdimension	55
4.1. Cyclostationary Feature Detection	55
4.1.1. Definition	55
4.1.2. Modifikation des Standardmodells	57
4.1.3. Komplexität	60
4.2. 2D - Power Spectrum Sensing	61
4.2.1. Herleitung	61
4.2.2. Zeitmodell	64
4.2.3. Simulationsergebnisse	64
4.3. Dynamic Sensing und Sensing-Throughput Tradeoff	67
5. Erweiterung in die Raumdimension	69
5.1. Problemstellung	69
5.2. Cooperative Sensing	70
5.2.1. Übertragungsmodell	70
5.2.2. Kollaborative Spektrumsdetektion	72
5.2.3. Kollaborative Spektralrekonstruktion	74
5.2.4. Kollaborative Kantendetektion	75
5.2.5. Simulationen	76
5.3. Lokalisation	80
5.3.1. Linearer Ansatz	81
5.3.2. Nichtlineares Gleichungssystem	82
5.3.3. Maximum Likelihood Estimator	83
5.3.4. Compressed Sensing in Localization	85
5.3.5. Cramér-Rao-Ungleichung	86
5.3.6. Simulationen	87
6. Reale Implementierung	94
6.1. Hardware	94
6.1.1. Funktionsweise	94
6.1.2. Nichtidealitäten	96
6.2. Praktische Simulation	97
6.3. Demonstration: Wideband Sensing	99
6.3.1. Implementierung	99
6.3.2. Beispielhafte Messungen	100
7. Fazit	104
A. Simulationseinstellungen	108
A.1. Eingehende Daten und Testspektrum	108
A.2. Auswertung	108
A.3. Design- und Simulationsparameter	110
Abkürzungsverzeichnis	111
Symbolverzeichnis	112
Literaturverzeichnis	116

Kapitel 1.

Einleitung

Mit dem Aufkommen von Smartphones im Jahr 2007 änderte sich die Nutzung von Mobilfunkgeräten dramatisch: Neben der ursprünglichen Anwendung zur Sprachkommunikation war nun eine erleichterte Nutzung des Internets möglich, in dessen Folge auch Musik und Videos, welche hohe Anforderungen an die Datenrate stellen, überall zugriffsbereit wurden. Auch die Zahl der Smartphones hat sich seitdem stark erhöht. Im Gegensatz dazu steht die natürliche Begrenzung des Frequenzspektrums vor allem bei niedrigen Frequenzen, das als wertvolle Ressource gehandelt wird: So wurden im Jahr 2000 in Deutschland UMTS-Lizenzen im Wert von insgesamt 50 Mrd. Euro von den Mobilfunkunternehmen ersteigert. Diese weisen die Spektralbereiche relativ statisch lizenzierten Nutzern zu, die nicht unablässig aktiv sein müssen. Daraus resultiert eine Unternutzung des Spektrums bei gleichzeitig steigenden Datenrateanforderungen und Nutzerzahlen, welche durch Messungen gut belegt ist [ALLP12].

Um die Effizienz zu erhöhen und das Dilemma aufzulösen, wurde das Konzept des **Cognitive Radio** (CR) entwickelt. Hier wird Sekundärnutzern (engl. Secondary Users) gestattet, in lizenzierten Bändern zu senden und zu empfangen, in denen höher priorisierte Primärnutzer (engl. Primary User, PU) keine Übertragungen tätigen. Aus diesem Grund muss ein CR im ersten Schritt in der Lage sein die elektromagnetische Umgebung zu erfassen und Entscheidungen bezüglich der Belegung durch PUs zu treffen; es muss also kognitive Fähigkeiten aufweisen. Im zweiten Schritt müssen Transceiverparameter, wie die Trägerfrequenz, flexibel angepasst werden können, um Übertragungen über einen weiten Bandbreitebereich zu ermöglichen.

Als mit Abstand wichtigste Komponente von CR-Systemen stellt sich die **Spektralschätzung** heraus, weil mit dieser die Belegung nach Frequenzen erfasst werden kann. Diese kommt dem Sinnesorgan des Systems gleich, für das ein Design in der Vorarbeit [Bec16] und im Rahmen des Projekts **Kognitive Mediumszugangsalgorithmen für industrielle Funkanwendungen (KoMe)**, das unter anderem vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie gefördert wird, erarbeitet wurde. Hier soll ein begrenztes Funkspektrum zur Kommunikation von verschiedenen Maschinen und Sensoren, die sich in einer Industriehalle befinden, kollisionsfrei genutzt werden, womit als weitere Anwendungsfelder von CR-Systemen Industrie 4.0 und das Internet der Dinge genannt werden können.

Bei der Spektralschätzung ergeben sich große Herausforderungen: Es soll ein großer Bandbreitebereich auf Übertragungen hin untersucht werden, damit möglichst viele Übertragungsmöglichkeiten, welche die sogenannten White Spaces darstellen, entdeckt werden können und der Datendurchsatz steigt. Zugleich sollen nicht zu viele Komponenten eingebaut werden, die den Leistungsverbrauch erhöhen. Dadurch wird ein Analog-Digital-Wandler (engl. **Analog-to-Digital-Converter**, ADC) mit einer sehr hohen Abtastfrequenz, die oberhalb von 100 MHz liegen kann, erforderlich. Die mittlere notwendige Abtastrate und damit die hohen Anforderungen an den ADC können aber mithilfe von **Compressed Sensing** (CS) gesenkt werden, da das Frequenzspektrum unternutzt und daher dünn besetzt (engl. sparse) ist. Die hiermit verbundene Kompression führt jedoch zu einer Verringerung des Dynamikbereiches (engl. **Dynamic Range**, DNR), der in CR-Systemen möglichst hoch sein sollte, um mögliche Interferenzen zum Primärnutzer sofort zu erkennen.

In der Vorarbeit wurde zusätzlich ausgenutzt, dass die Spektralleistungsdichte einer Übertragung in

einem Band als stückweise konstant angesehen werden kann, und damit die resultierenden Kanten, deren Anzahl folglich noch geringer ist, eine noch höhere Kompression selbst bei voller Belegung des Spektrums ermöglichen. An die Rekonstruktion des Spektrums aus den unterabgetasteten Messungen bei groben Frequenzauflösungen, die eine schnelle Abtastung und Berechnungsdauer ermöglichen sollten, schließt sich im Design der Vorarbeit eine simple Mustererkennung an, um belegte Frequenzbänder zu erkennen. Erst werden mithilfe des **Wavelet Edge Detector** (WED) auf Basis der Kanten einzelne Bandbreitebereiche zugewiesen, die dann vom **Energy Detector** (ED) hinsichtlich ihres Inhaltes als belegt oder leer klassifiziert werden. Die theoretischen Grundlagen aus der Vorarbeit sind nochmals in Kapitel 2 zusammengefasst.

In dieser Arbeit soll das Design des Spektralschätzers um neue Aspekte ergänzt werden, die bisher noch nicht betrachtet wurden, und überprüft werden, ob ein Einsatz unter realen und herausfordernden Bedingungen möglich erscheint:

So werden in Kapitel 3 die Ergebnisse aus der Vorarbeit, die nicht auf eine hohe mögliche Kompression mithilfe der Kantenrekonstruktion hindeuten und das theoretisch vorhergesagte Verhalten nicht widerspiegeln, unter veränderten Rahmenbedingungen auf den Prüfstand gestellt. Weiterhin wird eine Analyse der Kohärenz der Abtastmatrizen vorgenommen, sodass die Frage beantwortet werden kann, ob Rekonstruktionsgarantien eingesetzt werden können, um WED und ED auch bei Unterabtastung optimal einzustellen. Auch das Rauschen bei Einsatz von Power Spectrum Sensing, das sich grundlegend von dem normalerweise betrachteten unterscheidet, wird hergeleitet, um eine Abschätzung des Residuums des Standardgleichungssystems zu ermöglichen. Dieses kann genauso wie die Änderung des Residuums für die Definierung eines praktischen Abbruchkriteriums, welches bis dato noch nicht vorlag, verwendet werden. Daraufhin wird das Signalmodell anhand des 2.4GHz-ISM-Bandes (**I**ndustrial, **S**cientific and **M**edical) überprüft und die Leistungsfähigkeit der Algorithmen bei Anwendung auf reale Signale erfasst. Als große Herausforderung der Spektralschätzung kann der Einfluss des Übertragungskanal eingeschätzt werden, der detailliert hergeleitet und in Simulationen überprüft wird, wobei die Idee des MIMO - Spectrum Sensing zur Lösung der hier auftretenden Probleme vorgeschlagen wird.

Dem letzten Teil des Namens dieser Arbeit wird gerecht, dass der Kanal aus der Ausbreitung der elektromagnetischen Strahlung in Raum und Zeit hervorgeht und zwei Kapitel diesen Dimensionen gewidmet sind:

Dementsprechend wird in Kapitel 4 von der Annahme stationärer Signale abgerückt und eine Änderung von Übertragungen in der Zeit betrachtet. Zyklstationäre Merkmale, die durch periodische Änderungen in der Signalmodulation bedingt sind, können zur Verbesserung der Detektionsraten im Vergleich zur Energy Detection genutzt werden, machen aber eine Modifikation des Standardmodells notwendig. Deswegen soll die Anwendbarkeit des populären Ansatzes der **Cyclostationary Feature Detection** (CFD) untersucht werden. Dadurch, dass Kanten in der Realität durch Anfang und Ende von Übertragungen natürlicherweise auch in der Zeitdimension auftreten, kann außerdem der neue Ansatz des 2D - Power Spectrum Sensing begründet und den stückweise-stationären Signalen Rechnung getragen werden. Das Potential zur nochmaligen Reduktion der Abtastrate wird mithilfe eines einfachen, aber realistischen Zeitmodells ermittelt. Auch Gedanken hinsichtlich der notwendigen bzw. erreichbaren Schnelligkeit und Effizienz der Spektralschätzung werden dargelegt.

Mit der Dimension Raum beschäftigt sich Kapitel 5: Es werden ausführlich durch die Umgebung auftretende Effekte, wie Selective Fading und Log-normal Shadow Fading, erläutert, um die Herausforderungen aufzuzeigen, die mithilfe von Cooperative Sensing bewältigt werden können. Hier kooperieren mehrere Nutzer miteinander, die sich in einem räumlich verteilten Netzwerk befinden, sodass räumliche Diversität nutzbar wird. Verschiedene neuartige Ansätze, die auf dem Standardmodell dieser Arbeit basieren, werden erprobt und in einem herausfordernden Übertragungsmodell auf ihre Anwendbarkeit hin überprüft. Da mit Cooperative Sensing Kommunikationskanäle umgesetzt werden, kann eine Nutzung dieser ebenfalls zum Zwecke einer Lokalisation und Schätzung der Sendeleistung

der Primärnutzer vor dem Hintergrund einer Breitbandabtastung (engl. Wideband Sensing) erfolgen. Verschiedene Algorithmen zur Realisierung werden beschrieben und in Simulationen bezüglich des Anwendungspotentials, auch im Zusammenspiel mit der Spektralschätzung, untersucht.

In Kapitel 6 ist die Umsetzung der Spektralschätzung in der Praxis mithilfe des Lyrtech-Hardware-Demonstrators beschrieben. Es werden Simulationen unter realem Hardware- und Kanaleinfluss vorgenommen, um die gemachten Annahmen in Bezug auf das Kanalmodell auf ihre Gültigkeit zu überprüfen. Damit eine generelle Aussage über die Möglichkeit der Anwendung des implementierten Designs zur Spektralschätzung ermöglicht wird, kommt auch eine selbst erstellte Emulation einer Breitbandabtastung zum Einsatz. Mit der Demonstration Wideband Sensing ist ein Test auf reale Signale des 2.4GHz-ISM-Bandes, und damit bei Berücksichtigung jeglicher Nichtidealitäten, möglich.

Zuletzt sind die zentralen Ergebnisse dieser Arbeit in einem Fazit (Kapitel 7) zusammengefasst.

Kapitel 2.

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die für das Verständnis der Spektralschätzung notwendigen theoretischen Grundlagen erläutert werden, die in den folgenden Kapiteln um neue Ansätze in Raum und Zeit erweitert werden. Es fasst die wichtigsten Punkte aus der Vorarbeit [Bec16] zusammen und ergänzt diese um einige neue Aspekte.

Für die Spektralschätzung können die Eigenschaften der Signale, die in Abschnitt 2.1 ausführlich beschrieben werden, genutzt werden, um Übertragungen zu detektieren. Das Design des verwendeten Spektralschätzers, welches in der Vorarbeit [Bec16] genutzt wurde, lässt sich in drei Teile gliedern:

1. Power Spectrum Sensing: Rekonstruktion der spektralen Leistungsdichte (siehe Abschnitt 2.3)
2. Wavelet Edge Detector: Bänder lokalisieren (siehe Abschnitt 2.4)
3. Energy Detector: Belegung der Bänder klassifizieren (siehe Abschnitt 2.5).

Zunächst wird die Spektralleistungsdichte, die stückweise-konstante Spektren beinhaltet, mithilfe des Ansatzes Power Spectrum Sensing aus [CE14] aus den vorliegenden Messungen der Übertragungen rekonstruiert, welcher sich grundlegend vom Standardvorgehen innerhalb der CS-Theorie (Abschnitt 2.2) unterscheidet. Verschiedene Algorithmen können auf die Messungen angewendet werden, die verschiedene Stärken und Schwächen aufweisen und unterschiedliches Wissen über die Signaleigenschaften ausnutzen. Diese werden in den nachfolgenden Abschnitten 2.3 und 2.4.2 eingeführt. Dann werden die Grenzen der einzelnen Übertragungsbänder im Frequenzspektrum mithilfe des Wavelet Edge Detectors ermittelt, was in Abschnitt 2.4 erläutert wird. Deren Inhalt wird auf Grundlage der vorhandenen Energie bezüglich einer möglichen Belegung klassifiziert. Der Energy Detector, dessen Funktionsweise in Abschnitt 2.5 dargelegt ist, unterscheidet zwischen einem Vorliegen von Rauschen oder einer Übertragung eines Primärnutzer, indem eine Schwellwertentscheidung vorgenommen wird. Zuletzt wird in Abschnitt 2.6 detailliert auf den gesamten Aufbau des Spektralschätzers eingegangen.

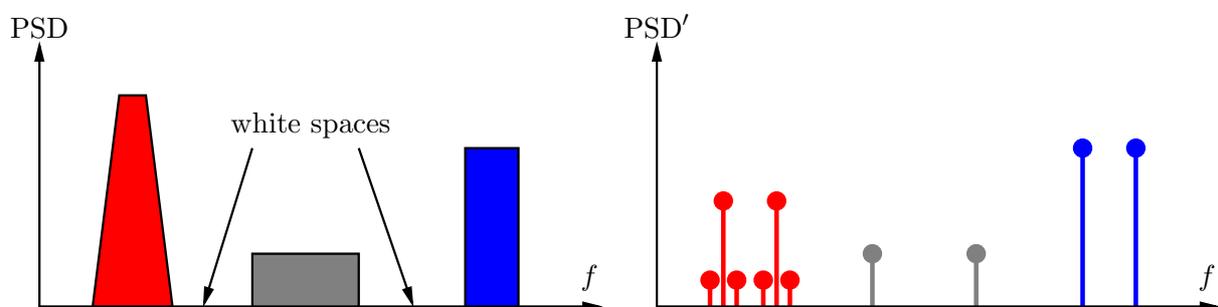


Abbildung 2.1.: Dünne besetztes Spektrum (PSD) und Kantenspektrum (PSD').

2.1. Signalmodell

Die Übertragungen der Primärnutzer müssen gemäß des Grundgedanken von CR-Systemen durch die CRs wahrgenommen werden, damit diese eigene Übertragungsmöglichkeiten auffinden können und keine schädliche Interferenz ausüben. Zunächst muss daher das Signalmodell dieser Übertragungen geklärt werden, sodass weitere Überlegungen bezüglich der Spektralschätzung auf diesem aufbauen können. Wenn nicht anders angegeben, wird, wie schon in der Vorarbeit [Bec16], der Inhalt aller Übertragungen bzw. werden die Sendesymbole im Zeitbereich als komplexwertig, mittelwertfrei und stationär im weiteren Sinne angenommen. Ferner wird ein sehr großer Bandbreitebereich B betrachtet, um die Anzahl der Übertragungsmöglichkeiten des CRs zu vergrößern. Es muss also eine Breitbandabtastung (engl. Wideband Sensing) vorgenommen werden, die wegen der großen erforderlichen Abtastfrequenz hohe Anforderungen an den ADC stellt, aber gleichzeitig die Hardwarekomplexität reduziert. Ansonsten würden nämlich für eine Erkennung kleiner nebeneinanderliegender Spektralbereiche mehrere parallele Empfangsketten mit Mischern und lokalen Oszillatoren notwendig, was zu einem größeren Platzverbrauch und erhöhtem Energieverbrauch führt. Beide Größen sollten in drahtlosen Geräten aufgrund der gewünschten Mobilität, die ein kleine Größe des Gerätes erfordert, und der begrenzten Akkukapazität jedoch minimiert werden. Wenn ein einstellbarer lokaler Oszillator verwendet wird, wird die Kette in der Zeitdimension mehrfach verwendet. Letzterer Ansatz hat eine Verzögerung der Spektralschätzung in der Zeit zur Folge und ist daher ebenfalls nicht erstrebenswert.

Wegen der Unternutzung des Spektrums, die, wie bereits erwähnt, aus der statischen Zuweisung der Primärnutzer resultiert und durch verschiedene Messungen gut belegt ist, kann das Spektrum über die Frequenz f als dünn besetzt charakterisiert werden, was in Abb. 2.1 links dargestellt ist. Außerdem lässt sich erkennen, dass die Spektralleistungsdichte (engl. **P**ower **S**pectrum **D**ensity, PSD) in jedem Band, das eine Übertragung kennzeichnet, als stückweise konstant angesehen werden kann. Dadurch können Bandgrenzen und damit die einzelnen Übertragungen der Primärnutzer durch die sich ergebenden Kanten in der Ableitung der PSD' charakterisiert werden [TG06]. Die Ableitung wird als Kantenspektrum bezeichnet und ist in Abb. 2.1 rechts in diskretisierter Form zu sehen. Bei vielen Anwendungen, wie z.B. OFDM (**O**rtogonal **F**requency-**D**ivision **M**ultiplexing), stellt diese Annahme eine gültige Approximation dar: In Abschnitt 3.5 findet sich eine Überprüfung des Signalmodells am Beispiel von WLAN-Signalen (**W**ireless **L**ocal **A**rea **N**etwork) und Bluetooth-Signalen. Dass in der Realität ein endlicher Signalpegelwechsel vorliegt, findet hier Berücksichtigung und ist in Abb. 2.1 mithilfe des linken bzw. roten Spektralbereiches veranschaulicht.

Angenommen wird bei allen Betrachtungen, dass eine Basisbandverschiebung des zu untersuchenden Spektralbereiches und eine Tiefpassfilterung erfolgt ist. Zum Beispiel muss zur Abtastung von WLAN-Signalen das 2.4-2.5GHz-ISM-Band um 2.45 GHz ins Basisband moduliert und durch einen Tiefpass mit einer oberen Grenzfrequenz von 50 MHz gefiltert werden. So liegt das dünn besetzte Spektrum aus Abbildung 2.1 symmetrisch um die Nullfrequenz im Basisband.

Mathematisch lässt sich das Signalmodell in Form der PSD $S(f)$ wie folgt beschreiben:

$$S_{\text{rx}}(f) = \sum_{i=1}^U H_i(f) S_i(f) + S_n(f). \quad (2.1)$$

Die verschiedenen U Übertragungen S_i , die in bestimmten Frequenzbereichen von f_{i-1} bis f_i stattfinden und über eine unterschiedliche Sendeleistung verfügen können, gelangen über einen Kanal $H_i(f)$ vom Sender zum Empfänger. Zur Vereinfachung wurde der Kanal in der vorausgegangenen Arbeit [Bec16] als Konstante angesehen, die lediglich den Pfadverlust der elektromagnetischen Strahlung aufgrund der zurückgelegten Distanz und diverser Hindernisse angibt. Hierdurch kann Frequenzselektivität vernachlässigt werden, auf die noch ausführlich in Abschnitt 3.6 eingegangen wird. In dieser Arbeit soll auch die Frequenzselektivität aufgrund der Mehrwegeausbreitung der elektromagnetischen Wellen im Raum in Simulationen und in Praxismessungen (siehe Abschnitt 3.6 und 6.2)

berücksichtigt werden. Weiterhin werden Rauscheinflüsse durch additives, weißes, gaußsches Rauschen (engl. **A**dditive **W**hite **G**aussian **N**oise, AWGN) abgebildet. Deswegen wird die Übertragung in jedem Band von weißem Rauschen überlagert, das sich idealerweise als konstanter Term $S_n(f)$ in der Spektralleistungsdichte bemerkbar macht.

Es stellt sich noch die Frage, wie die PSD mit dem von einem CR empfangenen, analogen und damit kontinuierlichen Signal $x(t)$ zusammenhängt: Wird vorerst das Rauschen mit $n(t) = 0$ zur vereinfachten Betrachtung nicht berücksichtigt, beinhaltet das Signal $x(t)$ empfangene Signale $x_i(t)$ aller U Primärnutzer, die sich in der Luft ausbreiten:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + \dots + x_U(t). \quad (2.2)$$

Eine Fouriertransformation führt auf das Amplitudenspektrum:

$$C(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt. \quad (2.3)$$

Der Erwartungswert des quadrierten Absolutbetrages entspricht der spektralen Leistungsdichte [CE14]

$$S(f) = \mathbb{E} \left[|C(f)|^2 \right], \quad (2.4)$$

wodurch empfangenes Signal $x(t)$ und PSD $S(f)$ miteinander in Beziehung gesetzt werden können.

2.2. Compressed Spectrum Sensing

Die Hardwarekomplexität kann reduziert werden, wenn die Berechnungen im Rahmen der Spektralschätzung auf einem digitalen Signalprozessor durchgeführt werden. Diese können nämlich sehr klein skaliert werden und besitzen einen niedrigen Energiebedarf, sodass auch eine Realisierung von CR-Systemen in mobilen Geräten ermöglicht wird. Zur Verarbeitung muss das analoge Signal $x(t)$ daher vorher digitalisiert werden, indem eine Abtastung mit Abtastperiode T_A und damit eine Diskretisierung erfolgt:

$$x[k] = x(k \cdot T_A) \quad k \in [0, N - 1]. \quad (2.5)$$

Weil nur eine endliche Anzahl an Werten verarbeitet werden kann, werden N Messungen betrachtet. Um das Signal $x(t)$ im Diskreten eindeutig rekonstruieren zu können, muss die Abtastperiode eine besondere Bedingung erfüllen: Das Nyquistkriterium muss erfüllt sein, das besagt, dass die Abtastfrequenz $f_S = 1/T_A$ größer als die durch das Signal $x(t)$ belegte Bandbreite B sein muss:

$$f_S > B. \quad (2.6)$$

In algebraischer Schreibweise liegen nun die durch den ADC nach dem Abtasttheorem gleichmäßig abgetasteten Signale $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ vor, aus denen über eine Multiplikation mit der Fouriermatrix $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ das diskrete Amplitudenspektrum $\mathbf{c} = \mathbf{F}\mathbf{x}$ bestimmt werden kann. N entspricht damit der Anzahl an Frequenzpunkten und legt die Frequenzauflösung fest.

Es wird jedoch ein großer Bandbreitebereich betrachtet und daher eine hohe Abtastrate erforderlich, die, wie bereits erwähnt, hohe Anforderungen an den ADC stellt. Mithilfe einer Unterabtastung können diese Anforderungen gesenkt werden: Gemäß der Theorie des Compressed Sensing ist nämlich auch bei Unterabtastung eine eindeutige Rekonstruktion möglich, wenn eine betrachtete Größe dünn besetzt ist. Im Anwendungsfall gilt dies für das Amplitudenspektrum. Die Unterabtastung des Signals, nach der nur noch $M \leq N$ Messungen vorliegen, kann über eine lineare Messoperation, welche die Matrix $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ repräsentiert, beschrieben werden. Hierdurch werden Nyquistmessungen \mathbf{x} und die unterabtasteten Messungen $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ in Beziehung gesetzt: $\mathbf{y} = \mathbf{V}\mathbf{x}$. Um ein CS-Optimierungsproblem

formulieren zu können, werden die eigentlichen Messungen \mathbf{y} mit der sparsen Spektralabbildung \mathbf{c} verknüpft:

$$\mathbf{y} = \mathbf{V}\mathbf{x} = \mathbf{V}\mathbf{F}^{-1}\mathbf{c} = \mathbf{V}\frac{1}{N}\mathbf{F}^H\mathbf{c} = \mathbf{A}\mathbf{c}. \quad (2.7)$$

Dieses unterbestimmte Gleichungssystem mit der Koeffizientenmatrix $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$, welche im Rahmen der CS-Theorie als Abtastmatrix bezeichnet wird, kann nur gelöst werden, wenn die zusätzliche Information über die dünne Besetzung des Spektrums genutzt wird. Die Anzahl $k_0 = \|\mathbf{c}\|_0$ der Nicht-Null-Elemente, die mit der l_0 -Norm erfasst wird, soll also gleichzeitig minimal werden:

$$\hat{\mathbf{c}} = \arg \min_{\mathbf{c}} \|\mathbf{c}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{c}. \quad (2.8)$$

Dieser Ausdruck stellt ein nicht-konvexes Optimierungsproblem dar, das NP-schwer zu lösen ist [EK12]. Alle möglichen $\binom{N}{k_0}$ Belegungen von k_0 Nicht-Null-Elementen in \mathbf{c} müssen daraufhin überprüft werden, ob diese das Gleichungssystem erfüllen, um das Minimum zu erhalten. Der Aufwand steigt infolgedessen exponentiell an. Um trotzdem eine Lösung zu erhalten, kann auf l_1 -Optimierung zurückgegriffen werden, die die l_0 -Norm gut approximiert. Gleichzeitig ist diese konvex [EK12], sodass lokale Optimierungsverfahren das globale Optimum finden können, das nicht mit dem der l_0 -Norm übereinstimmen muss. Eine Alternative stellen Greedy-Algorithmen dar, die in jedem Iterationsschritt versuchen sich mit dem bestmöglichen Schritt dem l_0 -Minimum anzunähern. Deshalb sind diese den lokalen Optimierungsverfahren zuzurechnen, wodurch keine globale Konvergenz gewährleistet ist. Dazu zählen z.B. **Orthogonal Matching Pursuit** (OMP) und **Iterative Hard Thresholding** (IHT).

Damit das Problem (2.8) für k_0 -sparse Vektoren \mathbf{c} lösbar wird, müssen außerdem bestimmte Anforderungen an die Abtastmatrix \mathbf{A} gestellt werden:

1. Die Lösung muss für k_0 -sparse Vektoren \mathbf{c} eindeutig sein.
2. Die Distanz zwischen zwei k_0 -sparsen Lösungen sollte beibehalten werden, um Robustheit gegenüber Rauscheinflüssen zu gewährleisten.

Die erste Bedingung kann erfüllt werden, wenn die kleinste Anzahl linear abhängiger Spalten der Matrix \mathbf{A} ($\text{spark}(\mathbf{A})$) größer als das Doppelte der Anzahl der Nicht-Null-Einträge ist:

$$\text{spark}(\mathbf{A}) > 2k_0. \quad (2.9)$$

Dann liegt die sogenannte **Null Space Property** (NSP) vor. Bei idealer Konstruktion von \mathbf{A} beträgt der Spark $M + 1$, woraus sich eine notwendige Bedingung an die Anzahl der CS-Abtastwerte M ableiten lässt: $M \geq 2k_0$. Beide Bedingungen sind erfüllt, wenn die Matrix \mathbf{A} die **Restricted Isometry Property** (RIP) mit der RIP-Konstante δ aufweist:

$$(1 - \delta)\|\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}\|_2^2 \leq \|\mathbf{A}(\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}})\|_2^2 \leq (1 + \delta)\|\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}\|_2^2. \quad (2.10)$$

Weil es nicht einfach ist Matrizen zu konstruieren, die die NSP erfüllen, und generell bei einer Matrix RIP nachzuweisen, verwendet man zufällig generierte Matrizen. Wenn die Einträge z.B. gemäß einer sub-gaußschen Verteilung gewählt werden, wird RIP mit einer hohen Wahrscheinlichkeit erfüllt [EK12]. Die Fouriermatrix als orthogonale Matrix hat keinen Einfluss auf die Eigenschaften von \mathbf{A} , während auf die Konstruktion von \mathbf{V} geachtet werden muss. Der Regel folgend, dass Zufall bei der Konstruktion von \mathbf{A} vorteilhaft ist [EK12], sollen in dieser Arbeit zur Evaluierung für \mathbf{V} einerseits komplexe Gauß-Zufallsmatrizen mit normierten Spalten verwendet werden. Dadurch bleibt die Signalenergie in den Messungen \mathbf{y} erhalten. Andererseits werden Selektionsmatrizen, die jeweils zufällig einzelne Nyquist-Abtastwerte auswählen, eingesetzt.

Oft wird in der Literatur zur Reduktion der Abtastrate das Amplitudenspektrum \mathbf{c} betrachtet. Dabei weist dieses unter Annahme komplexer Signale eine sehr praktische Eigenschaft im Gegensatz zur PSD nicht auf: Es kann nicht als stückweise konstant angesehen werden. Für die weitere Verarbeitung mit

dem WED stellen diese sogenannten Kanten (engl. edges) das zentrale Element dar, das zur Detektion und Klassifikation von Bändern und sogar zur Erhöhung der Kompression in CS genutzt werden kann (siehe Abschnitt 2.4.2). In [TG07] wurde das Amplitudenspektrum für die Verarbeitung mit dem WED verwendet und damit dieser Zusammenhang nicht beachtet, sodass die Ergebnisse nur sehr begrenzt zur Anwendung kommen können.

2.3. Power Spectrum Sensing

Um die eben genannten positiven Eigenschaften der PSD nutzen zu können, muss eine direkte Beziehung zwischen den durch CS komprimierten Messungen \mathbf{y} und der diskreten Spektralleistungsdichte \mathbf{s} hergeleitet werden. Es kann immer noch von einer dünnen Besetzung ausgegangen werden, da über den Erwartungswert

$$\mathbf{s} = \mathbb{E} \left[|\mathbf{c}|^2 \right] \quad (2.11)$$

das Amplitudenspektrum des vom Cognitive Radio empfangenen Signals und die Spektralleistungsdichte direkt miteinander verknüpft sind und diese ohne Rauscheinfluss denselben Träger bzw. dieselben Nicht-Null-Elemente aufweisen. Dieses ist folglich reell und positiv.

2.3.1. Herleitung

Nach dem Wiener-Chintschin-Theorem kann die spektrale Leistungsdichte $S(f)$ mithilfe der Autokorrelation $r_x(\tau) = \mathbb{E}[x(t)x^*(t - \tau)]$ des vom Cognitive Radio empfangenen Signals $x(t)$ im Kontinuierlichen folgendermaßen direkt bestimmt werden:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} r_x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau . \quad (2.12)$$

Der absolute Zeitpunkt t muss nicht betrachtet werden, weil die kontinuierliche Zeitdifferenz τ zur vollständigen Beschreibung der Autokorrelation gemäß der Definition eines stationären Prozesses ausreicht. Es liegen nach der Nyquist-Abtastung gemäß Abschnitt 2.2 jedoch diskrete Werte \mathbf{x} vor, mit denen die diskrete Autokorrelation $r_x[k_\tau] = \mathbb{E}[x[k]x^*[k - k_\tau]]$ bestimmt werden kann. Bei k_τ handelt es sich um die diskrete Zeitdifferenz; die Eigenschaft der Stationarität bleibt auch nach Diskretisierung erhalten. Eine Herleitung der Beziehung (2.12) in diskreter und algebraischer Schreibweise kann über die Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}_x erfolgen:

$$\mathbf{R}_x = \mathbb{E} [\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = \begin{bmatrix} r_x[0] & r_x^*[1] & \dots & r_x^*[N-1] \\ r_x[1] & r_x[0] & & r_x^*[N-2] \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ r_x[N-1] & r_x[N-2] & \dots & r_x[0] \end{bmatrix} . \quad (2.13)$$

D.h. mehrere Messungen sind erforderlich, um mit dem Mittelwert

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^H \quad (2.14)$$

den Erwartungswert approximieren zu können und der wahren Autokorrelation \mathbf{R}_x nahe zu kommen, sodass z.B. auf der Diagonalen von $\hat{\mathbf{R}}_x$ annähernd dieselben Werte vorgefunden werden können. Q stellt die Anzahl der wiederholten Messungen des Signales \mathbf{x} dar und entspricht der Anzahl an Messvektoren \mathbf{x}_i , die aus dem Grund nötig werden, dass ein stochastischer Prozess erfasst werden soll.

Nun ist aber eine Unterabtastung erfolgt und die vollständige Autokorrelation liegt nicht vor, sondern die der komprimierten CS-Messungen \mathbf{y} . Die Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}_y von \mathbf{y} wird analog zu (2.13) gebildet und kann über (2.7) mit der der Nyquist-Abtastwerte in Beziehung gesetzt werden:

$$\mathbf{R}_y = \mathbb{E} [\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = \mathbb{E} [(\mathbf{V}\mathbf{x})(\mathbf{V}\mathbf{x})^H] = \mathbf{V}\mathbf{R}_x\mathbf{V}^H. \quad (2.15)$$

Auf diese Weise kann die Subsample-Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}_y wiederum mit der Autokorrelationsmatrix des Amplitudenspektrums \mathbf{R}_c , auf deren Diagonale gemäß (2.11) die spektrale Leistungsdichte abgelesen werden kann, verknüpft werden:

$$\mathbf{R}_y = \mathbb{E} [\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = \mathbb{E} [\mathbf{A}\mathbf{c}(\mathbf{A}\mathbf{c})^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_c\mathbf{A}^H. \quad (2.16)$$

Nach Vektorisierung beider Seiten der Matrixgleichung (2.16) und Anwendung des Kronecker-Produkts \otimes erhält man:

$$\mathbf{r}_y = ((\mathbf{A}^H)^T \otimes \mathbf{A}) \mathbf{r}_c = (\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A}) \mathbf{r}_c = \mathbf{\Psi} \mathbf{r}_c \quad \text{mit} \quad \mathbf{r} = \text{vec}(\mathbf{R}). \quad (2.17)$$

Es entsteht ein **G**leichungssystem (GLS), in dem gemäß der Dimensionen der Kronecker-Abtastmatrix $\mathbf{\Psi}$ N^2 Unbekannte aus M^2 Gleichungen bestimmt werden müssen, was einen sehr großen Berechnungsaufwand darstellt. Um diesen zu reduzieren, kann jetzt nach [CE14] eine Eigenschaft des Spektrums ausgenutzt werden, die aus der Stationarität der Signale resultiert:

$$\mathbb{E} [c[i]c^*[j]] = 0, \quad i \neq j. \quad (2.18)$$

Zwei verschiedene Werte im Amplitudenspektrum sind komplett unkorreliert. Dadurch folgt mit (2.11), dass die Autokorrelationsmatrix des Amplitudenspektrums \mathbf{R}_c einer Diagonalmatrix entspricht. Auf dieser findet sich die spektrale Leistungsdichte wieder:

$$\mathbf{R}_c = \mathbb{E} [\mathbf{c}\mathbf{c}^H] = \text{diag} \{ \mathbf{s} \}. \quad (2.19)$$

Unter Ausnutzung der spezifischen Struktur der vektorisierten Diagonalmatrix ergibt sich nach [CE14]:

$$\mathbf{r}_y = (\mathbf{A}^* \odot \mathbf{A}) \mathbf{s} = \mathbf{\Phi} \mathbf{s}. \quad (2.20)$$

Hier stellt \odot das spaltenweise Kroneckerprodukt dar, welches auch als Khatri-Rao-Produkt bezeichnet wird und effizient berechnet werden kann. Aus der Konstruktion des Gleichungssystems folgt, dass die neue Abtastmatrix $\mathbf{\Phi}$ eine Dimension von $M^2 \times N$ besitzt und damit mehr Gleichungen als die N unbekannt Werte des Spektrums \mathbf{s} vorliegen können. Ein überbestimmtes Gleichungssystem geht hervor, weil die zusätzliche Information der Autokorrelationsmatrix und die Stationarität des Prozesses genutzt wurde. Der Rechenaufwand ist merklich reduziert, weil von N^2 Werten lediglich N berechnet werden müssen.

2.3.2. Rekonstruktion und minimale Abtastrate

Es stellt sich die Frage, inwieweit dies die minimale, erforderliche Abtastrate senken kann. Nach [CE14] hat die Matrix $\mathbf{\Phi}$ vollen Spaltenrang und damit die Gleichung (2.20) eine eindeutige Lösung, wenn $\mathbf{\Phi}$ folgende Bedingungen erfüllt:

1. die $M \times N$ Matrix $\mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{F}^{-1}$ besitzt vollen Spark
2. $M^2 \geq N$
3. $2M > N$.

Für $M \geq 2$ ist $M^2 \geq 2M$ und daher Punkt 2) trivial. Aus 3) folgt für die Kompression κ , sofern die Abtastmatrix \mathbf{A} die gestellten Anforderungen gemäß Punkt 1) erfüllt:

$$\kappa = M/N > 50\%. \quad (2.21)$$

Die Kompression gibt in dieser Arbeit das Verhältnis der Anzahl der CS-Messungen \mathbf{y} zu der der Nyquist-Messungen \mathbf{x} an. Ein kleiner Wert von κ ist gleichbedeutend mit einer hohen Kompression. Mit Bezug auf die Nyquistabtastung sagt (2.21) aus, dass die mittlere Abtastrate höchstens auf die Hälfte gesenkt werden kann, weil im selben Zeitintervall nur noch 50% der Abtastwerte erfasst werden müssen. Durch alleinige Ausnutzung der Stationarität der Signale kann also eine Reduktion der mittleren Abtastfrequenz f_S erwirkt werden. Das überbestimmte Gleichungssystem aus (2.20) kann unter der Bedingung (2.21) mithilfe des **Least-Squares**-Ansatzes (LS) gelöst werden, bei der die Moore-Penrose-Pseudoinverse \dagger Verwendung findet und eine LS-Rekonstruktion bzw. Schätzung $\hat{\mathbf{s}}$ erlangt wird:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{r}_y - \Phi \mathbf{s}\|_2^2 \quad \Rightarrow \quad \hat{\mathbf{s}} = \Phi^\dagger \mathbf{r}_y. \quad (2.22)$$

Andererseits kann noch Information über die Spektralleistungsdichte genutzt werden, um eine genauere Lösung zu erhalten: Diese ist reellwertig und positiv, wodurch sich folgendes, beschränktes Minimierungsproblem ergibt:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \left\| \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{r}_y) \\ \Im(\mathbf{r}_y) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Re(\Phi) \\ \Im(\Phi) \end{bmatrix} \mathbf{s} \right\|_2^2 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{s} \geq \mathbf{0}. \quad (2.23)$$

Darüber hinaus ist es möglich, die Rate weiter abzusenken, indem die Sparsity des Spektrums ausgenutzt wird. Analog zum Fall allgemeiner Spektren \mathbf{s} können Bedingungen für k_0 -sparse \mathbf{s} aufgestellt werden, unter denen eine eindeutige Rekonstruktion möglich ist. Diese werden in [CE14] detailliert hergeleitet und lauten:

1. $\mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{F}^{-1}$ besitzt vollen Spark
2. $M^2 \geq k_0$
3. $\text{spark}(\Phi) \geq 2M > 2k_0$.

Daraus folgt:

$$\kappa = \frac{M}{N} > \beta = \frac{\|\mathbf{s}\|_0}{N}. \quad (2.24)$$

Solange die Kompression unterhalb der eigentlichen Belegung β liegt, kann damit die Spektralleistungsdichte mithilfe von CS-Techniken eindeutig rekonstruiert werden. Im Vergleich zum Fall des Amplitudenspektrums aus Abschnitt 2.2 ist die erforderliche Anzahl von Abtastwerten von $2k_0$ auf k_0 um die Hälfte reduziert. Unter der Voraussetzung (2.24) kann ein CS-Optimierungsproblem aufgestellt werden:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{s}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{r}_y = \Phi \mathbf{s}. \quad (2.25)$$

Auch hier ist eine Einbringung des Wissens über das Leistungsdichtespektrum analog zu (2.23) möglich.

2.4. Wavelet Edge Detector

Liegt nun nach der Rekonstruktion das Leistungsdichtespektrum vor, das sogar mit LS-Techniken bestimmt werden kann, müssen die Übertragungen lokalisiert werden. Dazu eignen sich die Übergänge zwischen leeren und besetzten Bändern, welche als Unstetigkeiten in einem stückweise konstanten Signal aufgefasst werden können [TG06]. Um solche Unstetigkeiten zu finden, eignet sich das mathematische Werkzeug der Wavelet-Transformation, das lokale Singularitäten charakterisieren kann und in [MH92] detailliert beschrieben ist.

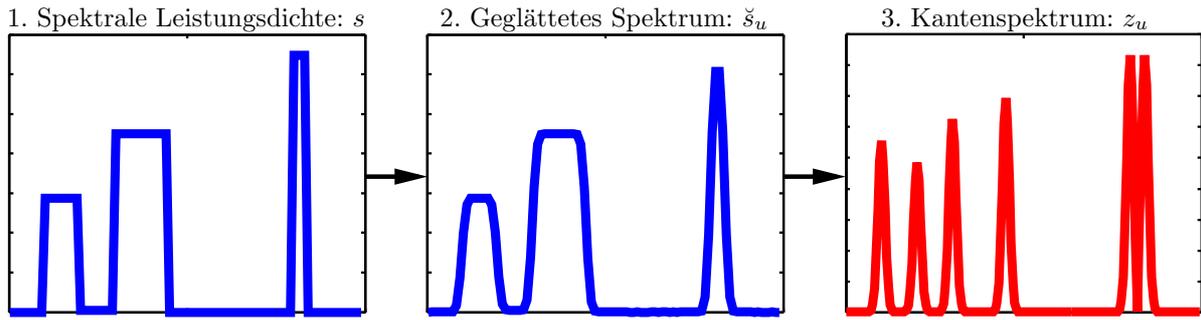


Abbildung 2.2.: Bildliche Darstellung der Wavelettransformation.

2.4.1. Wavelet-Transformation

Zunächst wird das Spektrum mit einer Wavelet-Glättungsfunktion $\varphi(f)$ (engl. wavelet smoothing function) gefiltert (siehe 1. und 2. in Abb. 2.2), sodass der Verlauf geglättet wird. Ein Beispiel hierfür stellt die Gaußfunktion dar, die in dieser Arbeit genutzt wird. Eine Streckung des Filters mit dem Skalierungsfaktor u kann mit

$$\varphi_u(f) = \frac{1}{u} \varphi\left(\frac{f}{u}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}u} e^{-\frac{f^2}{2u^2}} \quad (2.26)$$

erwirkt werden, welche bei Verbreiterung die Glättung und damit die Rauschreduktion erhöht, aber die Auflösung feiner Strukturen verschlechtert.

Die Filterung der spektralen Leistungsdichte \mathbf{s} lässt sich mathematisch im diskretisierten Frequenzbereich ($\varphi_u[k] = \varphi_u(kB/N)$) über eine zyklische Faltung mit

$$\boldsymbol{\varphi}_u = [\varphi_u[0], \dots, \varphi_u[N/2 - 1], \varphi_u[-N/2], \dots, \varphi_u[-1]]^T \quad (2.27)$$

realisieren. Um ein lineares Gleichungssystem aufstellen zu können, wird die Faltung als Multiplikation im Zeitbereich mit dem invers fouriertransformierten Filter $\boldsymbol{\phi}_u = \mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\varphi}_u$ ausgedrückt. Damit die Kanten detektiert werden können, wird das geglättete Spektrum $\check{\mathbf{s}}_u$ abgeleitet. Es resultiert folgendes lineares Gleichungssystem, das die Wavelettransformierte des Spektrums

$$\mathbf{z}_u = \boldsymbol{\Gamma}\check{\mathbf{s}}_u = \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{F}\text{diag}\{\boldsymbol{\phi}_u\}\mathbf{F}^{-1}\mathbf{s} \quad (2.28)$$

beschreibt, wobei $\boldsymbol{\Gamma}$ die Ableitungsmatrix im Diskreten angibt und die erste Zeile die Information über den Gleichanteil im Spektrum berücksichtigt:

$$\boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \\ 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Mit dem sich ergebenden Kantenspektrum \mathbf{z}_u , das in Abb. 2.2 unter 3. dargestellt ist, können die Grenzen zwischen den Bändern $\{f_i\}_{i=1}^{U-1}$ bzw. $\{k_i\}_{i=1}^{U-1}$ bestimmt werden. Diese werden durch die Positionen der lokalen Maxima

$$\hat{k}_i = \text{maxima}_k \{|\mathbf{z}_u|\} \quad (2.30)$$

im Absolutbetrag des Kantenspektrums charakterisiert, deren Anzahl auch die Anzahl der Bänder U aus (2.1) bestimmt. Hier steht k für eine Stelle im Vektor \mathbf{z}_u , welche über die Beziehung $f = (k-1)B/N$ einer Frequenz zugeordnet ist. $f_0 = 0$ und $f_U = B$ repräsentieren die Grenzen des betrachteten Spektrums und sind damit a-priori vorgegeben.

Eine Änderung des beschriebenen Vorgehens wird notwendig, wenn ein Peak bzw. schmalbandiges Signal im Spektrum betrachtet wird: Dann kann die Schreibweise aus (2.30) nicht verwendet werden, weil der Betrag von zwei betragsmäßig gleichen Gradienten, die im Spektrum direkt nebeneinander liegen, gebildet wird. Eine Differenzierung der beiden Kanten ist somit nicht möglich und daher muss das Vorzeichen zur Entscheidung herangezogen werden, sodass die Anzahl der Kanten richtig geschätzt wird und die Einteilung der Bänder korrekt vorgenommen wird:

$$\hat{k}_i = [\text{maxima}_k \{ \mathbf{z}_u \}, \text{maxima}_k \{ -\mathbf{z}_u \}] . \quad (2.31)$$

2.4.2. Kantenrekonstruktion und Cosparsity

Wegen der nicht zu geringen Breite der Bänder kann die Belegung des Kantenspektrums als noch geringer eingeschätzt werden als die des Leistungsdichtespektrums ($U < \|\mathbf{z}_u\|_0 \ll N$), wie es in Abb. 2.2 ersichtlich wird. Dadurch bietet es sich an, ein CS-Problem analog zu (2.25) zu formulieren, das das dünn besetzte Kantenspektrum mit den Messungen bzw. der Autokorrelationsmatrix der Messungen verknüpft, indem das Leistungsdichtespektrum durch das Kantenspektrum ersetzt wird:

$$\mathbf{z}_u = (\mathbf{\Gamma} \mathbf{F} \text{diag} \{ \phi_u \} \mathbf{F}^{-1}) \mathbf{s} = \mathbf{G} \mathbf{s} \quad (2.32)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_u = \arg \min_{\mathbf{z}_u} \|\mathbf{z}_u\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \text{vec}(\mathbf{R}_y) = (\mathbf{\Phi} \mathbf{G}^{-1}) \mathbf{z}_u . \quad (2.33)$$

Dies stellt einen neuen Ansatz dar, der [TG07] und [CE14] miteinander kombiniert und auf die Kantenrekonstruktion mit der Abtastmatrix $\mathbf{\Phi}_{II} = \mathbf{\Phi} \mathbf{G}^{-1}$ führt. Da es sich bei der Matrix $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{g \times N}$ im allgemeinen Fall um einen Analyseoperator handelt, können nicht mehr die üblichen Betrachtungen bezüglich Compressed Sensing vorgenommen werden. Es wird erforderlich, das Problem im Kontext des relativ jungen Konzepts der Cosparsity zu sehen [KR15]. Das Problem wird dann folgendermaßen formuliert:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{G} \mathbf{s}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \text{vec}(\mathbf{R}_y) = \mathbf{\Phi} \mathbf{s} . \quad (2.34)$$

Wenn $\mathbf{z}_u = \mathbf{G} \mathbf{s}$ k_0 -sparse ist, dann wird \mathbf{s} als $(g - k_0)$ -cosparsity bezeichnet. Analog zum Standard-CS-Fall kann eine Analysis-Null-Space-Property angegeben werden. Die Abtastmatrix $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ erfüllt die \mathbf{G} -Null-Space-Property der Ordnung $2k_0$, wenn für alle Unterräume $\mathbf{\Lambda} \in [g]$ der Mächtigkeit $|\mathbf{\Lambda}| \geq g - 2k_0$ gilt [KR15]:

$$\|\mathbf{G}_{\mathbf{\Lambda}^c} (\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}})\|_1 \leq \|\mathbf{G}_{\mathbf{\Lambda}} (\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}})\|_1 \quad \text{für alle} \quad (\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}) \in \ker(\mathbf{A}) \setminus \{0\} . \quad (2.35)$$

Hier ist $\mathbf{\Lambda}^c$ die komplementäre Menge zu $\mathbf{\Lambda}$. Weitere Konzepte wie RIP können ebenfalls im Rahmen der Cosparsity definiert werden [KR15], worauf aber aus Gründen des Umfangs und der Tatsache, dass es sich um ein junges Forschungsgebiet handelt, verzichtet wird. Zu einem besonderen Fall gelangt man, wenn als Analyseoperator eine Differentialmatrix $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{C}^{N-1 \times N}$ angenommen und die l0-Norm durch die l1-Norm approximiert wird. Dies führt nämlich auf die eindimensionale Total Variation Norm und man erhält ein Total-Variation-Minimierungsproblem:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{\Gamma} \mathbf{s}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \text{vec}(\mathbf{R}_y) = \mathbf{\Phi} \mathbf{s} . \quad (2.36)$$

Die Methode der totalen Variation minimiert die Änderung des Signals und begünstigt stückweise konstante Signale mit einem dünn besetzten Gradienten, wie die PSD aus dem Signalmodell, das hier betrachtet wird. Ursprünglich wurde die Methode daher zur Entrauschung von Signalen eingesetzt. Wird die quadratische Differentialmatrix $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ aus (2.29) gewählt, ist eine Inversion nach Bestimmung von \mathbf{z}_u möglich, sodass das algorithmische Vorgehen mit dem im Standard-CS-Fall übereinstimmt. Es muss aber darauf geachtet werden, dass die Analyse der Rekonstruktionsgarantien in Bezug auf Cosparsity erfolgen muss. Hier besteht noch Forschungsbedarf.

Würde nun die Belegung des Spektrums wegen des Gebrauchs von CR-Systemen, die jedoch an die niedrige Nutzung des Spektrums angepasst sind, steigen, bietet die direkte Rekonstruktion von Kanten nach (2.33) aufgrund der geringeren Besetzung des Kantenspektrums eine Lösung des Problems. Die Kompressionsrate lässt sich damit noch weiter absenken auf

$$\kappa > \frac{U - 1 + 1}{N} = \frac{U}{N} \quad (2.37)$$

(+1 aufgrund erster Zeile von Γ), die damit minimal das Verhältnis der Anzahl der Bänder zur Anzahl der Frequenzpunkte darstellt, wodurch sich die minimale mittlere Abtastrate stark reduziert. Auf eine genaue Analyse dieses Sachverhaltes wird aus Gründen des Aufwands verzichtet, jedoch darauf hingewiesen, dass ein Beweis dieser minimalen Abtastrate im Rahmen der Cosparsity noch erfolgen muss. Außerdem gilt dies nur im Idealfall, wenn das Spektrum abgeleitet wird, also kein Filter vorliegt, und die Bänder als eben angesehen werden, sodass einzelne schmale Peaks hervorgehen. Wird ein Filter verwendet, so werden mit steigender Skalierung u oder Breite des Filters die Kanten immer breiter, diese „zerfließen“ und das Kantenspektrum wird weniger sparse.

In den weiteren Betrachtungen wird die Glättung, falls nicht anders angegeben, vernachlässigt, um die numerische Instabilität, welche in der Vorarbeit [Bec16] beobachtet und begründet werden konnte, zu vermeiden und die mögliche Kompression zu erhöhen. Damit reduziert sich der WED zu einer Ableitungsoperation

$$\mathbf{z} = \Gamma \mathbf{s} \quad (2.38)$$

mit anschließender Schwellwertentscheidung, sodass mögliche Nichtidealitäten durch den Filter keinen Einfluss auf die Simulationsergebnisse haben.

2.4.3. Schwellwert

Bisher wurde angenommen, dass der PSD kein Rauschen überlagert ist. In der Realität liegt dieses allein schon wegen der Approximation der Autokorrelationsmatrix nach (2.14) jedoch immer vor, sodass Rauschmaxima im Kantenspektrum auftauchen können und fälschlicherweise als Kanten von Bändern erkannt werden. Selbst durch eine Glättung des Spektralverlaufs können diese nicht vollständig entfernt werden. Daher muss ein Schwellwert η_W für den WED definiert werden, der Signal- und Rauschanteile voneinander trennt. In der Vorarbeit [Bec16] wurde die Herleitung des Schwellwertes unter wahrscheinlichkeitstheoretischen Gesichtspunkten für den Fall vorgenommen, dass die volle Anzahl an Abtastwerten vorliegt, da die Wahl des Schwellwertes in der Literatur nicht tiefgehend behandelt wird.

Hier soll die Herleitung nochmals kurz skizziert werden: In der Realität können viele Signale durch nahezu weiße und gaußverteilte Nutzsignale im jeweiligen Band approximiert werden. Diese Sichtweise wird z.B. beim Energy Detector, der in Abschnitt 2.5 erläutert wird, verwendet. Aus diesem Grund wird nun von einem Bandbreitebereich ausgegangen, in dem bei der diskreten Frequenz i ein stochastischer Prozess C_i in Form von AWGN mit Varianz σ^2 vorliegt. Damit können einerseits das klassische Rauschen \mathbf{n} , das das Signal \mathbf{x} über $\mathbf{x} + \mathbf{n}$ überlagert, und andererseits die Übertragungen der Primärnutzer im Spektralbereich modelliert werden. Nach (2.11) sind die quadrierten Absolutbeiträge $|C_i|^2$ geschätzte Werte der PSD S_i , welche an dieser Stelle ebenfalls als stochastischer Prozess aufgefasst wird. Die Zufallsvariablen S_i folgen somit einer zentralen χ_2^2 -Verteilung, welche einen Erwartungswert von σ^2 und eine Varianz von σ^4 aufweist. Über die Varianz wird das Rauschen im Spektrum von der Signalstärke und damit der Position der Übertragungen abhängig. Da der Erwartungswert (2.11) bzw. die Autokorrelationsmatrix nach (2.14) über Q Realisierungen approximiert wird, reduziert sich die Varianz um den Faktor Q , der der Anzahl der wiederholten Messungen entspricht, und die Verteilung des Rauschens nähert sich gemäß des zentralen Grenzwertsatzes einer Normalverteilung \mathcal{N} an. Um das Rauschen im Kantenspektrum zu erlangen, muss noch der Einfluss der diskreten Ableitung ermittelt werden: Die Berechnung des Kantenspektrums ist durch die Bildung

der Differenz zwischen zwei Punkten der PSD realisiert, sodass der Gleichanteil σ^2 verschwindet und sich die Varianz σ_F^2 der Zufallsvariable Z_i des Kantenspektrums ohne Berücksichtigung der Filterung im Vergleich zu der des Spektrums S_i verdoppelt: $\sigma_F^2 = \text{Var}[Z_i] = \text{Var}[S_i - S_{i-1}] = 2 \cdot \text{Var}[S_i]$. Damit gilt $Z_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_F^2 = 2\sigma^4/Q)$. Mit dieser Verteilung kann jetzt abgeschätzt werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit \mathbb{P} die Zufallsvariable Z_i einen bestimmten Wert überschreitet. Wenn dieser den Schwellwert η_W angibt, ist eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit \mathbb{P}_F , mit der das Rauschen innerhalb eines flachen Bandes einen Falschalarm auslöst, möglich:

$$\mathbb{P}_F = 2 \cdot F_{\mathcal{N}} \left(-\frac{\eta_W}{\sigma_F} \right). \quad (2.39)$$

Hier stellt $F_{\mathcal{N}}$ die Verteilungsfunktion (engl. **Cumulative Distribution Function**, CDF) der Standardnormalverteilung dar. Der Faktor 2 trägt dem Umstand Rechnung, dass der Betrag des Kantenspektrums betrachtet wird und infolgedessen auf zwei Seiten der Normalverteilung Wahrscheinlichkeiten vorliegen, für die ein Überschreiten der Schwelle möglich wird. Umgekehrt kann eine Falschalarmwahrscheinlichkeit bzw. Falschalarmrate \mathbb{P}_F vorgegeben werden, um einen Schwellwert für den WED zu erlangen:

$$\eta_W = -\sigma_F \cdot F_{\mathcal{N}}^{-1} \left(\frac{\mathbb{P}_F}{2} \right). \quad (2.40)$$

Da mehrere Bandbreitebereiche mit verschiedenen Signalleistungen σ^2 vorliegen, kann die Falschalarmrate variieren. Damit diese in jedem Band eingehalten wird, muss die Varianz aus dem Gebiet der höchsten Signalleistung abgeleitet werden, da das Rauschen hier am stärksten ist. Für die Definition eines Schwellwertes nach (2.40) ist damit nur die Kenntnis der Rausch- bzw. Signalvarianz und der einzuhaltenen Falschalarmrate notwendig, wodurch eine gewisse Empfindlichkeit für Kanten resultiert. Eine Filterung mit den Filterkoeffizienten der Gaußfunktion $\varphi[k]$ vor der Ableitung macht die Herleitung komplizierter, weil nun die Differenz einer unendlichen Filtersumme gebildet wird, und führt nach [Bec16] auf:

$$\begin{aligned} \sigma_F^2 &= \text{Var}[Z_i] = \text{Var}[(S_i - S_{i-1})] \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (\varphi[k+1] - \varphi[k])^2 \\ &\approx \frac{2\sigma^4}{Q} \cdot \frac{1}{u^3 8\sqrt{\pi}}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Die Rauschvarianz wird also durch die Filterung um die dritte Potenz der Filterskalierung u aus (2.26) reduziert. In der Vorarbeit [Bec16] ist auch die exakte Herleitung für den diskreten Gaußfilter beschrieben, der für diskrete Signale nach [Lin90] optimale Eigenschaften bietet. Der Unterschied in der Anwendung der Filter und beider Ergebnisse kann aber als vernachlässigbar bezeichnet werden, sodass (2.41) in beiden Fällen verwendet werden kann.

Die Wahrscheinlichkeit für die Detektion einer Kante hängt von der Höhe der jeweiligen Kante ab, welche sich durch die Filterung ebenfalls verringert. Somit sinkt die Empfindlichkeit des WEDs bei Erhöhung des Schwellwertes ab, was einer Vorgabe einer geringeren Falschalarmrate entspricht. Auf die Herleitung der Detektionswahrscheinlichkeit \mathbb{P}_D und einer Receiver-Operating-Curve wird an dieser Stelle aus Gründen des Umfangs verzichtet. Diese kann aber leicht mit den Annahmen, die getroffen wurden, vorgenommen werden und ist in [Bec16] beschrieben.

2.5. Energy Detector

Nachdem eine Spektralschätzung $\hat{\mathbf{s}}$ gemäß Abschnitt 2.3 erfolgt ist und die einzelnen Bandgrenzen $\{\hat{k}_i\}_{i=1}^{\hat{U}-1}$ aus (2.31) durch den WED ermittelt wurden, muss der Inhalt der Bänder charakterisiert

werden. Dies kann mithilfe der durchschnittlichen Spektralleistungsdichte im i -ten Band

$$\bar{s}_i = \frac{1}{k_i - k_{i-1}} \sum_{n=k_{i-1}}^{k_i-1} s[n], \quad i = 1, \dots, U \quad (2.42)$$

erfolgen, die ein Maß für die in einem Band enthaltene Energie ist. Verschiedene Abstufungen in z.B. schwarze (besetzte), graue (mit Unsicherheit nicht besetzte) und weiße (leere) Bänder (engl. white spaces) können vorgenommen werden, um dem Cognitive Radio eine bessere Entscheidungsgrundlage zur Wahl eines Bandes zur Übertragung zu geben. Graue Bänder werden erst verwendet, wenn keine weißen mehr verfügbar sind, wogegen schwarze Bänder nicht besetzt werden dürfen, weil dort höher priorisierte Nutzer Übertragungen tätigen.

Für die Charakterisierung der Performance des zu verwendenden Klassifikators ist es zweckmäßig zwischen besetzt (schwarz) und leer (grau, weiß) zu unterscheiden, wodurch wieder Detektions- und Falschalarmraten angegeben werden können. Da in der Realität viele Signale durch nahezu weiße und gaußverteilte Nutzsignale im jeweiligen Band approximiert werden können, liegt es nahe, besetzte Bänder hinsichtlich der im Band enthaltenen Energie nach (2.42) zu bestimmen und den Energy Detector zu verwenden. Keinerlei andere Kennzeichen der meist in der Praxis verwendeten Signale, wie Wiederholungen oder Periodizitäten, werden zur Nutzung bzw. verbesserten Detektion herangezogen, weswegen der Ansatz auf eine weite Klasse von Signalen anwendbar ist und damit Allgemeingültigkeit besitzt. Ein weiterer Vorteil stellt die einfache Implementierung und schnelle Berechnungsdauer dar, welche im Folgenden deutlich wird.

2.5.1. Energy Detector in der Spektralschätzung

Eine direkte Anwendung des ED auf die PSD ist möglich, da jeweils ein einheitlicher Bandbreitebereich des Amplitudenspektrums \mathbf{c} betrachtet wird. In diesem treten Signal \mathbf{x} und Rauschen \mathbf{n} wegen der Orthogonalität der Fouriermatrixspalten, wie im Zeitbereich, als AWGN mit Varianz σ_n^2 bzw. σ_s^2 von jeweils Real- und Imaginärteil auf. Im Folgenden beschreiben zur vereinfachten Darstellung \mathbf{c} und \mathbf{s} Vektoren mit den einzelnen Werten des durch den WED erzeugten Spektralbereiches der Länge $N_L = k_i - k_{i-1}$. Die Werte des Amplitudenspektrums sind daher normalverteilt, wobei diese nach (2.11) zur Rauschreduktion jeweils mehrfach ermittelt werden und mit der spektralen Leistungsdichte verknüpft sind. Als Teststatistik wird der Log-Likelihood-Quotienten-Test verwendet, der nach [ALLP12] auf einen nach dem Neyman-Pearson-Lemma optimalen Test führt, bei dem die Signal- und Rauschleistung ins Verhältnis $\Lambda(\mathbf{s})$ gesetzt und ein Vergleich mit einer Schwelle η durchgeführt wird:

$$\Lambda(\mathbf{s}) = \frac{\frac{1}{Q} \sum_{j=1}^Q \|\mathbf{c}_j\|_2^2}{\sigma_n^2} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \eta \quad (2.43)$$

$$= \frac{\frac{1}{Q} \sum_{j=1}^Q \sum_{k=1}^{N_L} |c_{kj}|^2}{\sigma_n^2} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \eta \quad (2.44)$$

$$= \frac{1}{Q} \frac{\sum_{k=1}^{2 \cdot N_L \cdot Q} |\tilde{c}_k|^2}{\sigma_n^2} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \eta. \quad (2.45)$$

Mit dem Vektor $\tilde{\mathbf{c}}$, der alle realen und imaginären Elemente der gemessenen Vektoren \mathbf{c}_j zusammenfasst, ergibt sich die Falschalarmwahrscheinlichkeit unter Hypothese \mathcal{H}_0 mit der CDF der Chi-Quadrat-Verteilung $F_{\chi_{2N_L Q}^2}$, die $2N_L Q$ Freiheitsgrade aufweist, zu

$$\mathbb{P}_F = \mathbb{P}(\Lambda(\mathbf{s}) > \eta | \mathcal{H}_0) = \mathbb{P}(\|\tilde{\mathbf{c}}\|_2^2 / \sigma_n^2 > \eta \cdot Q | \mathcal{H}_0) = 1 - F_{\chi_{2N_L Q}^2}(\eta \cdot Q) \quad (2.46)$$

und es kann eine Verknüpfung zur mittleren i -ten Spektralleistungsdichte erfolgen:

$$\frac{1}{N_L Q} \|\tilde{\mathbf{c}}\|_2^2 = \frac{1}{N_L} |\mathbf{s}| = \bar{s}_i > \eta_E = \eta / N_L \cdot \sigma_n^2 \quad (2.47)$$

$$\bar{s}_i > \eta_E = \frac{F_{\chi_{2N_L Q}^2}^{-1}(1 - \mathbb{P}_F)}{N_L Q} \cdot \sigma_n^2. \quad (2.48)$$

Dadurch kann für das geschätzte flache Spektrum aus (2.42) ein Schwellwert des Energy Detector η_E bzw. eine einzuhaltende Falschalarmrate \mathbb{P}_F eingestellt werden, für die zwischen leer und besetzt unterschieden wird. Es wird hierfür eine Kenntnis des Rauschens vonnöten. Wenn leere Bänder vorliegen, was normalerweise der Fall ist, denn es handelt sich um ein dünn besetztes Spektrum, kann die Rauschleistung aus dem Band oder mehreren Bändern mit der niedrigsten Energie $\min\{\bar{\mathbf{s}}\} \approx \sigma_n^2$ extrahiert werden oder es kann eine separate Schätzung des Rauschens vorgesehen werden. Die Detektionswahrscheinlichkeit unter Hypothese \mathcal{H}_1 kann analog hergeleitet werden und führt durch geschickte Umformung sofort auf

$$\mathbb{P}_D = \mathbb{P}(\Lambda(\mathbf{s}) > \eta | \mathcal{H}_1) = \mathbb{P}\left(\frac{\Lambda(\mathbf{s})}{1 + \sigma_s^2 / \sigma_n^2} > \frac{\eta}{1 + \sigma_s^2 / \sigma_n^2} \middle| \mathcal{H}_1\right) \quad (2.49)$$

$$= \mathbb{P}\left(\frac{\|\tilde{\mathbf{c}}\|_2^2}{\sigma_n^2 + \sigma_s^2} > \frac{\eta \cdot Q}{1 + \text{CNR}} \middle| \mathcal{H}_1\right) \quad (2.50)$$

$$= 1 - F_{\chi_{2N_L Q}^2}\left(\frac{\eta \cdot Q}{1 + \text{CNR}}\right) \quad (2.51)$$

$$= 1 - F_{\chi_{2N_L Q}^2}\left(\frac{F_{\chi_{2N_L Q}^2}^{-1}(1 - \mathbb{P}_F)}{1 + \text{CNR}}\right), \quad (2.52)$$

wobei $\text{CNR} = \sigma_s^2 / \sigma_n^2$ das Träger-Rausch-Verhältnis (engl. **C**arrier-**t**o-**N**oise **R**atio) angibt. Mit diesem Wissen können für die einzelnen Spektralbereiche die Schwellwerte η_E festgelegt werden, die eine gewisse Detektions- und Falschalarmrate garantieren.

Der Energy Detector gibt nach Schwellwertvergleich im laufenden Betrieb aus, ob ein Band mit den Grenzen $\{\hat{k}_i\}_{i=1}^{\hat{U}-1}$ besetzt ist oder nicht. Dies kann mit dem Binärvektor \mathbf{b} , der aus der Operation

$$\mathbf{b} = (\bar{\mathbf{s}} > \eta_E) \quad (2.53)$$

hervorgeht, repräsentiert werden. Das Cognitive Radio kann auf dieser Grundlage und unter Einbeziehung weiterer optionaler Informationen, wie Erfahrungswerten oder Softwerten der PSD-Schätzung (2.42), eine Entscheidung für ein Band treffen, über das eine Übertragung stattfinden soll.

2.5.2. Energy Detector und CS

Als problematisch erweist sich der Einsatz des Energy Detectors in Kombination mit einer Unterabtastung, da in der Herleitung von einer vollen Anzahl an Abtastwerten ausgegangen wird. Nach Unterabtastung erfolgt nämlich eine Rekonstruktion mithilfe von CS-Algorithmen, deren Robustheit gegenüber Rauschen mit ansteigender Kompression sinkt [EK12]. Dadurch verschlechtert sich auch die Rekonstruktionsqualität, sodass z.B. bei Rekonstruktion der Kanten der Rauschpegel zwischen zwei Bändern zu stark schwanken kann. Dadurch wird im schlechtesten Fall nur der Bereich des geringsten Pegels als Rauschen detektiert, wodurch der Schwellwert des ED in diesem Fall als zu optimistisch eingestuft werden kann. CS-Rekonstruktionsgarantien und Hypothesentests sollten daher kombiniert werden, um optimale Schwellwerte zu erhalten. Da eine Herleitung dieses in der Literatur noch nicht betrachteten Sachverhaltes weit über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehen würde, wird ein heuristisches Vorgehen verfolgt: Es wird der WED-Schwellwert η_W verwendet, welcher sich bei der Einstellung

an der größten Signalleistung orientiert und im Gegensatz zum ED eine pessimistische Sichtweise auf das Spektrum umsetzt, sodass die Schwellwerte als höher angesehen werden können. Daraufhin wird der Schwellwert η_W auf den niedrigsten Spektralpegel addiert:

$$\eta_E = \eta_W + \min\{\bar{s}\}. \quad (2.54)$$

Dieses Vorgehen ist gut begründet: Wenn ein Pegel vom niedrigsten nicht durch die minimale Kantenhöhe, welche dem Schwellwert äquivalent ist, getrennt werden kann, wird dieser ebenfalls als Rauschen deklariert. In den Simulationen wird zur Bestimmung des WED-Schwellwertes η_W gemäß Gleichung (2.40) jeweils direkt aus der Rekonstruktion der größte Wert als Rausch- und Signalvarianz $\sigma^2 = \sigma_n^2 + \sigma_s^2$ extrahiert. Der Schwellwert des ED ergibt sich dann durch eine Addition dieses Schwellwertes auf die niedrigste, mittlere Spektralleistungsdichte $\min\{\bar{s}\} \approx \sigma_n^2$, woraufhin ein Vergleich der anderen Dichten gegenüber dem Schwellwert stattfindet, um hier zwischen belegt und frei zu unterscheiden.

Zuletzt soll angemerkt werden, dass WED und ED zusammen eine Mustererkennung (engl. Feature Detection) vornehmen: Das Spektrum wird mithilfe von Kanten in verschiedene Bereiche aufgeteilt, die hinsichtlich ihrer Intensität klassifiziert werden. Daher liegt es nahe anstatt einfacher Schwellwerte andere, komplexere Methoden zu verwenden: Ein Beispiel stellt die Bildererkennung dar, für die sich künstliche neuronale Netze hervorragend eignen. Diese sollten nach einem umfassenden Training sogar in der Lage sein, zwischen verschiedenen Signaltypen, wie z.B. WLAN- und Bluetooth-Signal, zu unterscheiden. Mit Hinblick auf eine 2D-Repräsentation der Spektren in Frequenz und Zeit erscheint eine Anwendung ebenfalls lohnenswert. Auch aus diesen Gründen wird auf die Herleitung von Schwellwerten innerhalb von CS verzichtet.

2.6. Aufbau des Spektralschätzers

Am Ende dieses Kapitels soll der Ablauf der Spektralschätzung, wie dieser auch in den Simulationen dieser Arbeit implementiert wurde, nochmals zusammengefasst werden. Der Ablauf kann in Abb. 2.3 eingesehen werden.

Zuerst werden die empfangenen Signale durch einen ADC digitalisiert und gleichzeitig über die Projektionsmatrix \mathbf{V} unterabgetastet. Der Grad der Kompression κ bestimmt die Anzahl der Abtastwerte $M = \kappa N$, wobei also bei Nyquistabtastung N Messwerte bzw. Frequenzpunkte vorliegen. Aus dem unterabgetasteten Signal \mathbf{y} wird nun die Autokorrelationsmatrix $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{y}}$ aus (2.13) über Q wiederholte Messungen geschätzt. Nach Vektorisierung der Autokorrelationsmatrix können Rekonstruktionsvorschriften für die spektrale Leistungsdichte \mathbf{s} aufgestellt und durch den Prozessor abgearbeitet werden. In den Simulationen wird zwischen drei Möglichkeiten unterschieden, die untersucht werden:

- LS: Rekonstruktion der PSD $\hat{\mathbf{s}}$ durch Lösung des Gleichungssystems mit dem LS-Ansatz (2.22)
- CS: Rekonstruktion der PSD $\hat{\mathbf{s}}$ durch Anwendung von CS-Techniken gemäß (2.25)
- CS II: Rekonstruktion der Kanten $\hat{\mathbf{z}}$ mit CS nach (2.33).

Wenn eine CS-Rekonstruktion erfolgt, wird in dieser Arbeit neben der l1-Optimierung hauptsächlich auf den Greedy-Algorithmus OMP zurückgegriffen und eine Orakelschätzung realisiert. Als Abbruchkriterium wird das Residuum in Form des Schätzfehlers oder die Anzahl der Iterationen, wenn es sich um den iterativen Algorithmus OMP handelt, in Form der Anzahl der besetzten Punkte vorgegeben, um eine generelle Abschätzung der Leistungsfähigkeit von CS-Techniken zu ermöglichen. In der Realität liegt jedoch keine Kenntnis vor und praktische Abbruchkriterien müssen verwendet werden.

Verknüpft sind PSD- und Kantenspektrumsrekonstruktion über die Ableitungsoperation. Wenn die PSD bestimmt wurde, wird abgeleitet, um die Kanten erkennen zu können, während im umgekehrten

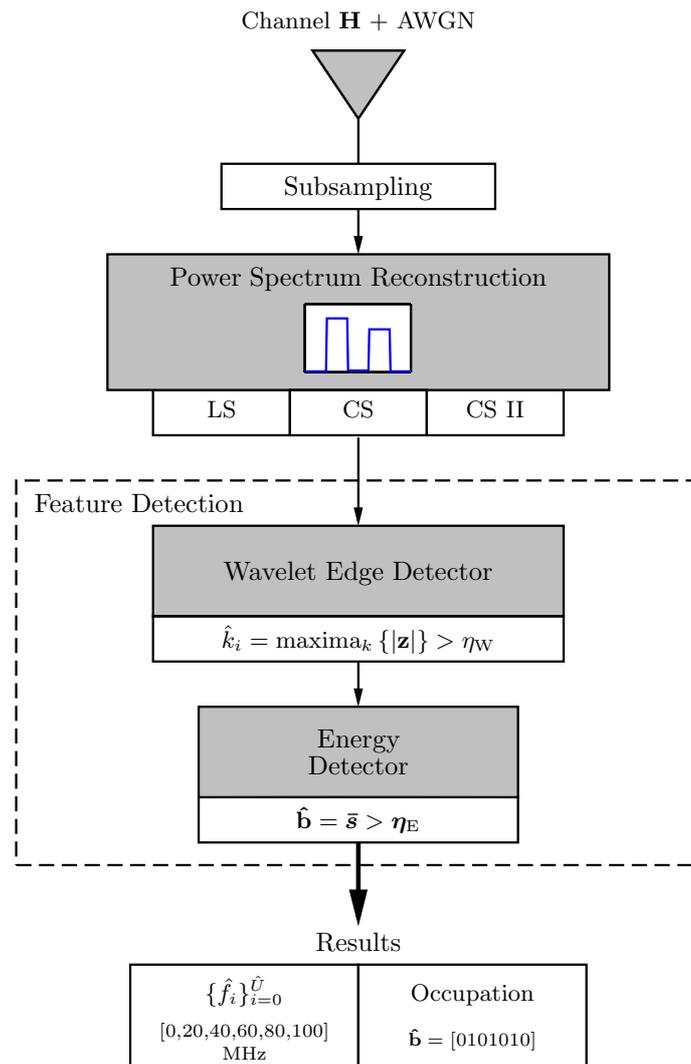


Abbildung 2.3.: Design des Spektralschätzers.

Fall die Operationen rückgängig gemacht werden, um die PSD-Schätzung zu erhalten. Aus dem Absolutbetrag des Kantenspektrums ergeben sich die geschätzten Bandgrenzen $\{\hat{f}_i\}_{i=0}^{\hat{U}}$ als lokale Maxima. Damit das Rauschen unterdrückt wird, wird ein Schwellwert

$$\eta_W = -\sqrt{\frac{2}{Q}} \cdot \max(\hat{\mathbf{s}}) \cdot F_{\mathcal{N}}^{-1}\left(\frac{\mathbb{P}_F}{2}\right) \quad (2.55)$$

für den WED bestimmt, unter dem Maxima nicht berücksichtigt werden. Dieser hängt von der einzuhaltenen und einstellbaren Falschalarmrate \mathbb{P}_F und dem Rauschen im Kantenspektrum ab, dessen Varianz aus dem Quadrat der maximalen Spektralleistungsdichte in der Rekonstruktion $\hat{\mathbf{s}}$ berechnet wird. Eine Gaußfilterung findet im Gegensatz zur Vorarbeit [Bec16] nicht statt.

Nachdem eine Breitbandabtastung (engl. Wideband Sensing) vorgenommen wurde und nun Spektrum und Bandgrenzen am Ausgang vorliegen, kann der Inhalt der einzelnen Bänder der Länge N_L in einer Schmalbanddetektion (engl. Narrowband Sensing) als leer oder belegt charakterisiert werden. Hierfür wird im Gegensatz zur Vorarbeit nicht der Energy Detector verwendet, sondern als heuristische Methode der Schwellwert des WED auf die niedrigste Bandenergie $\min\{\bar{\mathbf{s}}\}$ aufaddiert. Dann werden die Bandenergien, welche der durchschnittlichen Spektralleistungsdichte \bar{s}_i zwischen den Bandgrenzen entsprechen, mit dem Schwellwert $\eta_E = \eta_W + \min\{\bar{\mathbf{s}}\}$ verglichen. Wenn diese über dem Schwellwert liegen, wird Hypothese \mathcal{H}_1 (binär repräsentiert durch eine 1) angenommen und davon ausgegangen, dass das Band belegt ist. Liegen die Werte der PSD darunter, tritt Hypothese \mathcal{H}_0 in Kraft und das Band wird als leer gekennzeichnet (binär repräsentiert durch 0).

Am Ende der Verarbeitung des Spektralschätzers stehen als Ausgang die Lokalisation der Bänder in Form der geschätzten Bandgrenzen $\{\hat{f}_i\}_{i=0}^{\hat{U}}$ und die vermutete Besetzung dieser in Form von Binärwerten $\hat{\mathbf{b}}$ zur Verfügung und zur weiteren Prozessierung oder Entscheidungsfindung durch das CR bereit. Details zu den Standardeinstellungen der Simulation, die in dieser Arbeit vorgenommen werden, und zu der Auswertung der Performance des Spektralschätzers können Anhang A entnommen werden.

Kapitel 3.

Erweiterungen der Grundlagen

Nachdem nun die theoretischen Grundlagen der Spektralschätzung, welche sich gemäß der Vorarbeit [Bec16] aus einer Spektrumsrekonstruktion und anschließender, simpler Mustererkennung zusammensetzt, beschrieben und ergänzt wurden, sollen diese im Folgenden um neue Aspekte erweitert werden. Dazu gehören modifizierte Simulationsergebnisse in Abschnitt 3.1, die die Schlüsse aus der Vorarbeit widerlegen und ausweiten, eine Untersuchung der Abtastmatrizen in 3.2 und des Rauschens im Ansatz Power Spectrum Sensing in 3.3. Außerdem werden in Sektion 3.4 praktische Rekonstruktionsalgorithmen eingeführt und in 3.5 das Signalmodell anhand des Beispiels des 2.4GHz-ISM-Bandes überprüft. Zuletzt wird in Abschnitt 3.6 ausführlich der Einfluss von Übertragungskanälen, die bei Übertragungen unweigerlich auftreten, hergeleitet und dargelegt.

3.1. Modifizierte Simulationsergebnisse

3.1.1. Vergleich der Rekonstruktionsmethoden

In der vorausgegangenen Arbeit wurden Simulationen vorgenommen, aus denen der Schluss gefolgert wurde, dass die direkte Kantenrekonstruktion die Erwartungen an eine höhere Kompression nicht erfüllen kann und die LS-Lösung die beste Rekonstruktionsqualität bietet. Weil dies nicht mit dem aus der Theorie prognostizierten Verhalten übereinstimmt, muss diese These in der nachfolgenden Betrachtung in Zweifel gezogen werden. 3 Punkte können als Ursache der Simulationsergebnisse angegeben werden:

- Die numerische Instabilität der in den Simulation verwendeten Glättungsmatrix kann als Hauptgrund für dieses Verhalten gesehen werden.
- Weiterhin wurde die Anzahl der Iterationen des OMP-Algorithmus zu hoch angesetzt. Diese entsprach der der belegten Spektralpunkte und nicht der eigentlichen Anzahl an Kanten, welche der OMP bestimmen soll.
- Als Projektionsmatrix \mathbf{V} wurde eine Selektionsmatrix verwendet, welche Abtastwerte einfach aussortiert und nicht immer auf CS-Abtastmatrizen führt, die optimale Eigenschaften aufweisen.

In dieser Arbeit soll daher der Einfluss des Gauß-Glättungsfilters eliminiert werden, um eventuelle einhergehende Nichtidealitäten auszuschließen. Es wird keine Filterung vorgenommen und lediglich die Ableitung des Spektrums mit den wenigen Kanten zur CS-Rekonstruktion herangezogen. Die Anzahl der Iterationen des OMP wird reduziert, indem eine Orakelschätzung umgesetzt wird. Als Abbruchkriterium wird bei diesem das Unterschreiten eines gewissen Restfehlers bzw. Residuums definiert, welcher dem Schätzfehler entspricht, der aus der Approximation der Autokorrelationsmatrix resultiert und in Abschnitt 3.3 beschrieben und hergeleitet ist. Dadurch ist der Algorithmus im Gegensatz zur Vorgabe der Anzahl der Iterationen in der Lage, Fehler im iterativen Prozess zu korrigieren, was bessere Ergebnisse ermöglichen sollte. Um generell eine höhere Kompression zu ermöglichen, wird im Folgenden die komplexe Gauß-Zufallsmatrix als Projektionsmatrix \mathbf{V} verwendet, welche mit hoher

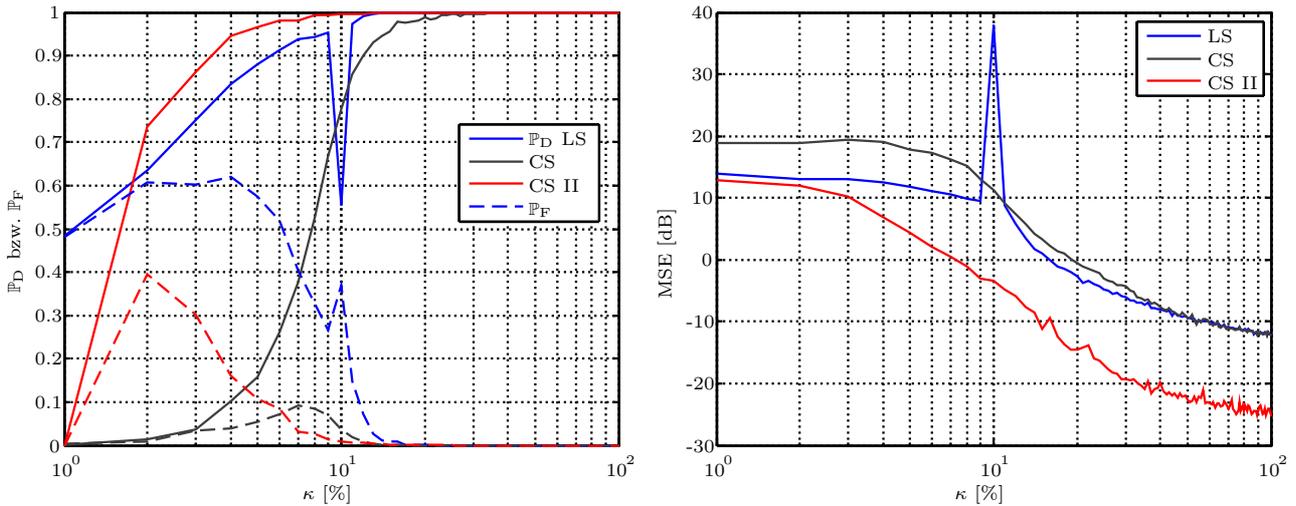


Abbildung 3.1.: Links Detektions- und Falschalarmraten (durchgezogene bzw. gestrichelte Linie) und rechts MSE (ideales Spektrum) bei Einsatz unterschiedlicher Algorithmen und Variation der Kompression κ .

Wahrscheinlichkeit RIP erfüllt und gleichzeitig wegen der Normierung der Spalten die Informationen bzw. Energien aller Abtastwerte erhält.

In Abbildung 3.1 können die Simulationsergebnisse für eine Orakelschätzung mit den genannten Modifikationen eingesehen werden. Die Simulationseinstellungen und Auswertungsgrößen sind ausführlich im Anhang A dargelegt und mit zwei wichtigen Änderungen denen der Vorarbeit [Bec16] nachempfunden: Der Energy Detector wurde durch eine Heuristik unter Zuhilfenahme des WED-Schwellwertes ersetzt (siehe Abschnitt 2.5.2). Außerdem wurde das Grundrauschen um den Faktor 10 auf $\sigma_n^2 = 0.1$ reduziert, welcher dem in der Praxis zu erwartenden Wert näher kommen sollte.

Im WLAN-Belegungschema, bei dem die einzelnen Bänder mit weißem Rauschen belegt sind, weisen alle untersuchten Algorithmen noch über die Kompression hinaus, bei der eine eindeutige Rekonstruktion gemäß (2.21) und (2.24) gewährleistet ist, eine für die Detektion ausreichende Rekonstruktionsqualität auf: Die Least-Squares-Lösung (LS) und die CS-Lösung (CS), bei der der OMP direkt auf das dünn besetzte Spektrum angewendet wird, unterscheiden sich nicht merklich in ihrer Performance und können beide, wie im linken Graphen aus Abb. 3.1 zu sehen, bis ca. $\kappa = 15\%$ hohe Detektionsraten $\mathbb{P}_D \geq 98\%$ und niedrige Falschalarmraten $\mathbb{P}_F \leq 1\%$ bieten. Die Grenzen für perfekte Rekonstruktion liegen deutlich höher: Diese befinden sich für den LS-Ansatz nach (2.21) bei einer Kompression von $\kappa = 50\%$ und für den CS-Ansatz nach (2.24) bei $\kappa = 40\%$, wobei letztere der eigentlichen Belegung β entspricht, und zeigen, dass eine eindeutige Rekonstruktion nicht benötigt wird zur Detektion. Auch eine suboptimale Lösung kann hierfür ausreichen. Der geringe Unterschied im MSE, der im rechten Graphen eingesehen werden kann, weist ebenfalls auf eine ähnliche Leistungsfähigkeit der Algorithmen hin. In der Vorarbeit zeigte CS im Vergleich zu den beiden anderen betrachteten Algorithmen noch die schlechteste Leistung, die mit dem hohen Gleichanteil des Grundrauschens, welche die Annahme einer dünnen Belegung des Spektrums ungünstig macht, begründet werden kann.

Der Ansatz der direkten Kantenrekonstruktion (CS II) kann im Gegensatz zur Vorarbeit als beste Rekonstruktionsmethode bezeichnet werden. Es kann nämlich eine hohe Detektionsrate von $\mathbb{P}_D \approx 97\%$ bei einer noch relativ niedrigen Falschalarmrate von $\mathbb{P}_F \approx 10\%$ bis zu einer Kompression von $\kappa = 5\%$, die mit $\beta_{\text{Kante}} = (U - 1 + 1)/N = 5\%$ der Belegung des Kantenspektrums entspricht, erreicht werden, während der mittlere quadratische Fehler in Bezug auf ein ideales Signal ohne Schätzfehler immer um mindestens 10 dB geringer ist als bei den beiden anderen Verfahren.

Geklärt werden muss noch eine Auffälligkeit im Verlauf der Raten und des MSE der LS-Lösung:

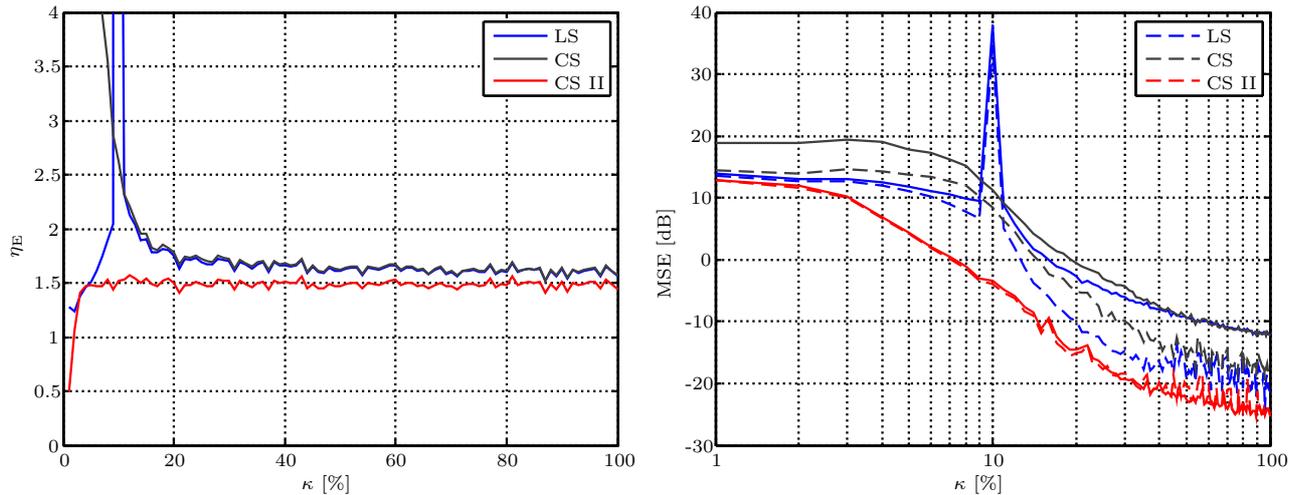


Abbildung 3.2.: Links Höhe des Schwellwertes in der Standardsimulation und rechts MSE der Flachbandschätzung (gestrichelt) im Vergleich zum MSE der Rekonstruktion in Bezug auf das ideale Spektrum.

Ein plötzlicher Abfall der Detektionsrate bzw. Anstieg der Falschalarmrate sowie ein Anstieg des MSE erfolgt bei $\kappa = 10\%$, während sich der Verlauf ansonsten kontinuierlich fortsetzt. In Simulationen konnte eine numerische Instabilität des Gleichungssystems beobachtet werden, die als Ursache der schlechten Performance ausgemacht werden kann. Diese Besonderheit liegt im Fall einer quadratischen Abtastmatrix Φ vor, welche für $N = M^2$ aus dem Khatri-Rao-Produkt einer fouriertransformierten Gaußzufallsmatrix \mathbf{A} mit deren konjugiert komplexen Gegenstück hervorgeht. Im Rahmen der Theorie der Zufallsmatrizen kann mithilfe der Singulärwerte auf den Grund für die in den Simulationen beobachtete numerische Instabilität der Matrix Φ geschlossen werden. Weil es sich um einen Sonderfall handelt und dieses Thema über den Rahmen der Arbeit hinausgehen würde, wird auf eine weitere Betrachtung jedoch verzichtet.

Nun soll noch einmal gezeigt werden, dass die Vorgehensweise zur Ermittlung der Spektralschätzung gerechtfertigt ist: Dass die Einstellung der Schwellwerte generell und auch bei Erhöhung der Kompression zu sinnvollen Ergebnissen führt, kann im linken Graphen aus Abb. 3.2 unter Annahme der Standardwerte (siehe Sektion A.3) für alle Algorithmen eingesehen werden. Einerseits unterscheidet sich die Höhe des Schwellwertes des ED η_E für die betrachteten Rekonstruktionsalgorithmen kaum, andererseits bleibt dieser im Bereich, in dem die Rekonstruktionsqualität hoch ist, nahezu konstant. Mit $\eta_E \approx 1.6$ befindet sich dieser genau zwischen Grundrauschen $\sigma_n^2 = 0.1$ und kleinstem Träger $\sigma_s^2 = 4$ und kann damit hohe Detektions- und niedrige Falschalarmraten ermöglichen. Dieses Verhalten kann in sämtlichen Simulationen beobachtet werden; auf eine Darstellung wird aus Gründen des Umfangs verzichtet. Dies bedeutet, dass selbst ohne a-priori-Wissen eine gute Einstellung der Schwellwerte η_W und η_E , die sich nur geringfügig nach (2.54) unterscheiden, mithilfe der Rekonstruktion möglich ist. Weiterhin kann die Berechnung der mittleren Spektralleistungsdichte zwischen zwei Kanten als vorteilhaft angesehen werden, da diese Flachbandschätzung bei LS- und CS-Lösung einen niedrigeren MSE bezüglich des idealen Spektrums ermöglicht, wie im rechten Graphen aus Abb. 3.2 zu sehen. Dies ist gleichbedeutend mit hohen Detektions- und niedrigen Falschalarmraten von Kanten mithilfe des WED im vorigen Verarbeitungsschritt, auf deren Darstellung daher in dieser Arbeit verzichtet werden kann. Gewinnbringend kann über die simple Mustererkennung das a-priori-Wissen über die flache Gestalt der Bänder genutzt werden, um den MSE zu verringern. Bei der direkten Kantenrekonstruktion dagegen kann kein Vorteil beobachtet werden. Der MSE ist in beiden Fällen nahezu identisch, weil schon die Rekonstruktion des Spektrums eine Flachbandschätzung darstellt. Abschließend kann damit festgehalten werden, dass die Verwendung des Ablaufes in allen nachfolgenden Anwendungen gut begründet ist.

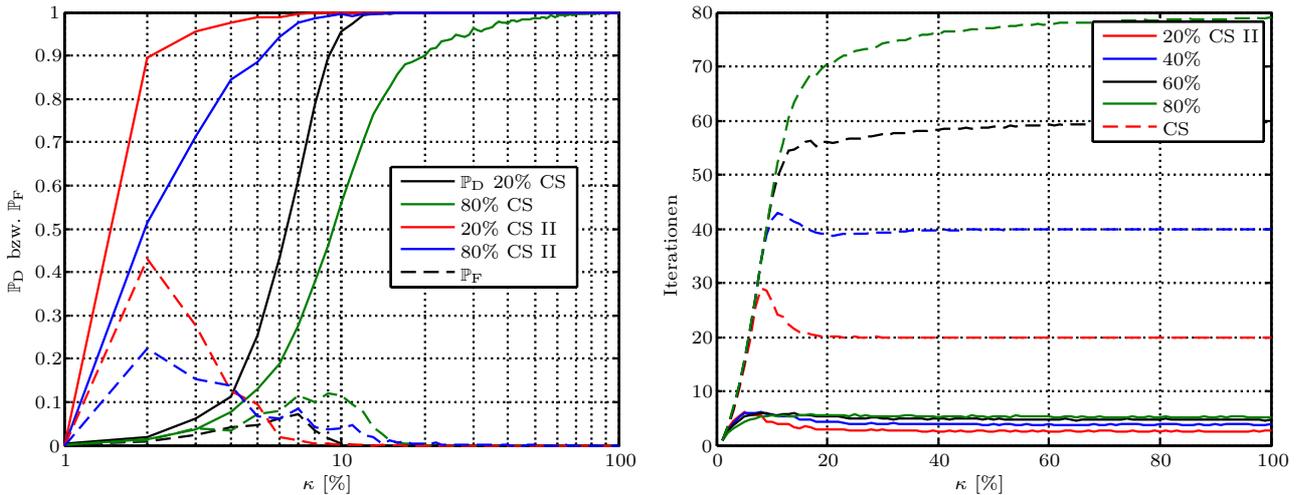


Abbildung 3.3.: Links Detektions- und Falschalarmraten für CS- und Kantenrekonstruktion und rechts Anzahl der benötigten Iterationen des OMP bei Variation der Belegung β und Kompression κ .

3.1.2. Einfluss der Belegung

Dass sich der Einsatz der Kantenrekonstruktion im Vergleich zur CS-Rekonstruktion des Spektrums nicht nur im Hinblick auf die Rekonstruktions- und Detektionsqualität lohnt, kann bei Veränderung der Belegung beobachtet werden. Im linken Graphen aus Abb. 3.3 sind links die Detektions- und Falschalarmraten zu sehen: Bei der direkten Kantenrekonstruktion kann im logarithmischen Maßstab kein größerer Unterschied zwischen den Raten bei niedriger ($\beta = 20\%$) und hoher Belegung ($\beta = 80\%$) des Spektrums erkannt werden. So liegt bei einer Kompression von $\kappa = 5\%$ eine gleiche Falschalarmrate von 10% und eine etwas geringere Detektionsrate von 90% statt 98% vor, während die Performance beim CS-Ansatz stark abfällt. Unter hoher Belegung treten Falschalarme bei einer guten Detektionsrate von 90% ab einer Kompression $\kappa = 20\%$ auf. 100% der belegten Bänder werden bei niedriger Belegung dagegen schon bis 10% ohne Falschalarme erkannt. Im rechten Graphen kann die vom OMP benötigte Anzahl an Iterationen zur Berechnung der Lösung eingesehen werden, welche für CS II im Vergleich zu CS viel kleiner ausfällt ($5 < 20$) und beinahe unabhängig von der Belegung ist. Lediglich die steigende Anzahl von Kanten sorgt für einen kleinen Anstieg. Die Anzahl an Iterationen bei CS entspricht der Anzahl der belegten Spektralfpunkte und lässt den Berechnungsaufwand mit der Belegung steigen. Weil die LS-Gleichungssysteme innerhalb des OMP in den ersten Iterationen wegen der geringen Anzahl an Elementen zudem sehr schnell gelöst werden können, liegt der Prozessieraufwand zudem weit unter dem des LS-Ansatzes. Hier zeigt sich, dass die Kantenrekonstruktion große Einsparungen bei der Berechnungsdauer bieten kann.

3.1.3. Einfluss der Auflösung

Direkte Auswirkung auf die Anzahl der belegten Punkte sollte eine Veränderung der Auflösung, also die der Anzahl von Frequenzpunkten, mit sich bringen. In Abb. 3.4 sind die Ergebnisse bei einer Auflösung von $N = 1000$ dargestellt. Wegen der großen Dimensionen des Gleichungssystems mit $M^2 \times N \geq 10000 \times 1000$ ab $\kappa \geq 10\%$ und der langen resultierenden Berechnungsdauer wurde auf eine Simulation der geringeren Kompressionen verzichtet.

Wieder kann mit $\kappa = M/N = N^{1/2}/N \approx 3.2\%$ für den LS-Ansatz eine Kompression ausgemacht werden, bei der das Gleichungssystem quadratisch und instabil wird. Diese kann dieses Mal bei höheren Kompressionen verzeichnet werden. Im Gegensatz zu den Ergebnissen aus dem linken Graphen von Abb. 3.1, die bei einer Auflösung von $N = 100$ ermittelt wurden, erreicht die LS-Lösung aus diesem

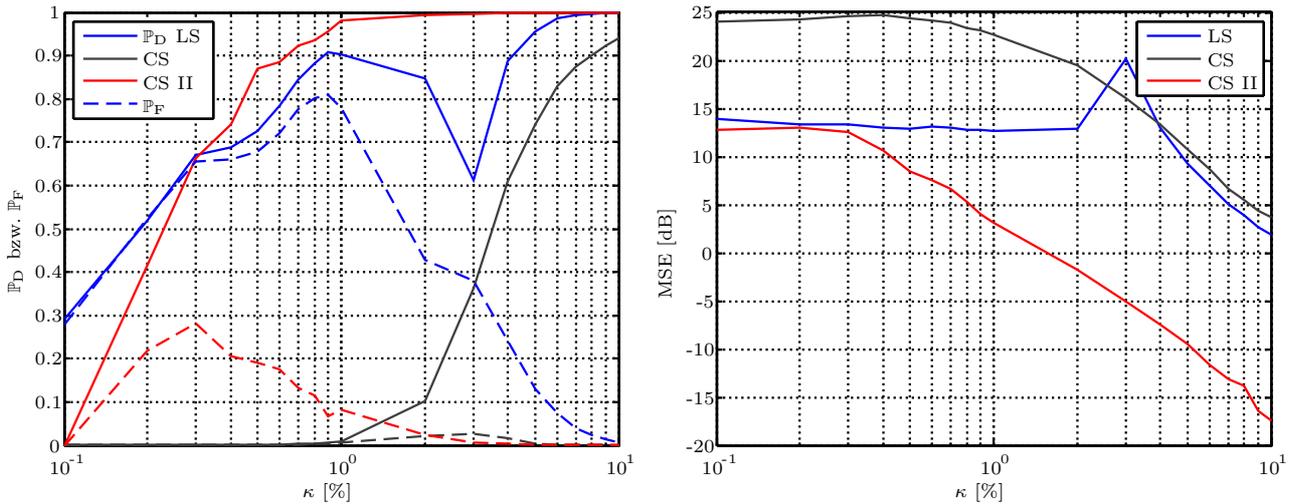


Abbildung 3.4.: Links Detektions- und Falschalarmraten und rechts MSE bei einer Auflösung von $N = 1000$ unter Variation der Algorithmen und der Kompression κ .

Grund perfekte Detektions- und Falschalarmraten schon bei einer Kompression von $\kappa = 10\%$. Der MSE beträgt hier fast 0 dB und kann als Schwelle für sehr gute Detektions- und Falschalarmraten angesehen werden. Solche Raten weist die CS-Lösung vermutlich erst bei einer Kompression von $\kappa = 20\%$ auf, was sich mit den Ergebnissen aus Abb. 3.1 decken würde. Darauf deutet auch der MSE hin, der dann eine Marke von 0 dB durchstoßen sollte. Damit kann festgehalten werden, dass das Verhalten von LS- und CS-Lösung tendenziell unabhängig von der Auflösung ist. Nur die Annäherung an ein quadratisches Gleichungssystem findet bei anderen Kompressionen statt und könnte die Abweichungen zu den Ergebnissen bei einer geringeren Auflösung erklären.

Im Kontrast hierzu kann die direkte Kantenrekonstruktion (CS II) im Vergleich zur niedrigeren Auflösung $N = 100$ eine noch bessere Performance zeigen und erweist sich den anderen beiden Rekonstruktionsmethoden damit als überlegen: Bis zu einer sehr hohen Kompression von 2% werden ein MSE von 0 dB sowie Detektionsraten von nahezu 100% und Falschalarmraten von 2% gewährleistet. Das kann mit der hohen Komprimierbarkeit des Kantenspektrums erklärt werden. Es liegen nämlich trotz höherer Auflösung immer noch 5 Kanten vor, die rekonstruiert werden müssen. Dem stehen $M = N\kappa = 20$ Abtastwerte und $M^2 = 400$ Gleichungen gegenüber. Wenn 5 Abtastwerte, was der Anzahl der Kanten entspricht, verwendet werden, können immerhin noch 87% aller belegten Punkte im Spektrum erkannt werden, während 20% des freien Bereiches fälschlicherweise als belegt deklariert werden. Vor dem Hintergrund, dass nur 0.5% aller Abtastwerte hierfür aufgewendet werden, erscheint dies sehr eindrucksvoll. Ein weiterer Vorteil von CS II liegt darin begründet, dass weniger Iterationen des OMP zur Berechnung nötig sind. Die Anzahl dieser entspricht unabhängig von der Auflösung nämlich immer ungefähr der der Kanten. Für den Fall, dass die PSD direkt über die CS-Lösung bestimmt werden soll, muss der OMP jeden besetzten Spektralpunkt rekonstruieren, was bei hohen Auflösungen die Anzahl der Iteration stark erhöht und mit einer Erhöhung der Belegung gleichgesetzt werden kann. Die Rechenzeit lässt sich mit der direkten Kantenrekonstruktion also stark verkürzen und wird damit den hohen Zeitanforderungen von CR-Systemen gerecht.

3.1.4. Einfluss der Autokorrelationsapproximation

Bisher wurde der Einfluss der Kompression auf die Performance der Spektralschätzung untersucht. Die Performance klassisch unter variierendem Rauscheinfluss zu bestimmen, ist nicht zweckmäßig, weil sich AWGN im Leistungsdichtespektrum im Idealfall als Konstante bemerkbar machen sollte, die zudem in den meisten Fällen sehr klein ist. Vielmehr muss der Schätzfehler bei der Bestimmung der

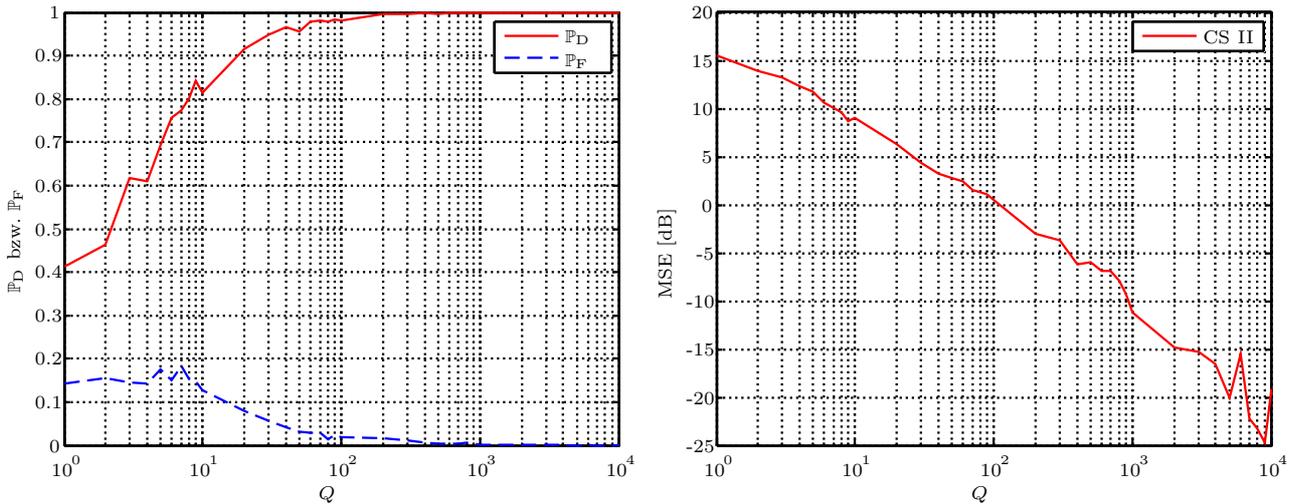


Abbildung 3.5.: Links Detektions- und Falschalarmraten und rechts MSE in Abhängigkeit der Anzahl der Messungen Q bei Kantenrekonstruktion und einer Kompression $\kappa = 15\%$.

Autokorrelationsmatrix als Rauschgröße in der PSD angesehen werden, welcher mithilfe einer hohen Anzahl an wiederholter Messungen bzw. Frames Q reduziert werden kann und auf den ausführlich in Abschnitt 3.3 eingegangen wird. Daher wurde in Simulationen der Einfluss der Anzahl der Messungen Q , welche ein Maß für die Größe des Rauschens darstellt, untersucht. Deren Ergebnisse sind in Abb. 3.5 bei Anwendung der Kantenrekonstruktion (CS II) dargestellt. Damit sich die Schwellwerte η_W in derselben Größenordnung bewegen, wurden diese unabhängig von der eigentlichen Anzahl der Messungen mit $Q = 1000$ initialisiert. Bei einer hohen Kompression von $\kappa = 15\%$ können hohe Detektionsraten von 98% und niedrige Falschalarmraten von 3% ab $Q = 60$ Messungen erreicht werden. Deren Anzahl ist damit viel geringer als im Standardfall $Q = 1000$, bei dem sich nahezu perfekte Detektions- und Falschalarmraten einstellen. Sogar bei $Q = 20$ Messungen liegen die Raten mit 90% bzw. 10% in einem akzeptablem Bereich. Die doppelt logarithmische Darstellung des MSE im rechten Graphen zeigt einen eindeutigen Zusammenhang zwischen Rekonstruktionsfehler und Q :

Der MSE sinkt ungefähr um 10 dB/Dekade, was der Reduktion der Schätzfehlerenergie entspricht. Dieses Absinken scheint zudem, wie in den Simulationen beobachtet werden konnte, beinahe unabhängig von der Kompression zu sein. Es kann daher festgehalten werden, dass eine Reduzierung des quadratischen Schätzfehlers in den Messungen die Rekonstruktionsqualität um denselben Faktor verbessert.

Mit der Beobachtung, dass bis zu einem mittleren Fehler von 0 dB fast perfekte Detektions- und Falschalarmraten erreicht werden, können Regeln zum Design des Spektralschätzers angegeben werden: Wenn z.B. alle Abtastwerte ($\kappa = 100\%$) vorliegen, kann den Ergebnissen aus dem rechten Graphen aus Abb. 3.1 zufolge ein $\text{MSE} = -20$ dB erreicht werden. Deswegen kann noch eine Verschlechterung um 20 dB toleriert werden, die für den Fall vorliegt, dass die Anzahl der Messungen von $Q = 1000$ auf $Q = 10$ reduziert wird. $Q = 10$ Messungen reichen demnach bei $\kappa = 100\%$ für gute \mathbb{P}_D bzw. \mathbb{P}_F aus. Soll auf $\kappa = 15\%$ komprimiert werden, kann der MSE nur um 10 dB erhöht und auf $Q = 100$ Messungen gesenkt werden, was mit letzterem Graphen berechnet und mit dem Ergebnis aus Abb. 3.5 bestätigt werden kann.

3.1.5. l1-Optimierung

Bei dem OMP, der für die Lösung der CS-Probleme in dieser Arbeit verwendet wird, handelt es sich um einen Greedy-Algorithmus, wodurch keine globale Konvergenz des Verfahrens gegen die optimale Lösung gewährleistet ist. l1-Optimierung sollte in der Lage sein, die l0-Norm besser zu approximieren

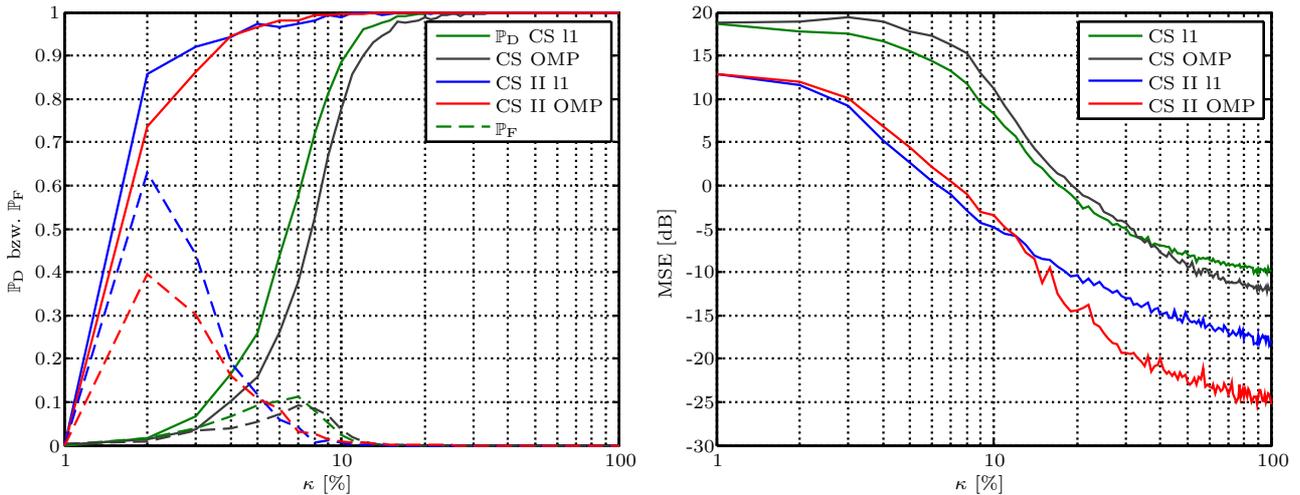


Abbildung 3.6.: Links Detektions- und Falschalarmraten und rechts MSE (ideales Spektrum) für l1-Optimierung im Vergleich zu OMP bei Variation der Kompression κ .

und dem globalem Optimum näher zu kommen, weswegen nun beide Ansätze verglichen werden sollen. Die Simulationsergebnisse finden sich in Abb. 3.6, wobei CVX, ein Softwarepaket zur Spezifizierung und Berechnung von konvexen Programmen, für die Lösung des l1-Optimierungsproblems unter der Nebenbedingung eines beschränkten Residuums verwendet wurde [GB16]. Als Lösungsalgorithmus wurde hier SDPT3 ausgewählt. Das Residuum wurde analog zum OMP durch das Quadrat des Schätzfehlers vorgegeben und damit eine Orakelschätzung realisiert. Die Ergebnisse deuten auf den überraschenden Sachverhalt hin, dass der OMP bei niedrigen Kompressionen bis 30% bzw. 10% für CS bzw. CS II eine bessere Rekonstruktionsqualität in Form des MSE bietet. Dies kann aber nach [Eld15] durchaus der Fall sein, wenn die Einträge von \mathbf{s} bzw. \mathbf{z} groß gegen das Rauschen sind. Wegen der hohen Anzahl der Messungen von $Q = 1000$ ist diese Voraussetzung erfüllt. Auch das einfach formulierte Problem des WLAN-Belegungsschemas könnte als Ursache infrage kommen. Auswirkungen auf die Detektions- und Falschalarmraten hat die Rekonstruktionsqualität aber erst in dem Bereich hoher Kompression, in dem der mittlere quadratische Fehler der l1-Lösung schon unter dem des OMP liegt. Die direkte Anwendung des CS-Problems auf das Spektrum zeigt hier geringfügig geringere Falschalarmraten und höhere Detektionsraten von 96% im Vergleich zu 90%, während bei der direkten Kantenrekonstruktion bis zur relevanten Kompression $\kappa = 4\%$ kein Unterschied in der Performance beobachtet werden kann. Daher konnte mit Einschränkungen gezeigt werden, dass die l1-Optimierung die Erwartungen an eine höhere Qualität der Lösung erfüllen kann, es aber in den Standardsimulationen dieser Arbeit völlig ausreichend ist, den OMP zur Berechnung der CS-Lösungen heranzuziehen.

3.2. Analyse der Kohärenz der Abtastmatrizen

Bislang wurden in Abschnitt 2.3 Garantien im Rahmen von Power Spectrum Sensing bei Anwendung von CS nur in Hinblick auf die Eindeutigkeit der Lösung betrachtet und die hierfür notwendige Kompression angegeben. Wegen der in [CE14] hergeleiteten Eindeutigkeit erfüllt die Matrix Φ gemäß Abschnitt 2.2 die Null Space Property. Die Bedingung für diese ist, dass auch \mathbf{A} NSP aufweist und die Anzahl an Abtastwerten $M > k_0 = \|\mathbf{s}\|_0$ mindestens größer als die der eigentlichen Nicht-Nullelemente ist. Über die Bewahrung der Distanzen zwischen den k_0 -sparsen Lösungen von (2.25), um die Robustheit gegenüber Rauschen bei Unterabtastung zu erhöhen, wird in [CE14] bezüglich Φ keine Aussage gemacht. Nur mithilfe der RIP-Bedingung, deren Konstante zu ermitteln ist, kann diese abgeschätzt werden. Da es im Allgemeinen sehr schwierig ist NSP oder RIP zu beweisen - denn es handelt sich um kombinatorische Probleme, welche NP-schwer zu lösen sind - werden Eigenschaften der Abtastmatrix

verwendet, die leicht zu berechnen sind, sodass Rekonstruktionsgarantien abgeleitet werden können [EK12].

3.2.1. Kohärenz des Kronecker-Produkts

Die bekannteste Eigenschaft in CS stellt die Kohärenz dar [EK12], die als das größte innere Produkt zwischen zwei Spalten \mathbf{a}_i und \mathbf{a}_j von \mathbf{A} definiert ist:

$$\nu(\mathbf{A}) = \max_{i \neq j \in [1, \dots, N]} \frac{|\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_j|}{\|\mathbf{a}_i\|_2 \|\mathbf{a}_j\|_2}. \quad (3.1)$$

Es stellt sich die Frage, wie die Kohärenz von Φ mit der Matrix \mathbf{A} , aus der diese hervorgeht, zusammenhängt. Um diese herleiten zu können, muss die folgende Beziehung bewiesen werden:

$$\begin{aligned} (\mathbf{a}_i \otimes \mathbf{b}_j)^H (\mathbf{c}_k \otimes \mathbf{d}_l) &= \begin{bmatrix} a_{1i} \mathbf{b}_j^H \\ a_{2i} \mathbf{b}_j^H \\ \vdots \\ a_{ni} \mathbf{b}_j^H \end{bmatrix}^H \begin{bmatrix} c_{1k} \mathbf{d}_l \\ c_{2k} \mathbf{d}_l \\ \vdots \\ c_{nk} \mathbf{d}_l \end{bmatrix} \\ &= a_{1i} c_{1k} \mathbf{b}_j^H \mathbf{d}_l + a_{2i} c_{2k} \mathbf{b}_j^H \mathbf{d}_l + \dots + a_{ni} c_{nk} \mathbf{b}_j^H \mathbf{d}_l \\ &= (\mathbf{a}_i^H \mathbf{c}_k) (\mathbf{b}_j^H \mathbf{d}_l). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Dadurch gilt auch:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{a}_i \otimes \mathbf{b}_j\|_2 &= \sqrt{(\mathbf{a}_i \otimes \mathbf{b}_j)^H (\mathbf{a}_i \otimes \mathbf{b}_j)} \\ &= \sqrt{(\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_i)} \cdot \sqrt{(\mathbf{b}_j^H \mathbf{b}_j)} \\ &= \|\mathbf{a}_i\|_2 \cdot \|\mathbf{b}_j\|_2. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Wird zunächst der allgemeine Fall des Kroneckerprodukts $\Psi = \mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$ nach Gleichung (2.17) betrachtet, folgt für die Kohärenz von diesem:

$$\begin{aligned} \nu(\Psi) = \nu(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) &= \max_{i,j} \frac{|\psi_i^H \psi_j|}{\|\psi_i\|_2 \|\psi_j\|_2} \\ &= \max_{i,j,k,l} \frac{|(\mathbf{a}_i \otimes \mathbf{b}_j)^H (\mathbf{a}_k \otimes \mathbf{b}_l)|}{\|\mathbf{a}_i \otimes \mathbf{b}_j\|_2 \|\mathbf{a}_k \otimes \mathbf{b}_l\|_2} \\ &= \max_{i,j,k,l} \frac{|\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_k| |\mathbf{b}_j^H \mathbf{b}_l|}{\|\mathbf{a}_i\|_2 \|\mathbf{a}_k\|_2 \|\mathbf{b}_j\|_2 \|\mathbf{b}_l\|_2} \\ &= \max_{i,k} \frac{|\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_k|}{\|\mathbf{a}_i\|_2 \|\mathbf{a}_k\|_2} \cdot \max_{j,l} \frac{|\mathbf{b}_j^H \mathbf{b}_l|}{\|\mathbf{b}_j\|_2 \|\mathbf{b}_l\|_2} \\ &= \nu(\mathbf{A}) \cdot \nu(\mathbf{B}). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Mit $\Psi = \mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A}$ entspricht wegen $\nu(\mathbf{A}) = \nu(\mathbf{A}^*)$ die Kohärenz von Ψ dem Quadrat der Kohärenz von \mathbf{A} :

$$\nu(\Psi) = \nu(\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A}) = \nu^2(\mathbf{A}). \quad (3.5)$$

Beim Khatri-Rao-Produkt $\Phi = \mathbf{A} \odot \mathbf{B}$ aus (2.20) wird spaltenweise das Kroneckerprodukt gebildet, sodass sich in den Spalten dieser Matrix jeweils die Kroneckerprodukte $\mathbf{a}_i \otimes \mathbf{b}_i$ zwischen zwei gleichen Spalten von \mathbf{A} und \mathbf{B} befinden und deswegen Gleichung (3.4) dahingehend modifiziert werden muss,

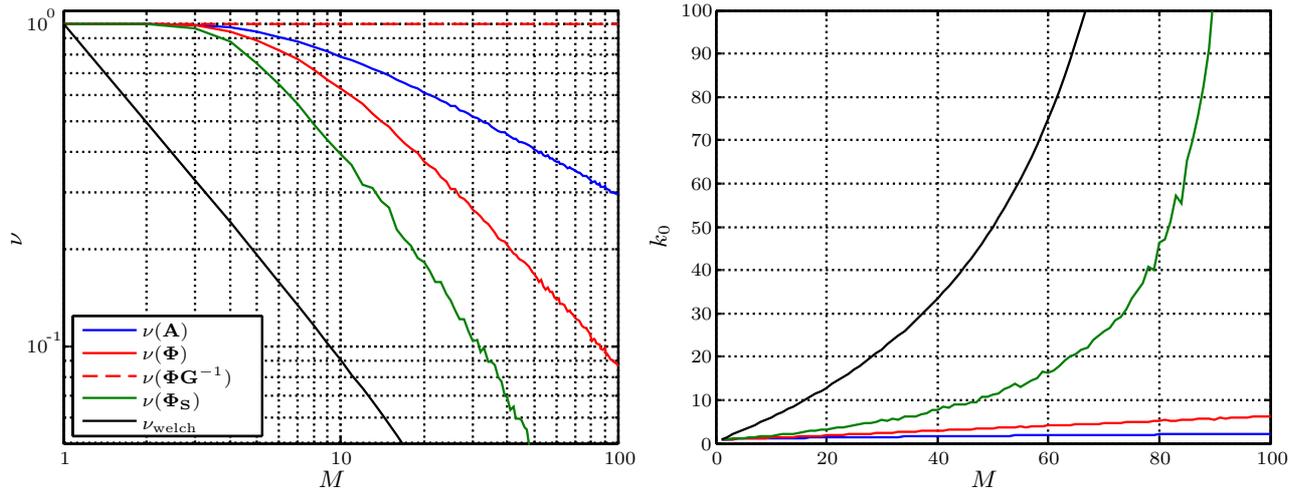


Abbildung 3.7.: Links: Kohärenz der in dieser Arbeit verwendeten Abtastmatrizen und Welch-Grenze ν_{welch}^2 für das Khatri-Rao-Produkt Φ . Rechts: Anzahl der Messungen M und damit maximal eindeutig rekonstruierbare k Nicht-Null-Elemente nach Ungleichung (3.8).

dass $i = j$ und $k = l$ ist:

$$\begin{aligned} \nu(\Phi) = \nu(\mathbf{A} \odot \mathbf{B}) &= \max_{i,k} \frac{|\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_k|}{\|\mathbf{a}_i\|_2 \|\mathbf{a}_k\|_2} \cdot \frac{|\mathbf{b}_i^H \mathbf{b}_k|}{\|\mathbf{b}_i\|_2 \|\mathbf{b}_k\|_2} \\ &\leq \nu(\mathbf{A}) \cdot \nu(\mathbf{B}) . \end{aligned} \quad (3.6)$$

Die beiden Ausdrücke, die jeweils einer Matrix zugeordnet werden, können nicht getrennt maximiert werden, sodass der Wert für die Kohärenz durchaus geringer ausfallen kann und nach oben hin durch das Produkt der Kohärenzen der beiden Matrizen begrenzt wird. Wird, wie in (2.20), das Khatri-Rao-Produkt $\Phi = \mathbf{A}^* \odot \mathbf{A}$ zwischen einer Matrix und deren konjugiert komplexen Gegenstück gebildet, so ist die Kohärenz der beiden betrachteten Ausdrücke für ein bestimmtes i, k -Paar gleichzeitig maximal, weil dann das größte innere Produkt bei beiden zwischen denselben Spalten vorliegt:

$$\nu(\Phi) = \nu(\mathbf{A}^* \odot \mathbf{A}) = \nu^2(\mathbf{A}) . \quad (3.7)$$

Der Ansatz von Power Spectrum Sensing gemäß (2.20) führt also nicht nur auf eine Abtastmatrix mit einer erhöhten Anzahl an Gleichungen, sondern auch aufgrund der Tatsache, dass die Kohärenz bei Gleichheit zweier Spalten maximal einen Wert von 1 annimmt und das Quadrat daher kleiner sein muss, auf eine, die eine geringere Kohärenz als die ursprüngliche Abtastmatrix \mathbf{A} aufweist. Dies bedeutet, dass im Vergleich zum ursprünglichen Gleichungssystem Signale eindeutig rekonstruiert werden können, die eine höhere Anzahl k_0 von Nicht-Null-Elementen enthalten, was durch das folgende Theorem begründet wird [EK12]:

$$k_0 < \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\nu} \right) . \quad (3.8)$$

Der Ausdruck bezieht sich mit der Garantie einer Eindeutigkeit der Lösung wieder auf die NSP; Beziehungen zu RIP können ebenfalls aufgestellt werden [EK12].

In Simulationen kann die mittlere Kohärenz quantitativ bestimmt werden, was im linken Graphen aus Abb. 3.7 für den Fall von $N_{\text{it}} = 100$ bestimmten Gauß-Zufallsmatrizen \mathbf{V} und einer Signaldimension $N = 100$ eingesehen werden kann. Hier wurde zusätzlich das Quadrat der minimal möglichen Kohärenz der Matrix \mathbf{A} mit der Welch-Grenze

$$\nu_{\text{welch}} = \sqrt{\frac{N - M}{M(N - 1)}} \quad (3.9)$$

aufgetragen, welches über das Khatri-Rao-Produkt gemäß (3.7) der unteren Grenze der Abtastmatrix Φ entspricht, um eine Einschätzung der Leistungsfähigkeit zu ermöglichen. Dabei wird deutlich, dass die Kohärenz der Abtastmatrix weit über der minimalen liegt, jedoch eine niedrigere Kohärenz aufweist als die ursprüngliche, sodass die Erwartung bestätigt werden kann, dass diese über die Quadratbeziehung (3.7) zusammenhängen. Bildete man das Quadrat der Kohärenz $\nu(\mathbf{A})$, so würden alle Punkte auf dem Graphen mit denen von $\nu(\Phi)$ zusammenfallen (z.B. bei $M = 100$: $0.3^2 = 0.09$). Die Steigung in der doppelt-logarithmischen Darstellung entspricht ungefähr -10 dB und endet bei 0.09, was die Antiproportionalität und die Gültigkeit der Beziehung

$$\nu(\Phi) = \nu(\mathbf{A})^2 = \left(\sqrt{\frac{2 \log N}{M}} \right)^2 = \frac{2 \log 100}{100} \approx 0.09 \quad (3.10)$$

widerspiegelt, gegen die die Kohärenz für zufällige Verteilungen ohne Erwartungswert und mit endlicher Varianz bei hohen Werten von M und N konvergiert [EK12]. Damit deckt sich der Verlauf mit dem theoretisch zu erwartenden. Um einen Vergleich von unterschiedlichen Abtastmatrizen zu ermöglichen, wurde auch die Kohärenz des Khatri-Rao-Produktes $\nu(\Phi_{\mathbf{S}})$ bei Verwendung von zufällig bestimmten Selektionsmatrizen $\mathbf{V}_{\mathbf{S}}$ bestimmt. Es zeigt sich, dass in diesem Fall die Kohärenz niedriger ausfällt als bei Gauß-Zufallsmatrizen. Dies kann mit der Tatsache erklärt werden, dass \mathbf{A} über die Selektionsmatrix durch Auswählen von Zeilen der inversen Fouriermatrix konstruiert wird, welche orthogonale Spalten und damit minimale Kohärenz 0 aufweist. Durch das Aussortieren von Elementen der Spalten können diese schlechter voneinander abgegrenzt werden und die Kohärenz steigt.

Damit eine bessere Vorstellung davon erlangt werden kann, was diese Kohärenzen bedeuten, soll das Theorem (3.8) herangezogen werden. Die berechneten Werte können dem rechten Graphen aus Abb. 3.7 entnommen werden und zeigen, dass die durch das Theorem vorgegebenen Schranken für die mit Gauß-Zufallsmatrizen bestimmten Abtastmatrizen nur sehr pessimistische Aussagen liefern: Dementsprechend kann bei Vorliegen aller Abtastwerte $M = N = 100$ nur gewährleistet werden, dass ein Signal höchstens $k_0 = 2$ bzw. $k_0 = 6$ Nicht-Nullelemente aufweisen darf, damit mit Sicherheit eine eindeutige Lösung vorliegt. Im Gegensatz dazu besagt das Nyquist-Theorem, dass das Signal unabhängig von der Anzahl der Nicht-Nullelemente eindeutig rekonstruiert werden kann, wenn alle Abtastwerte vorliegen. Diese niedrigen Zahlen sinken mit den Messungen M weiter ab, wobei sich in der Vorarbeit gezeigt hat, dass die Rekonstruktionsqualität bei direkter Anwendung von CS auf das Spektrum und einer Belegung von $\beta = 40\%$ noch bis zu einer Kompression $\kappa = M/N = 20\%$ und damit $M = 20$ qualitativ ausreicht. Weiterhin liegen die Garantien weit unter der theoretisch maximalen über die Kohärenz bestimmbaren Garantie der Welch-Grenze. Eine Verwendung von Selektionsmatrizen lässt aussagekräftigere Schranken zu, die jedoch mit $k_0 = 15$ rekonstruierbaren Elementen bei $M = 60$ Messungen ebenfalls als pessimistisch eingeschätzt werden müssen.

Mithilfe von Performance-Garantien kann die Kohärenz auch zur Bestimmung bzw. Abschätzung der Qualität eingesetzt werden. Hierfür muss angenommen werden, dass es sich bei \mathbf{s} um ein k_0 -sparses Spektrum mit $k_0 < (1 + 1/\nu)/4$ handelt. Werden die Messwerte in der Form $\mathbf{r}_{\mathbf{y}} = \Phi \mathbf{s} + \mathbf{n}$ erhalten und das CS-Problem (3.20) mithilfe von OMP unter der Nebenbedingung bzw. mit dem Abbruchkriterium $\|\mathbf{r}_{\mathbf{y}} - \Phi \mathbf{s}\|_2 \leq \|\mathbf{n}\|_2$ gelöst, gilt

$$\|\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}\|_2 \leq \frac{\|\mathbf{n}\|_2}{\sqrt{1 - \nu(k_0 - 1)}}, \quad (3.11)$$

solange die Fehlerenergie kleiner ist als $\|\mathbf{n}\|_2 \leq |\min \{\mathbf{s}\} \neq 0| \cdot (1 - \nu(2k_0 - 1))/2$ [Eld15]. Da die Sparsity k_0 für die Gültigkeit im Vergleich zu (3.8) nochmals um den Faktor 2 reduziert werden muss, stellt auch diese Beschränkung, diesmal auf den Fehler bezogen, eine sehr konservative Aussage dar. Diese kann in der Praxis für die Abschätzung des Fehlers in der Spektralschätzung als zu grob bezeichnet werden. Eine Anpassung der Schwellwerte η_W bzw. η_E an diesen Fehler bietet sich also nicht an.

Bisher wurde die Kohärenz für den Fall analysiert, dass CS direkt auf das Spektrum angewendet wird. Bezüglich der direkten Kantenrekonstruktion wurden noch keine Rekonstruktionsgarantien angegeben,

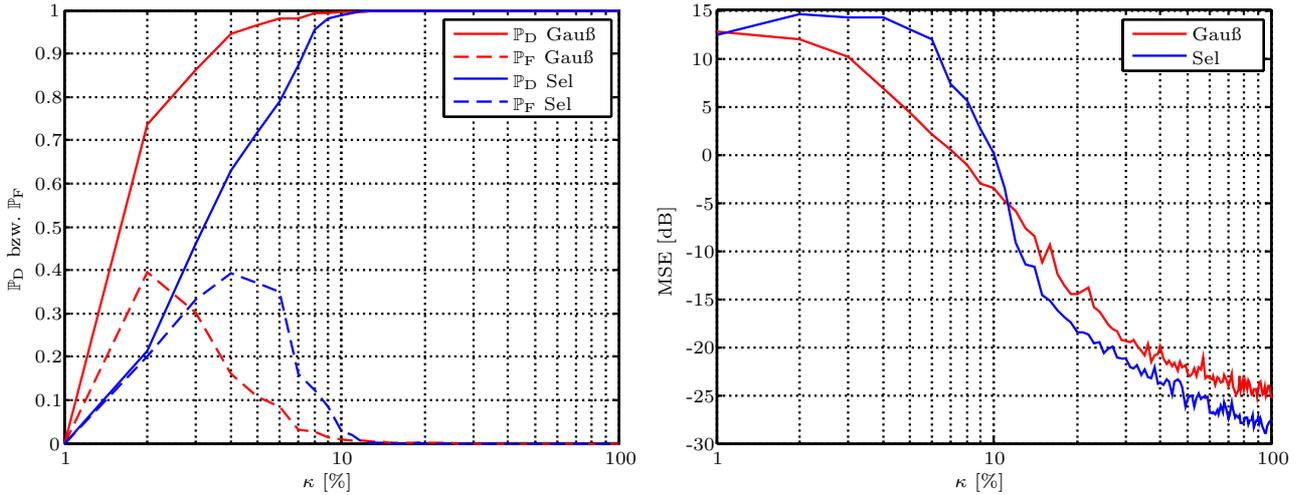


Abbildung 3.8.: Links Detektions- und Falschalarmraten und rechts MSE bei Einsatz von Gauß-Zufallsmatrix oder Selektionsmatrix \mathbf{V} in der Kantenrekonstruktion und Variation der Kompression κ .

weswegen es als nützlich erscheint die Kohärenz genauer zu untersuchen. Betrachtet man aber die Zusammensetzung der Abtastmatrix Φ_{II} aus (2.33), so wird deutlich, dass die einzelnen Spalten eine hohe Korrelation untereinander aufweisen:

$$\Phi_{II} = \Phi \mathbf{G}^{-1} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_{M^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \Phi_{1,i} & \sum_{i=2}^N \Phi_{1,i} & \dots & \Phi_{1,N} \\ \sum_{i=1}^N \Phi_{2,i} & \sum_{i=2}^N \Phi_{2,i} & \dots & \Phi_{2,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sum_{i=1}^N \Phi_{M^2,i} & \sum_{i=2}^N \Phi_{M^2,i} & \dots & \Phi_{M^2,N} \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Zwei benachbarte Spalten unterscheiden sich nur um ein zusätzlich aufsummiertes Element $\Phi_{i,j}$ der Matrix Φ , wodurch bei einer hohen Anzahl an Elementen dieser Unterschied nicht ins Gewicht fallen sollte. Daraus folgt eine Kohärenz, die nahe $\nu \approx 1$ liegt und auch in der Simulation (siehe gestrichelte Linie in Abb. 3.7) bestätigt werden konnte. Mit den Standard-CS-Analysewerkzeugen kann die Kantenrekonstruktion also nicht untersucht werden, weswegen in Abschnitt 2.4.2 das theoretische Konzept der Cosparsity eingeführt wurde. Hier wird \mathbf{G} als Analyseoperator betrachtet, während es sich bei Φ weiterhin um die klassische Abtastmatrix handelt.

3.2.2. Einfluss der Kohärenz in der Spektralschätzung

Zuletzt kann der Einfluss der Kohärenz auf die Spektralschätzung untersucht werden. In der Vorarbeit [Bec16] wurde als Projektionsmatrix die Selektionsmatrix \mathbf{V}_S verwendet, sodass eine Abtastmatrix \mathbf{A} entsteht, deren Zeilen die über \mathbf{V}_S ausgewählten Zeilen der inversen Fouriermatrix beinhaltet. Aufgrund der Orthogonalität der Spalten sollten sich gute Kohärenzeigenschaften ergeben, die im vorigen Abschnitt bewiesen werden konnten, jedoch wird ein Teil der Abtastwerte im Gegensatz zur Gauß-Zufallsmatrix aussortiert. Weil die Wahl der Projektionsmatrix großen Einfluss auf die Rekonstruktion in CS hat, soll auch ein Vergleich der Leistungsfähigkeit erfolgen, welcher in Abb. 3.8 unter Einsatz der Kantenrekonstruktion eingesehen werden kann. Wie zu erwarten, ermöglicht eine Gauß-Zufallsmatrix hohe Detektions- und niedrige Falschalarmraten bis zu einer höheren Kompression von ca. $\kappa = 5\%$, während dieselbe Performance bei einer Selektionsmatrix bis ca. $\kappa = 9\%$ gewährleistet ist. Der mittlere quadratische Fehler gibt Aufschluss über folgenden Sachverhalt: Über einen weiten Bereich der

Kompression ist die Rekonstruktionsqualität bei Anwendung von Selektionsmatrizen höher als bei Gauß-Zufallsmatrizen. Dies kann mit der niedrigen Kohärenz der entstehenden Abtastmatrizen erklärt werden, die eine optimale Eigenschaft bei Verwendung des OMP-Algorithmus darstellt, weil bei diesem Residuum und die Spalten der Abtastmatrix zur Bestimmung einzelner Elemente korreliert werden. Erst im Bereich hoher Kompression ($\kappa \leq 12\%$), in dem die Qualität der Rekonstruktion so gering wird, dass die Ausdehnung und Belegung der Spektralbereiche durch WED und ED nicht mehr eindeutig bestimmt werden kann und sich folglich die Detektionsperformance verschlechtert, kann die Gauß-Zufallsmatrix durch die Energieerhaltung eine höhere Rekonstruktionsqualität als die Selektionsmatrix ermöglichen. Deswegen gestaltet sich der Einsatz der Gauß-Zufallsmatrix in der Gesamtbeurteilung als vorteilhaft und eignet sich, um die Performance des Spektralschätzers unter Vorliegen einer idealen CS-Abtastmatrix zu messen. Ergänzend sei erwähnt, dass die Wahl der Projektionsmatrix nicht die Hauptursache für die Unterschiede der Ergebnisse aus Abschnitt 3.1 zu denen der Vorarbeit [Bec16] darstellt, weil selbst mit der Selektionsmatrix im modifizierten Simulationsablauf eine bessere Performance erreicht werden kann. Hier waren bei niedrigen Falschalarmraten hohe Detektionsraten $\mathbb{P}_D \geq 95\%$ bis lediglich $\kappa \approx 20\%$ möglich.

3.3. Rauschen im Ansatz Power Spectrum Sensing

Ein Aspekt, der in [CE14] nicht betrachtet bzw. vernachlässigt wurde, ist Rauschen.

3.3.1. Rauschmodell

Einerseits kann dieses auf dem zu rekonstruierenden und sparsen Signal liegen und andererseits erst nach der Abtastung die Messwerte überlagern. In der Praxis können diese zwei verschiedenen Eingriffsmöglichkeiten mit Hintergrundrauschen im elektromagnetischen Spektrum in der Luft \mathbf{n}_1 begründet werden oder mit dem thermischen Rauschen \mathbf{n}_2 , das im Analog-Digital-Wandler, der durch die Samplingmatrix \mathbf{V} repräsentiert ist, entsteht. So resultiert folgendes Rauschmodell:

$$\mathbf{y} = \mathbf{V}(\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{n}}_1) + \mathbf{n}_2 = \mathbf{V}\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{F}\tilde{\mathbf{n}}_1) + \mathbf{n}_2 = \mathbf{A}(\mathbf{c} + \mathbf{n}_1) + \mathbf{n}_2. \quad (3.13)$$

Rauschen, welches direkt auf die Nyquistmessungen wirkt, wird durch die Fouriertransformation in seinen Eigenschaften, wenn man von der Skalierung mit dem Faktor N absieht, der der Länge des Vektors \mathbf{x} entspricht, nicht beeinflusst. Da dies den Einfluss des Rauschens auf das Amplitudenspektrum bzw. die unterabgetasteten Messungen \mathbf{y} beschreibt, muss das Verhalten bei Rekonstruktion der PSD gemäß (2.20) untersucht werden. Wird erst einmal das Rauschen \mathbf{n}_1 im Spektrum \mathbf{c} betrachtet ($\mathbf{n}_2 = 0$) ergibt sich:

$$\mathbf{R}_y = \mathbb{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = \mathbf{A} \mathbb{E}[(\mathbf{c} + \mathbf{n}_1)(\mathbf{c} + \mathbf{n}_1)^H] \mathbf{A}^H = \mathbf{A}(\mathbf{R}_c + \mathbf{R}_{\mathbf{n}_1}) \mathbf{A}^H = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{R}}_c \mathbf{A}^H. \quad (3.14)$$

Weil Signal und Rauschen komplett unkorreliert sind, verschwinden die Kreuzterme und es liegt eine Linearkombination aus Spektralkorrelation und Rauschkorrelation vor. Bei $\mathbf{R}_{\mathbf{n}_1}$ handelt es sich wie bei \mathbf{R}_c um eine Diagonalmatrix, denn Rauschen wird in dieser Arbeit als AWGN modelliert, das per Definition weiß ist. Damit weist

$$\mathbf{R}_{\mathbf{n}_1} = \begin{bmatrix} \sigma_{n_1}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_{n_1}^2 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

zudem konstante Einträge auf und kann als Bestandteil des zu rekonstruierenden Signals $\tilde{\mathbf{s}}$ in $\tilde{\mathbf{R}}_c$ gesehen werden. Wenn der Pegel bzw. die Varianz $\sigma_{n_1}^2$ des Grundrauschens zu hoch ist, kann eine dünne Besetzung des Spektrums nicht mehr angenommen werden und CS-Techniken können nicht direkt angewendet werden. Stattdessen können die ebenfalls dünn besetzten Kanten rekonstruiert

werden, sodass der Rauschpegel in Form einer Kante repräsentiert wird (siehe Abschnitt 2.4.2) und das Problem behoben ist. Eine weiterer Lösungsansatz stellt die Schätzung des Rauschens dar, welches in der Folge über

$$\mathbf{R}_{\mathbf{y},\text{sparse}} = \mathbf{R}_{\mathbf{y}} - \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{n}_1}\mathbf{A}^H \quad (3.16)$$

herausgerechnet werden kann, sodass eine sparse Lösung über die speziell berechnete Matrix $\mathbf{R}_{\mathbf{y},\text{sparse}}$ ermöglicht wird.

Wird Rauschen erst nach der Unterabtastung zugelassen ($\mathbf{n}_1 = 0$), ist es nicht mehr direkt im Spektrum enthalten und kann damit im Gegensatz zu (3.14) über $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{c}}$ nicht direkt rekonstruiert werden:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{y}} = \mathbb{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = \mathbb{E}[(\mathbf{A}\mathbf{c} + \mathbf{n}_2)(\mathbf{A}\mathbf{c} + \mathbf{n}_2)^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{c}}\mathbf{A}^H + \mathbf{R}_{\mathbf{n}_2}. \quad (3.17)$$

Die Rauschautokorrelationsmatrix $\mathbf{R}_{\mathbf{n}_2}$ wird demzufolge auf die Autokorrelationsmatrix der Signale addiert und ist im Idealfall ebenfalls eine Diagonalmatrix. Um in diesem Fall eine Rekonstruktion mithilfe von LS oder CS zu ermöglichen, muss dieser Offset herausgerechnet werden, da dieser die Genauigkeit der Rekonstruktionsalgorithmen senkt. Hierfür ist eine Schätzung der Rauschenergie notwendig, um die Qualität der Rekonstruktion zu erhöhen.

Handelt es sich bei der Samplingmatrix \mathbf{V} um eine Selektionsmatrix, die zufällig einzelne Abtastwerte, die bei der Nyquistfrequenz ermittelt wurden, auswählt, so können beide Rauschmodelle als äquivalent angesehen werden. Dann wird nämlich mit den Samples auch das Rauschen entfernt und die Rauschvektoren $\mathbf{V}\mathbf{n}_1$ und \mathbf{n}_2 besitzen dieselben Eigenschaften bei gleicher Rauschvarianz. Eine normierte, komplexe Gaußmatrix dagegen erhält die Energie des Signals und des Rauschens und enthält Linearkombinationen, sodass es bei gleicher Energie zur Erhöhung der Varianz und zu Korrelationen zwischen den einzelnen Elementen von $\mathbf{V}\mathbf{n}_1$ kommt.

3.3.2. Schätzfehler der Autokorrelationsmatrix

Alle bisherigen Überlegungen beziehen sich, wie bereits in Abschnitt 2.3 anhand von (2.14) dargelegt, auf den Idealfall, wenn der Erwartungswert betrachtet wird. Da aber nur eine begrenzte Anzahl Q an Messvektoren \mathbf{y}_i verfügbar ist, kann dieser nicht genau bestimmt bzw. lediglich approximiert werden, sodass die reale Autokorrelationsmatrix der Messungen einen Schätzfehler besitzt:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{y}} = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q \mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H. \quad (3.18)$$

Das resultierende Residuum, das bei der Rekonstruktion beachtet werden sollte, lässt sich auf folgende Weise angeben:

$$\epsilon = \left\| \text{vec}(\mathbf{R}_{\mathbf{y}} - \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{y}}) \right\|_2. \quad (3.19)$$

$\mathbf{R}_{\mathbf{y}}$ stellt die wahre Autokorrelation dar, während es sich bei $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{y}}$ um die geschätzte handelt. Hiermit kann das CS-Problem aus (2.25) dermaßen umformuliert werden, dass der Schätzfehler in den Messungen Berücksichtigung findet, der eine Gesamtleistung von ϵ^2 aufweist:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{s}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \|\text{vec}(\mathbf{R}_{\mathbf{y}}) - \Phi\mathbf{s}\|_2 \leq \epsilon. \quad (3.20)$$

Um eine Lösung dieses Problems berechnen zu können, ist man darauf angewiesen den Schätzfehler der Autokorrelationsmatrix zu bestimmen. In den Simulationen ist eine Orakelschätzung nach Gleichung (3.19) möglich, da das Originalsignal bekannt ist:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{c}}\mathbf{A}^H = \mathbf{A} \text{diag}\{\mathbf{s}\} \mathbf{A}^H. \quad (3.21)$$

In der Realität aber ist dies nicht der Fall und daher würde sich nur eine Schätzung des Residuums anbieten. Der dennoch vorhandene Sinn einer Orakelschätzung liegt in dieser Arbeit in der Erfassung der optimalen Leistungsfähigkeit der Algorithmen begründet.

Im Folgenden soll eine Herleitung des Restfehlers im Rahmen des betrachteten Signalmodells erfolgen, damit Algorithmen auch unter realen Bedingungen verwendet werden können. Daher wird von AWGN und bandbegrenztem Rauschen, welches z.B. WLAN-Signale modellieren soll, ausgegangen. Die Bandbegrenzung induziert eine Korrelation in der Zeit; andere Eigenschaften, wie die gaußsche Verteilung, bleiben erhalten. Eine Filterung kann nämlich als eine Linearkombination von gaußverteilten Zufallsgrößen aufgefasst werden, welche wiederum auf eine Gaußverteilung führt.

Um für Gauß-Zufallsmatrizen und Selektionsmatrizen dieselben Betrachtungen vornehmen zu können, wird auf ein Resultat der Veröffentlichung [ACE11] zurückgegriffen:

$$\mathbf{y} = \mathbf{V}\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{n}_1) + \mathbf{n}_2 = \mathbf{V}\mathbf{F}^{-1}\mathbf{c} + \mathbf{n}. \quad (3.22)$$

Das an verschiedenen Stellen eingreifende Rauschen kann zusammengefasst und einheitlich betrachtet werden, wenn es sich bei der Projektionsmatrix \mathbf{V} um eine Matrix handelt, deren Einträge bestimmten Verteilungen gehorchen, wie z.B. einer sub-gaußschen oder Heavy-tailed-Verteilung [ACE11]. Außerdem müssen deren Spalten eine Varianz von $1/M$ aufweisen. Da es sich bei der Fourierrmatrix um eine orthogonale Matrix handelt, hat diese außer einer Skalierung keinen Effekt. Weiterhin besitzt die Gauß-Zufallsmatrix eine Spaltennormierung, d.h. die Summe der quadrierten Absolutbeträge addiert sich zu 1, sodass die Varianz pro Eintrag im Zusammenhang mit der Mittelwertfreiheit $1/M$ beträgt. Das Rauschen weist dann eine Varianz von

$$\sigma_n^2 = \sigma_{n_2}^2 + \frac{N}{M}\sigma_{n_1}^2 = \sigma_{n_2}^2 + \frac{N}{M}\sigma_{n_1}^2/N \quad (3.23)$$

auf. Damit sind die Verteilung des Rauschens, das die Messungen überlagert, und dessen Momente bekannt. Um das Residuum schätzen zu können, muss nun der Schätzfehler der einzelnen Einträge $y_i[k]y_i^*[l]$ der Autokorrelationsmatrix $\hat{\mathbf{R}}_y$, wenn keine Mittelung erfolgt, beschrieben werden. Dazu erfolgt die Herleitung der Varianz der Autokorrelation im allgemeinen Fall.

Herleitung der Varianz der Autokorrelationselemente

Zur verbesserten Übersichtlichkeit werden $y_i[k]$ und $y_i[l]$ zunächst als mittelwertfreie, komplexe und gaußverteilte Prozesse $X \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ und $Y \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ angenommen. Für die Varianz der Autokorrelation XY^* gilt dann:

$$\text{Var}[XY^*] = \mathbb{E}[(XY^*)^2] - [\mathbb{E}[XY^*]]^2. \quad (3.24)$$

Beide können durchaus korreliert sein, weswegen eine andere Darstellung mit Aufhebung dieser Beziehung bei der weiteren Betrachtung zweckmäßig ist:

$$\begin{aligned} (X, Y) &= (X, cX + aZ^*) \quad \text{mit} \quad Z^* \sim \mathcal{CN}(0, 1) \\ \mathbb{E}[XY^*] &= 2c \quad \text{mit} \quad c = [0; 1] \\ a &= \sqrt{1 - c^2}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Bei c handelt es sich um die Korrelation zwischen dem Real- bzw. Imaginärteil der beiden standardnormalverteilten Zufallsgrößen X und Y . Man erhält nach Einsetzen in die mittlere Leistung von (3.24) aufgrund der Unabhängigkeit von X und Z den folgenden Ausdruck:

$$\mathbb{E}[(XY^*)^2] = \mathbb{E}[(X(cX^* + aZ))^2] = c^2 \cdot \mathbb{E}[|X|^4] + 2ac \cdot \mathbb{E}[Z] \cdot \mathbb{E}[|X|^2 X] + a^2 \cdot \mathbb{E}[X^2] \cdot \mathbb{E}[Z^2]. \quad (3.26)$$

Der mittlere Teil kann mit $\mathbb{E}[Z] = 0$ zu Null gesetzt werden, während die Beziehungen bei Annahme von unkorreliertem Real- und Imaginärteil X' und X''

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[X^2] &= \mathbb{E}[(X' + jX'')^2] \\ &= \mathbb{E}[X'^2 + 2jX'X'' + X''^2] \\ &= \mathbb{E}[X'^2] + 2j \cdot \mathbb{E}[X'] \cdot \mathbb{E}[X''] + \mathbb{E}[X''^2] \\ &= \mathbb{E}[X'^2] + \mathbb{E}[X''^2] \\ &= 2 \\ &= \mathbb{E}[|X|^2]\end{aligned}\tag{3.27}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[|X|^4] &= \mathbb{E}[X'^4] + 2 \cdot \mathbb{E}[X'^2 \cdot X''^2] + \mathbb{E}[X''^4] \\ &= \mathbb{E}[X'^4] + 2 \cdot \mathbb{E}[X'^2] \cdot \mathbb{E}[X''^2] + \mathbb{E}[X''^4] \\ &= 3 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 3 = 8\end{aligned}\tag{3.28}$$

auf die Lösung

$$\mathbb{E}[(XY^*)^2] = 8c^2 + 4(1 - c^2) = 4c^2 + 4\tag{3.29}$$

führen. Mit der Autokorrelation

$$\mathbb{E}[XY^*] = c \cdot \mathbb{E}[|X|^2] + a \cdot \mathbb{E}[X] \cdot \mathbb{E}[Z] = 2c\tag{3.30}$$

resultiert letztlich, wenn die Prozesse eine variierende Leistung aufweisen bzw. $\tilde{X} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_X^2)$ und $\tilde{Y} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_Y^2)$:

$$\text{Var}[\tilde{X}\tilde{Y}^*] = \mathbb{E}[(\sigma_X X \sigma_Y Y^*)^2] - [\mathbb{E}[\sigma_X X \sigma_Y Y^*]]^2\tag{3.31}$$

$$= (4c^2 + 4)\sigma_X^2 \sigma_Y^2 - 4c^2 \sigma_X^2 \sigma_Y^2\tag{3.32}$$

$$= 4\sigma_X^2 \sigma_Y^2\tag{3.33}$$

$$= 4 \left(\sigma/\sqrt{2}\right)^2 \left(\sigma/\sqrt{2}\right)^2\tag{3.34}$$

$$= \sigma^4.\tag{3.35}$$

Die Einzelleistungen sind σ_X^2 und σ_Y^2 identisch, da $y_i[k]$ und $y_i[l]$ ein und derselbe Prozess zugrunde liegt, und können mit der Leistung $\sigma^2/2$ des betrachteten Prozesses in jeweils Real- und Imaginärteil ersetzt werden. Damit entspricht die Varianz der Autokorrelation dem Quadrat der Signalleistung. Wird nun der Mittelwert der Autokorrelation $\overline{\tilde{X}\tilde{Y}^*}$ aus mehreren Realisierungen $\tilde{X}_i \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ bzw. $\tilde{Y}_i \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ gebildet, folgt die durch den Schätzfehler verursachte Abweichung aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes einer Normalverteilung mit einer um die Anzahl der Messungen Q verringerten Varianz:

$$\text{Var}[\overline{\tilde{X}\tilde{Y}^*}] = \text{Var}\left[\frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q \tilde{X}_i \tilde{Y}_i^*\right]\tag{3.36}$$

$$= \frac{1}{Q^2} \sum_{i=1}^Q \text{Var}[\tilde{X}_i \tilde{Y}_i^*]\tag{3.37}$$

$$= \frac{1}{Q^2} \cdot Q \cdot \sigma^4\tag{3.38}$$

$$= \frac{\sigma^4}{Q}.\tag{3.39}$$

Es stellt sich noch die Frage, was passiert, wenn ein unkorrelierter, gaußverteilter Zufallsprozess N_X bzw. N_Y mit Varianz σ_N^2 überlagert wird:

$$\text{Var} \left[(\tilde{X} + N_X)(\tilde{Y} + N_Y)^* \right] = \text{Var} \left[\tilde{X}\tilde{Y}^* + N_X\tilde{Y}^* + \tilde{X}N_Y^* + N_XN_Y^* \right] \quad (3.40)$$

$$= \text{Var} \left[\tilde{X}\tilde{Y}^* \right] + \text{Var} \left[N_X\tilde{Y}^* \right] + \text{Var} \left[\tilde{X}N_Y^* \right] + \text{Var} \left[N_XN_Y^* \right] \quad (3.41)$$

$$= \sigma^4 + \sigma_N^2\sigma^2 + \sigma^2\sigma_N^2 + \sigma_N^4 \quad (3.42)$$

$$= (\sigma^2 + \sigma_N^2)^2. \quad (3.43)$$

Bei einer Überlagerung unkorrelierter Signale müssen die Leistungen addiert und anschließend quadriert werden, um die Varianz der Schätzfehler zu erhalten.

Residuum der Autokorrelationsmatrix

Jetzt sind die Verteilungen und die Varianzen des Schätzfehlers der einzelnen Einträge der Autokorrelationsmatrix bekannt, sodass diese insgesamt betrachtet werden kann, um zu einer Abschätzung des Residuums zu gelangen:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{y}} = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q \begin{bmatrix} y_i[1]y_i^*[1] & y_i[1]y_i^*[2] & \dots & y_i[1]y_i^*[M] \\ y_i[2]y_i^*[1] & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & y_i[M-1]y_i^*[M] \\ y_i[M]y_i^*[1] & \dots & y_i[M]y_i^*[M-1] & y_i[M]y_i^*[M] \end{bmatrix}. \quad (3.44)$$

Auf der Hauptdiagonalen liegen nur reelle Werte vor, weil die quadrierten Absolutbeträge der einzelnen Messungen, welche hier der Leistung des Prozesses gleichkommen, gebildet werden. Dies bedeutet, dass die Abweichung zur „wahren“ Autokorrelation auf der Diagonalen $\text{diag}\{\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{y}} - \mathbf{R}_{\mathbf{y}}\}$ reell und mit Varianz σ^4/Q normalverteilt ist. Für die Nicht-Diagonalelemente gilt dies nicht, denn diese besitzen Real- und Imaginärteil mit einer Varianz von jeweils $\sigma^4/Q/2$. Weil jedoch in unterem und oberem Dreieck der Matrix konjugiert komplexe Paare auftreten, die dieselbe Abweichung einbringen, wenn der Betrag der Differenz zu $\mathbf{R}_{\mathbf{y}}$ betrachtet wird, können diese zusammengefasst werden. Nach Bildung der Norm der vektorisierten Abweichung der Matrizen ergibt sich daher eine Summe von normalverteilten Zufallsvariablen, ausgedrückt über standardnormalverteilte reelle X_i und unterschiedliche Varianzen $\sigma_e^2 = \sigma^4/Q$ auf der Diagonalen bzw. $\sigma_e^2/2$ auf den Nebendiagonalen:

$$\epsilon^2 = \left\| \text{vec} \left(\mathbf{R}_{\mathbf{y}} - \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{y}} \right) \right\|_2^2 \quad (3.45)$$

$$= \underbrace{\sum_{i=1}^M |\sigma_e X_i|^2}_{\text{diag}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{(M^2-M)/2} \left| \frac{\sigma_e}{\sqrt{2}} X_i' \right|^2 + \left| \frac{\sigma_e}{\sqrt{2}} X_i'' \right|^2}_{\text{lower off-diag}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{(M^2-M)/2} \left| \frac{\sigma_e}{\sqrt{2}} X_i' \right|^2 + \left| -\frac{\sigma_e}{\sqrt{2}} X_i'' \right|^2}_{\text{upper off-diag}} \quad (3.46)$$

$$= \sigma_e^2 \cdot \sum_{i=1}^{M^2} |X_i|^2. \quad (3.47)$$

Sind die einzelnen Schätzfehler untereinander unkorreliert, so folgt das Residuum einer $\chi_{M^2}^2$ -Verteilung mit Verteilungsfunktion $F_{\chi_{M^2}^2}$. Es kann also eine Aussage über den Erwartungswert des Residuums gemacht werden:

$$\mathbb{E} [\epsilon^2] = M^2 \cdot \sigma_e^2. \quad (3.48)$$

Dieser entspricht der Summe aus den einzelnen Schätzfehlerleistungen. Zudem kann eine obere Schranke η in Vielfachen des zu erwartenden Residuums für das Residuum angegeben werden, unter der dieses

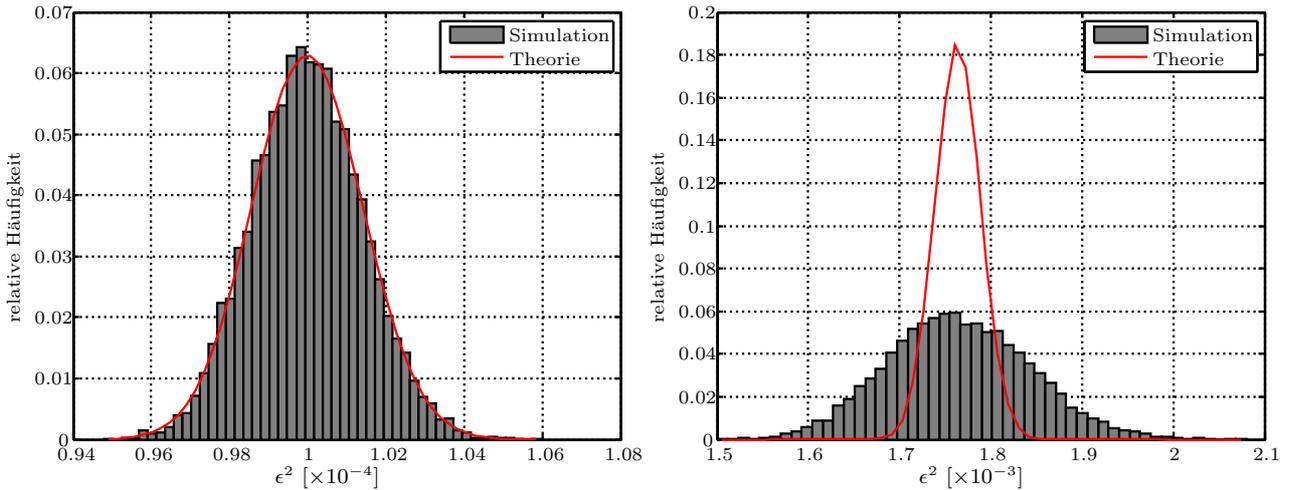


Abbildung 3.9.: Links Vergleich der simulierten Verteilung des Quadrats des Residuums ϵ^2 zur hergeleiteten für AWGN nach dem ADC und rechts für korrelierte Rauschgrößen unter Verwendung einer Gauß-Zufallsmatrix. Die Kompression beträgt $\kappa = 100\%$.

mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit \mathbb{P} liegt:

$$\mathbb{P} \left(\frac{\epsilon^2}{M^2 \sigma_e^2} < \eta \right) = F_{\chi^2_{M^2}} (M^2 \cdot \eta) . \quad (3.49)$$

Als problematisch stellt sich heraus, dass die einzelnen X_i untereinander nicht unkorreliert sein müssen. Dies ist der Fall, wenn Gauß-Zufallsmatrizen verwendet werden, da diese die Messwerte linearkombinieren, und bei bandbegrenztem AWGN, welches Korrelationen zwischen den einzelnen Messwerten induziert. Daher kann die Verteilung des Prozesses nur bei AWGN \mathbf{n}_2 , welches direkt auf die Messungen wirkt, was ebenso bei einer Selektionsmatrix für weißes Rauschen im Spektrum \mathbf{n}_1 gilt, auf bekannte Ausdrücke zurückgeführt werden. Da die Korrelation über die Gauß-Zufallsmatrix zufällig eingebracht werden und korrelierte Größen nochmals linearkombiniert werden, wodurch eine Summe zufällig korrelierter χ^2 -Zufallsvariablen entsteht, wird an dieser Stelle aus Aufwandsgründen auf eine tiefere Analyse verzichtet.

In dieser Arbeit soll das Rauschen \mathbf{n}_2 nicht weiter betrachtet werden, da in der Literatur zur Spektralabstastung gemäß (2.1) vorwiegend Rauschen, das auf die Nyquistabstastwerte wirkt, angenommen wird [Tia08],[PWPL09],[CE17]. Es ergibt sich das Rauschmodell

$$\mathbf{y} = \mathbf{V}(\mathbf{x} + \mathbf{n}) , \quad (3.50)$$

welches in den praktischen Messungen ohnehin verwendet werden muss, da ein konventioneller ADC eingesetzt wird, der bei voller Abtastrate arbeitet und nicht für eine Unterabtastung designt wurde. Damit stellt die Beschreibung in diesem Kapitel den Unterschied beim Eingreifen des Rauschens vor und nach dem ADC heraus. Künftige Arbeiten sollten den Hardwareeinfluss untersuchen, wenn eine Implementierung der Unterabtastung erfolgt ist, um eine Klärung des zu verwendenden Rauschmodells erzielen zu können.

3.3.3. Simulationen

Verteilungen des Residuums

Zuletzt soll in Simulationen mit den Standardeinstellungen aus dem Anhang A die Gültigkeit der Herleitung gezeigt und die Abweichung bei Vorliegen von korrelierten Rauschgrößen ermittelt werden.

Letzteres ist von Bedeutung, weil Signale, die im WLAN-Belegungsschema bandbegrenzt weißes Rauschen entsprechen, eine Korrelation induzieren und der Schätzfehler in diesem Fall ebenfalls erfasst werden soll. Die Verteilung des Quadratfehlers ϵ^2 bei voller Anzahl der Abtastwerte $M = N = 100$ kann dem Histogramm in Abb. 3.9 entnommen werden. Hier sind die relativen Häufigkeiten für $N_{\text{it}} = 10000$ Zufallsversuche und $Q = 10000$ wiederholte Messungen aufgetragen, wobei eine Gruppierung in 50 Balken erfolgt ist. Im linken Graphen kann das Verhalten für den Idealfall von AWGN-Rauschen, das direkt auf die Messungen wirkt, betrachtet werden. Der hier erkennbare und berechnete Mittelwert $\overline{\epsilon^2} = 0.999928 \cdot 10^{-3}$ ist beinahe identisch mit dem Erwartungswert von

$$\mathbb{E}[\epsilon^2] = M^2 \cdot \sigma^4 / Q = M^2 \cdot N / M \cdot (\sigma_{n_1}^2 / N)^2 / Q = 100^2 \cdot 100 / 100 \cdot (1/100)^2 / 10000 = 10^{-4}$$

nach (3.48). Hier ist $\sigma_{n_1}^2 = 1$ die Varianz des Grundrauschens im Spektrum. Wenn die Verteilung aus der Simulation mit der hergeleiteten $\chi_{M^2}^2$ -Verteilung verglichen wird, fällt außerdem auf, dass der theoretische Verlauf sehr gut wiedergegeben wird. Auftretende Abweichungen können durch die Approximation der Autokorrelationsverteilung bei großer Anzahl an wiederholten Messungen durch die Normalverteilung erklärt werden. Die Theorie kann damit als gültig angesehen werden und eignet sich zur Abschätzung des Residuums. Das rechte Histogramm zeigt die Verteilung des Schätzfehlerquadrates unter Berücksichtigung korrelierter Rauschgrößen und Nyquistabtastung: Einerseits wurde eine Gauß-Zufallsmatrix verwendet, andererseits lag jeweils in zwei Bändern bandbegrenzt AWGN mit Trägerhöhe $\sigma_s^2 = 8$ und ein Grundrauschen von $\sigma_{n_1}^2 = 1$ vor. Der Erwartungswert

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\epsilon^2] &= M^2 \cdot \sigma^4 / Q = M^2 \cdot N / M \cdot (\sigma_s^2 \cdot \beta / N + \sigma_{n_1}^2 / N)^2 / Q \\ &= 100^2 \cdot 100 / 100 \cdot (8 \cdot 0.4 / 100 + 1 / 100)^2 / 10000 \\ &= 1.764 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

kommt in diesem Fall dem Mittelwert $\overline{\epsilon^2} = 1.7646671 \cdot 10^{-3}$ ebenfalls sehr nahe. Die Verteilung dagegen gehorcht eindeutig nicht dem theoretisch vorhergesagten Verhalten, denn die Werte des Fehlerquadrates streuen mehr wegen der eingebrachten Korrelationen. Der Erwartungswert kann aber weiterhin als nützliche Größe angesehen werden, da sich unter den gegebenen Simulationseinstellungen, die einen realistischen Fall widerspiegeln, fast alle Werte des Histogramms in einem Bereich von 25% um diesen befinden. Bei hohen Kompressionen konnte in Simulationen beobachtet werden, dass der Kurvenverlauf mehr und mehr dem idealen entspricht (siehe Abb. 3.10). Der Mittelwert liegt mit $1.7660781 \cdot 10^{-3}$ wieder nahe dem Erwartungswert. Daher scheint nicht nur der Erwartungswert zur Residuumschätzung bei korrelierten Rauschgrößen und einer hohen Kompression herangezogen werden zu können, sondern auch die gesamte Theorie. Begründet werden kann dies damit, dass weniger Abtastwerte vorliegen und somit auch weniger Abhängigkeiten zwischen den Zufallsvariablen.

Es sei angemerkt, dass der Zusammenhang bezüglich des Erwartungswertes, der sich in Simulationen angedeutet hat und bei dem es sich um eine Vermutung handelt, erst noch bewiesen werden muss. In Simulationen mit den praktischen Rekonstruktionsverfahren aus 3.4 wird dieser Wert bei der Residuumschätzung als Richtwert verwendet.

Rauschmodell

Inwiefern sich die Qualität der Spektralschätzung zwischen den beiden Rauschmodellen unterscheidet, kann anhand von Simulationsergebnissen, die in Abb. 3.11 abgebildet sind, nachvollzogen werden. Die Simulationen wurden mit und ohne ADC-Rauschen einer Stärke von $\sigma_{n_2}^2 = 1$, was dem 10-fachen des Grundrauschens $\sigma_{n_1}^2 = 0.1$ im Spektrum entspricht, und $Q = 1000$ Beobachtungen durchgeführt, wobei eine ideale Schätzung und Subtrahierung der Rauschautokorrelationsmatrix \mathbf{R}_{n_2} zur Erhöhung der Rekonstruktionsqualität realisiert wurde. Rauschen sollten wegen des Schätzfehlers in \mathbf{R}_{n_2} immer noch auftreten, was auch durch die Ergebnisse bestätigt wird. Ohne ADC-Rauschen (won) ist die Detektionsperformance geringfügig besser und auch der MSE etwas geringer als mit Rauschen (n).

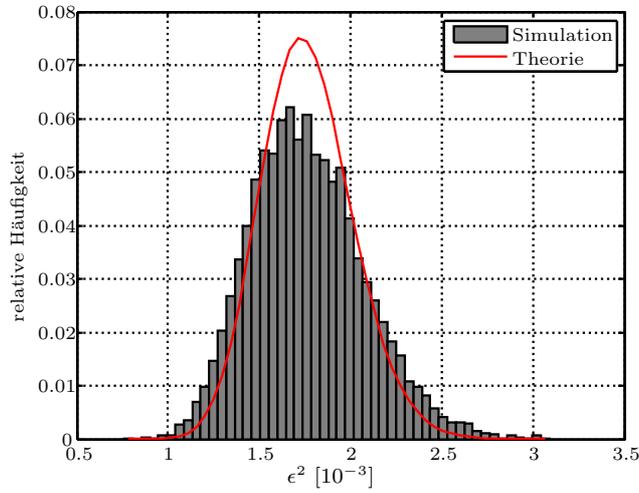


Abbildung 3.10.: Vergleich der simulierten Verteilung des Quadrats des Residuums ϵ^2 zur hergeleiteten für korrelierte Rauschgrößen unter Verwendung einer Gauß-Zufallsmatrix. Die Kompression beträgt $\kappa = 10\%$.

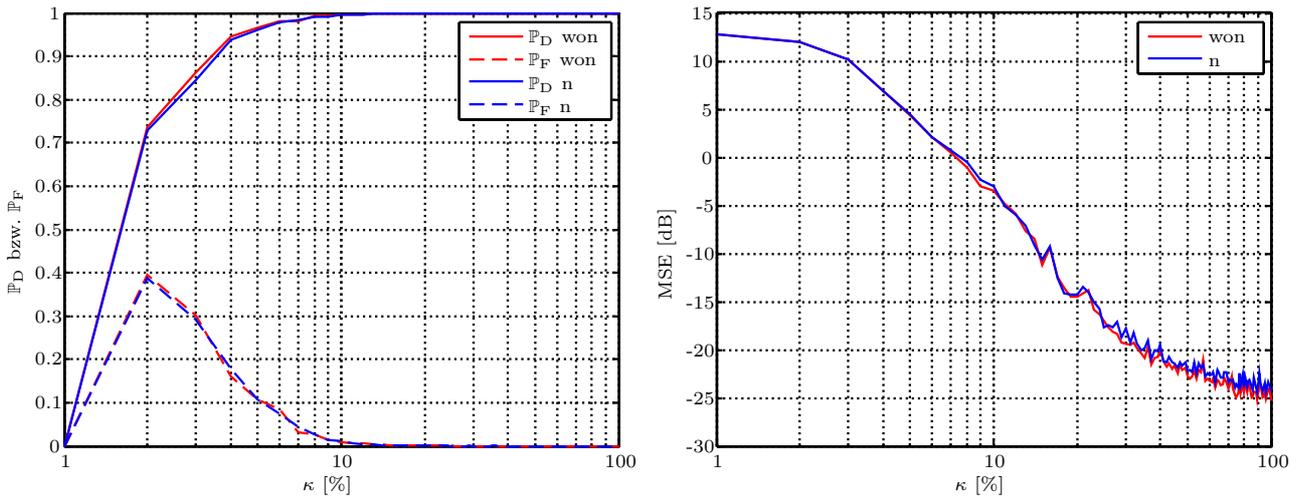


Abbildung 3.11.: Vergleich der Performance und Rekonstruktionsqualität mit Rauschschätzung bei (n) und ohne Vorliegen (won) von ADC-Rauschen.

Dennoch zeigt sich, dass die Verläufe beinahe äquivalent sind und daher selbst mit relativ hohem Rauschen bei Subtrahierung der Autokorrelation bzw. Autokorrelation kein größerer Unterschied zum Standardmodell vorliegt.

3.4. Praktische Rekonstruktionsverfahren

Bislang wurde die Performance der Algorithmen bei Anwendung der Orakelschätzung des Residuums gemessen. In der Praxis liegt diese Kenntnis jedoch nicht vor, sodass andere Verfahren oder Abbruchkriterien verwendet werden müssen.

Im letzten Abschnitt wurde die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Residuums bzw. Schätzfehlers der gemessenen Autokorrelationsmatrix auf Grundlage der Signalleistung für weißes Rauschen hergeleitet. Hierbei hat sich in Simulationen gezeigt, dass der Erwartungswert auch bei korrelierten Rauschgrößen näherungsweise derselbe ist. Dadurch bietet sich ein Einsatz der Beziehungen (3.48) und (3.49) zur Schätzung des Residuums an, mit dem für den OMP sowie l1-Optimierungsverfahren ein Abbruchkriterium definiert werden kann. Selbst wenn die Rauschgrößen korreliert sind, soll im Folgenden zur Bestimmung des Residuums der Fall des weißen Rauschens angenommen werden und dessen Quadrat mithilfe von Gleichung (3.49) mit einer Wahrscheinlichkeit von $\mathbb{P} = 99\%$ abgegrenzt werden:

$$\epsilon^2 \leq \eta_{\text{resect}} = \frac{\sigma^4}{Q} \cdot F_{\chi_{M^2}^2}^{-1}(\mathbb{P}). \quad (3.51)$$

Eine weitere Möglichkeit stellt das Heranziehen von Heuristiken zur Bestimmung eines Abbruchkriteriums dar. Zum Beispiel sollte sich das Residuum am Anfang bei Annäherung an den zu rekonstruierenden Signalverlauf sehr stark ändern, während nach erfolgreicher Approximation nur noch kleine Änderungen gemäß der Rauschstärke zu erwarten sind. Daher kann das Unterschreiten einer gewissen Änderungsrate des Residuums in Iteration i

$$\eta_{\text{reschange}} > \frac{|\epsilon(i-1) - \epsilon(i)|}{\|\mathbf{r}_y\|_2}, \quad (3.52)$$

welche auf das Anfangsresiduum normiert ist, als Abbruchkriterium festgelegt werden. In Simulationen hat sich der Wert $\eta_{\text{reschange}} = 0.5\%$ als geeignet herausgestellt, um Strukturen im Rahmen des WLAN-Belegungsschemas rekonstruieren zu können und kleine Änderungen im Signalverlauf zu ignorieren. Dadurch wird das Spektrum flexibel und ohne Kenntnis der Anzahl der Kanten gut durch Rechteckformen approximiert. Eine hohe Kompression sollte, wie in den nachfolgenden Abschnitten deutlich wird, in vielen Fällen gewährleistet sein.

Ob die vorgeschlagenen praktischen Rekonstruktionsverfahren in der Leistungsfähigkeit der Orakelschätzung nahe kommen können, soll mithilfe von Simulationen geklärt werden. In Abb. 3.12 sind die Ergebnisse bei Einsatz der Abbruchkriterien (3.51) und (3.52) dargestellt, die darauf hindeuten, dass die optimale Performance erreicht werden kann. Detektions- und Falschalarmraten sind bei beiden untersuchten Methoden beinahe mit denen der Orakelschätzung (oracle) identisch. Auch die mittleren Fehler weichen kaum voneinander ab, wobei die Änderung des Residuums als Abbruchkriterium (reschange) bei niedrigeren Kompressionen einen MSE, der näher an dem der Orakelschätzung liegt, ermöglichen kann. Dies kann damit begründet werden, dass der Idealfall von unkorrelierten Rauschgrößen bei der Residuumsschätzung (resect) angenommen wurde und dadurch das Residuum zu klein gewählt wird, während reschange kleine Änderungen in der Rekonstruktion, die durch Rauschen ausgelöst werden, ignoriert. Die höhere Anzahl an Iterationen von resect (siehe Abb. 3.13) deutet ebenfalls auf diesen Umstand hin. Dies hat aber keinen Einfluss auf die Detektionsraten, da das Spektrum dennoch bei niedrigen Kompressionen gut mit dem LS-Ansatz, in den der OMP bei maximaler Anzahl an Iterationen übergeht, rekonstruiert werden kann. Für hohe Kompressionen kann beobachtet werden,

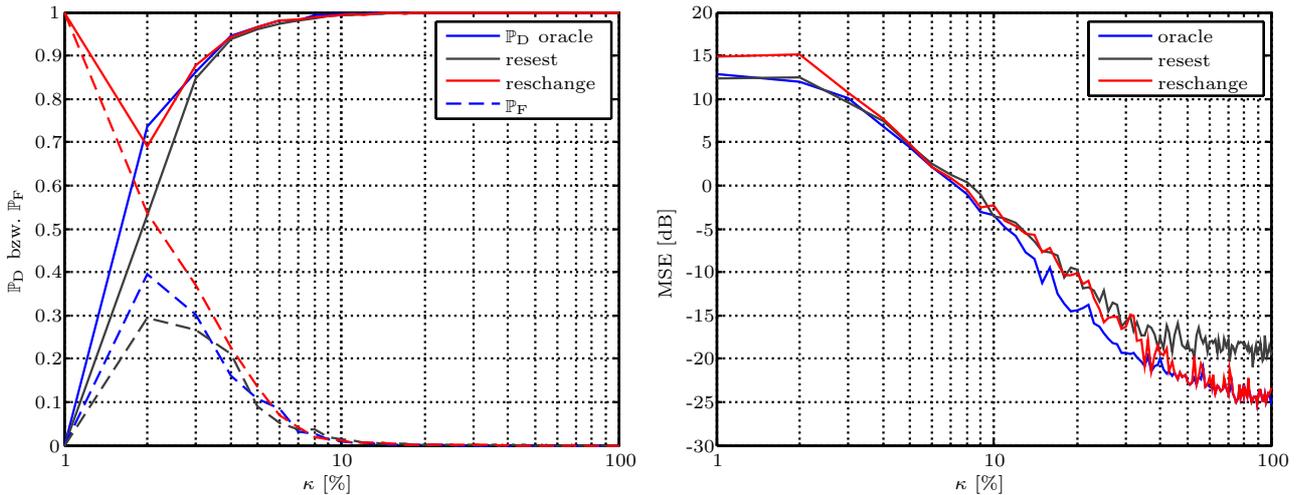


Abbildung 3.12.: Performance des OMP mit praktischen Abbruchkriterien Residuumschätzung (reset) und der Änderung des Residuums (reschange) im Vergleich zu der mit Orakelschätzung (oracle). Links Detektions- und Falschalarmraten und rechts MSE.

dass die Anzahl der Iterationen bis zur optimalen Anzahl sinkt, was bedeutet, dass die Annahme hier das reale Verhalten besser approximiert. Dies ist vielleicht der Fall, weil durch die geringere Anzahl von Abtastwerten weniger Abhängigkeiten bzw. Korrelationen eingebracht werden. Lediglich die längere Berechnungsdauer kann als Nachteil der Residuumschätzung genannt werden. Diese liegt aber immer noch unter der, die bei der direkten Anwendung von CS auf das Spektrum nötig wird, und der eigentlichen Belegung ($\beta N = 40$). Die Anzahl der Iteration von reschange ist mit 4 konstant niedrig und entspricht nahezu der der Orakelschätzung. Abschließend kann daher der Schluss gezogen werden, dass wegen letzterem Grund die Heuristik reschange die bessere der beiden vorgeschlagenen Methoden darstellt. Beide sind nicht nur für die Spektralschätzung geeignet, sondern bieten auch eine Leistung, die der der Orakelschätzung sehr nahe kommt. Zudem kann eine Kombination beider Abbruchkriterien vorgenommen werden, die in vielen Anwendungsszenarien gute Lösungen bieten sollte.

3.5. Überprüfung des Signalmodells anhand des 2.4GHz-ISM-Bandes

Um das Signalmodell aus Abschnitt 2.1 zu begründen und weitere Ansätze verfolgen zu können, sollen die realen Signaleigenschaften im Frequenzbereich anhand des Beispiels des 2.4GHz-ISM-Bandes erfasst werden. Verwendet werden hier zumeist Wireless Local Area Network (WLAN) - und Bluetooth-Signale. Weiterhin kommen kabellose Telefone, Netzwerke mit geringer Datenrate und Energieverbrauch nach dem IEEE-802.15.4-Standard (Institute of Electrical and Electronics Engineers), wie z.B. ein Verbund aus Sensoren mit Transceivern der ZigBee-Spezifikation, Mikrowellen sowie drahtlose Mikrophone und Webcams zum Einsatz. In dieser Arbeit soll eine Fokussierung auf WLAN- und Bluetooth-Signale erfolgen, da diese am bekanntesten und verbreitetsten sind, einen eindeutigen Standard vorweisen und unterschiedlich hohe Anforderungen an Cognitive Radio stellen. In Tabelle 3.1 können die bei einer Übertragung wichtigen Parameter entnommen werden.

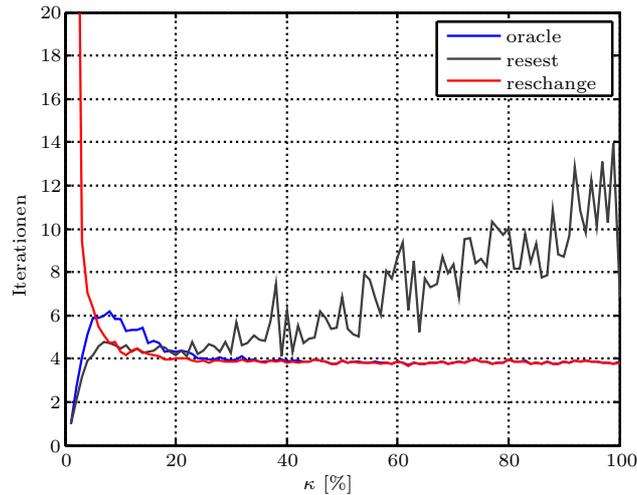


Abbildung 3.13.: Anzahl der Iterationen bei Einsatz des OMP mit den praktischen Abbruchkriterien eines geschätzten Residuums (resetest) und der Änderung des Residuums (reschange) im Vergleich zu der mit Orakelschätzung (oracle).

3.5.1. WLAN

802.11g/n

WLAN-Signale des zur Zeit in fast allen elektronischen Geräten implementierten und damit meistgenutzten 802.11n-Standards aus dem Jahr 2009 weisen eine Symboldauer von $T_S = 3.2 \mu\text{s}$ auf, denen ein Schutzintervall von 0.4 oder $0.8 \mu\text{s}$ vorausgeht. Dies ist eine Wiederholung des Endabschnitts des eigentlichen Symbols, um das Signal robust gegenüber Intersymbolinterferenzen aufgrund von Mehrwegeausbreitung zu machen. Hieraus resultiert ein Unterträgerabstand der OFDM-Übertragung von $\Delta f = 312.5 \text{ kHz}$. Von den vorgesehenen $N_c = 64$ Unterträgern werden die inneren 56 symmetrisch um den Nullträger liegenden genutzt, um Interferenzen zu benachbarten Bändern zu minimieren. Der Nullträger 0 selbst wird nicht verwendet; die Unterträger $-21, -7, 7, 21$ sind zur Übertragung von Pilotsymbolen vorgesehen, die mit BPSK moduliert sind und der Kanalschätzung dienen. Dadurch resultiert eine belegte Bandbreite von 17.50 MHz und eine effektive von $B = 20 \text{ MHz}$. Die empfohlenen Kanäle 1, 5, 9, 13 führen auf die Trägerfrequenzen $2412, 2432, 2452$ und 2472 MHz . Für die Simulationen in der vorangegangenen Arbeit wurde dieses Schema leicht abgewandelt zu $2410, 2430, 2450, 2470 \text{ MHz}$ und um ein normalerweise verbotenes Band bei 2490 MHz ergänzt, sodass Belegungen von bis zu 100% ermöglicht wurden. Abweichend von dem beschriebenen Schema und den üblicherweise eingesetzten Modulationsverfahren BPSK (**B**inary **P**hase-**S**hift **K**eying), QPSK (**Q**uadrature **P**hase-**S**hift **K**eying), 16QAM und 64QAM (**Q**uadrature **A**mplitude **M**odulation) wurden die Bandbreite mit weißem Rauschen belegt. Dieses kommt einer normalen OFDM-Übertragung im Spektralverlauf sehr nahe, was auch in den Ergebnissen bei Anwendung von OFDM-Signalen mit QPSK-Modulation deutlich wurde [Bec16]: Der Spektralverlauf eines einzelnen Unterträgers entspricht nämlich dem des Quadrates der Fouriertransformierten, was im Falle der Rechteckpulsformung ein quadriertes si-Verlauf ist. Es ergibt sich durch die Überlappung der Unterträger im Abstand von $\Delta f = 1/T_S$ ein nahezu rechteckiger Verlauf bei steilen Kanten, wenn viele nebeneinanderliegende Träger besetzt sind.

Jedoch macht sich ein negativer Effekt wegen der Einführung eines Schutzintervalles bemerkbar, durch das sich die gesamte Symboldauer $T_S + T_G$ bzw. der Rechteckimpuls verlängert. Dies führt nämlich zu einer Verringerung der Bandbreite, die durch einen einzelnen Unterträger belegt wird und mit $B = 2/(T_S + T_G)$ als Bereich zwischen den ersten beiden Nullstellen der si-Funktion definiert werden kann. Dadurch, dass die Unterträger aber immer noch im Abstand $\Delta f = 1/T_S$ platziert sind, überlagern sich die Unterträger nicht mehr vollständig und deren Form wird deutlicher sichtbar. Der Verlauf kann

Parameter	Beschreibung	Wert
WLAN 802.11n		
Modulationsart	OFDM-QAM	
Pulsformung	Rechteck	
T_S	Symboldauer	3.2 μs
T_G	Schutzintervall	0.4/0.8 μs
Δf	Unterträgerabstand	312.5 kHz
N_c	Unterträgeranzahl	64 (56)
N_0	Nullträger	$[-32, \dots, -29, 0, 29, \dots, 32]$
N_p	Pilotträger	$[-21, -7, 7, 21]$
B	Bandbreite	20 MHz (17.50 MHz)
f_c	Trägerfrequenz	$[12, 32, 52, 72] + 2400$ MHz
WLAN 802.11g		
T_G	Schutzintervall	0.8 μs
N_c	Unterträgeranzahl	64 (52)
N_0	Nullträger	$[-32, \dots, -27, 0, 27, \dots, 32]$
B	Bandbreite	20 MHz (16.25 MHz)
WLAN 802.11b		
Modulationsart	DSSS/CCK	
Pulsformung	SR Raised-Cosine	
R_C	Chiprate	11 Mchips/s
T_C	Chipdauer	90.9 ns
N_C	Chips per Symbol	11/2
B	Bandbreite	22 MHz
f_c	Trägerfrequenz	$[12, 37, 62] + 2400$ MHz
Bluetooth		
Modulationsart	FHSS-DPSK	
Pulsformung	Gauß	
T_S	Symboldauer	1 μs
B	Bandbreite	1 MHz
f_c	Trägerfrequenz	$[2, 3, \dots, 80] + 2400$ MHz
T_P	Packetdauer	$[625, 1875, 3125] \mu\text{s}$

Tabelle 3.1.: Signaleigenschaften von WLAN-Übertragungen nach dem 802.11b/g/n-Standard und Bluetooth.

dann nicht mehr als ideal rechteckig angenommen werden. Mithilfe eines Gaußfilters aus Abschnitt 2.4 könnte deren Form geglättet werden und damit der Einfluss des Schutzintervalles auf Kosten einer ungenaueren Lokalisation der Kanten verringert werden. Bei niedrigeren Auflösungen stellt dies jedoch kein Problem dar, weil die feinen Strukturen nicht mehr dargestellt werden können. In der Mitte von Abbildung 3.14 kann der nahezu rechteckige Verlauf des Spektrums in diesem Fall eingesehen werden. Der Nullträger ist deutlich zu erkennen.

Die Fehlerkorrektur mit Faltungscodes der Rate $1/2$, $2/3$, $3/4$ und $5/6$, sowie der Einsatz von MIMO-Technologie (**M**ultiple-**I**nput and **M**ultiple-**O**utput) mit bis zu 4 parallelen Datenströmen, welche insgesamt eine maximale Datenrate von 288.8 Mbit/s ermöglichen, hat auf die Spektralschätzung keinen Einfluss und muss daher nicht beachtet werden in den Simulationen. Stattdessen werden bei Einsatz von Modulationen zufällig generierte Symbole verwendet, weil in der Praxis alle möglichen Symbolfolgen bzw. Bitfolgen übertragen werden könnten. Außerdem dürfte sich durch die Übertragung von Daten über mehrere unterschiedliche Kanäle der Kanaleinfluss aufheben, wie im nachfolgenden Abschnitt 3.6 erläutert wird.

Der Standard 802.11n ermöglicht außerdem eine Belegung der doppelten Bandbreite von 40 MHz,

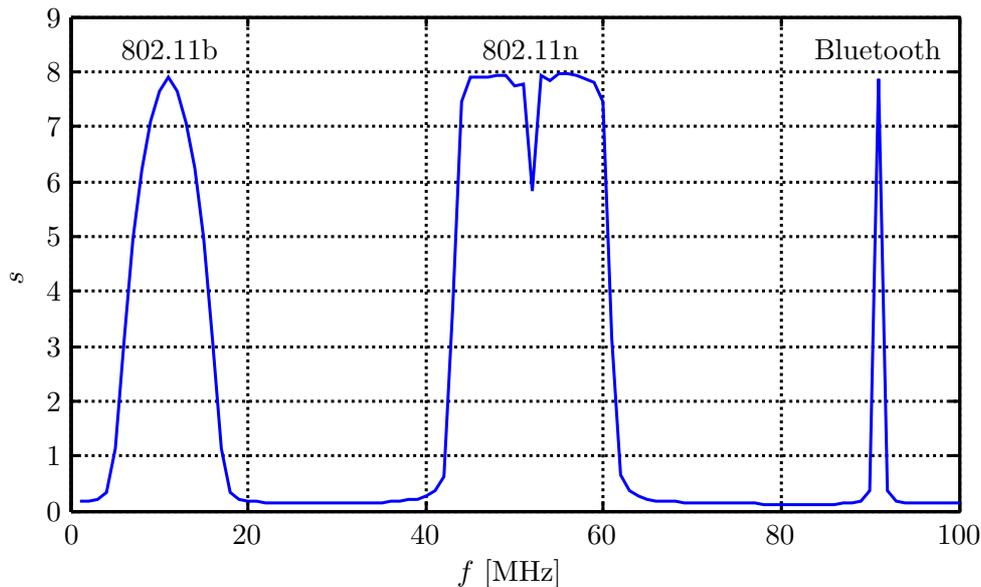


Abbildung 3.14.: Spektren typischer Signale im 2.4GHz-ISM-Band. Links und in der Mitte WLAN-Signale nach 802.11b/n-Standard und rechts Bluetooth-Spektrum bei Frequenzauflösung von 1 MHz.

um die maximale Datenrate auf 600 Mbit/s zu erhöhen, wenn das 2.4GHz-ISM-Band nicht stark genutzt wird, sowie eine Operation im 5GHz-ISM-Band. Da eine höhere belegte Bandbreite die Spektralschätzung erleichtert und die Nutzung des 2.4GHz-ISM-Bandes relativ hoch ist, wird auf eine weitere Betrachtung dieses Modus verzichtet. 802.11n ist direkt zum älteren Standard 802.11g aus dem Jahr 2003 abwärtskompatibel, welcher eine Datenrate von bis zu 54 Mbit/s erlaubt. Einerseits ist hier das Schutzintervall mit $0.8 \mu\text{s}$ doppelt so hoch, andererseits ist die Anzahl der Träger um 4 reduziert, wodurch die Bandbreite mit 16.25 MHz etwas geringer ist. Die MIMO-Technologie und Faltungscodes der Rate $5/6$ finden noch nicht Verwendung. OFDM-Signale nach 802.11g/n sollten wegen der frühen Veröffentlichung im Jahr 2003 und der weiten Verbreitung in den heute verwendeten Geräten also den Großteil aller WLAN-Übertragungen ausmachen und auch in anderen Frequenzbereichen mit der neuen 4. Mobilfunkgeneration (4G), für die LTE Advanced (**L**ong **T**erm **E**volution) ein Kandidat ist, eine weitere Verbreitung erfahren.

802.11b

Die älteste Spezifikation des originalen 802.11-Standards, welche für das 2.4GHz-ISM-Band im Jahr 1999 veröffentlicht wurde, ist 802.11b und dürfte aufgrund der Tatsache, dass dieser vor der weiteren Verbreitung der WLAN-Technik in Computern und Smartphones eingesetzt wurde, kaum vorzufinden sein. Da hier aber wie in den Mobilfunkstandards der dritten Generation (3G) das Frequenzspreizverfahren DSSS (**D**irect-**S**equence **S**pread **S**pectrum) zur Anwendung kommt, soll diese näher untersucht werden. Zum Beispiel UMTS (**U**niversal **M**obile **T**elecommunications **S**ystem) mit der Implementierung von DS-CDMA (**D**irect-**S**equence **C**ode **D**ivision **M**ultiple **A**ccess) wird von einer Vielzahl von Mobilfunkgeräten unterstützt und genutzt, sodass auch der hier vorkommende Spektraltyp in der Praxis erkannt werden sollte.

Normalerweise wird die Spreizung der DBPSK- und DQPSK-Symbole (**D**ifferential) durch eine 11 Chips lange Barkersequenz realisiert, wobei in 802.11b **C**omplementary **C**ode **K**eysing (**C**CK), eine Abwandlung von DSSS, zur Erhöhung der Datenrate auf 11 Mbit/s eingesetzt wird. Hier wird die Spreizung durchgeführt, indem die Folge aus der Phase mehrerer Sendesymbole generiert wird. Bei maximaler Datenrate werden 4 Symbole 8 Chips zugewiesen, wodurch sich die effektive Spreizung

auf 2 verringert und auch die Störanfälligkeit gegenüber Rauschen zunimmt. Unabhängig von der gewählten Modulationsart, welche auf das Spektrum keinen Einfluss haben sollte, ist die Chiprate, die $R_C = 11$ Mchips/s beträgt und auf eine Chipdauer von $T_C \approx 90.9$ ns führt. Unter der Annahme einer Rechteckpulsformung entspricht die Form des Spektrums analog zu den OFDM-Unterträgern in diesem Einzelträgerverfahren wieder einem quadrierten *si*-Verlauf. Die Bandbreite bis zu den ersten beiden Nullstellen kann damit zu $B = 2R_C = 22$ MHz angegeben werden, woraus eine optimale Wahl der Kanäle zu 1, 6 und 11 und Trägerfrequenzen zu 2412, 2437 und 2462 MHz resultiert. Weil dem Standard zufolge die Nebenkeulen gedämpft werden müssen, wird in der Praxis die Anwendung eines Square-Root Raised Cosine - Filters mit einem typischen Roll-Off-Faktor zwischen 0.22 und 0.35 notwendig. Dadurch sollte das Spektrum zu den Rändern hin noch stärker abfallen und einem Oval ähneln (linkes Spektrum in Abb. 3.14), sodass von einem positiven Effekt bezüglich der Approximation der Form durch Rechtecke ausgegangen werden kann.

Insgesamt stellt sich die Rekonstruktion von DSSS-Signale schwieriger als die von OFDM-Signalen heraus, da keine Rechteckform mehr vorliegt und die Kompression nicht mehr so hoch gewählt werden kann. Die hohe belegte Bandbreite muss als positive Eigenschaft beider WLAN-Standards hervorgehoben werden, denn durch die hiermit verbundene Reduktion der Anzahl der Kanten wird eine Rekonstruktion und Detektion erleichtert.

3.5.2. Bluetooth

Während WLAN-Signale eine große Bandbreite belegen, die 1/5 des betrachteten Bereiches entspricht, weisen Bluetooth-Übertragungen nach der 4.0-Spezifikation des IEEE 802.15.1-Standards eine sehr geringe von $B = 1$ MHz auf und wechseln nach dem Frequenzspreizverfahren **F**requency **H**opping **S**pread **S**pectrum (FHSS) zusätzlich nach der Dauer eines Pakets von $T_P = [625, 1875, 3125]$ μ s den Träger, welcher sich an den Stellen $f_c = [2402, 2403, \dots, 2480]$ MHz befinden kann. Hierdurch resultieren hohe Anforderungen an die Auflösung und die Abtastdauer.

Problematisch stellt sich des Weiteren die Pulsformung heraus: Bei OFDM werden Rechteckpulse verwendet, welche eine *si*-Repräsentation im Frequenzbereich besitzen. Wenn nebeneinanderliegende Träger besetzt sind, ergibt sich durch die Interferenz der einzelnen quadratischen *si*-Verläufe ein nahezu rechteckiger Verlauf mit steilen Kanten. Dagegen findet bei Bluetooth eine Impulsformung mit einem gaußschen Filter Anwendung, die im Spektrum wieder eine Gaußkurve erzeugt. Die Kanten dieser besitzen nicht mehr eine scharfe Lokalisation, weil es sich nicht mehr um einen spitzen Peak handelt, sondern eine Ausdehnung, sodass das Kantenspektrum weniger sparse wird und eine Detektion wegen des verringerten Höhe des Peaks erschwert wird. Der weltweit noch stark verbreitete Mobilfunkstandard der 2. Generation GSM (engl. **G**lobal **S**ystem for **M**obile **C**ommunications) nutzt eine Mischung aus Frequenz- und Zeitmultiplexverfahren und ebenfalls eine Gaußimpulsformung, sodass hier von denselben Problemen ausgegangen werden kann. Rechts in Abb. 3.14 ist das schmalbandige Spektrum dargestellt, wobei ersichtlich wird, dass bei einer geringen Auflösung der Verlauf gut durch einen Peak approximiert wird, der besser rekonstruiert bzw. detektiert werden kann. Als Modulationsart kann GFSK (**G**aussian **F**requency-**S**hift **K**eying), 4-DPSK oder 8-DPSK (**D**ifferential **P**hase-**S**hift **K**eying) verwendet werden.

Einzig die Symboldauer liegt mit $T_S = 1$ μ s in derselben Größenordnung wie die des WLAN-Signals mit 3.2 μ s. Wegen der geringeren Symboldauer liegt hier sogar ein kleiner Vorteil gegenüber WLAN vor: In derselben Zeit können nämlich mehr Realisierungen der Sendesymbole erlangt werden, die die Schätzung der Autokorrelationsmatrix verbessern, sodass der Aspekt der Anzahl der wiederholten Messungen bzw. Frames Q vergleichbar wird. Bei Bluetooth liegen in derselben Zeitspanne um den Faktor 3.6 bzw. 4 mehr Realisierungen vor. Maximal darf bei einer Abtastfrequenz von $f_S = 100$ MHz unter der Annahme der kürzesten Paketdauer und von $N = 100$ Auflösungspunkten die Frameanzahl $Q = 62500$ betragen, damit Frequenzsprünge aufgelöst werden können und der zeitlich begrenzten

Stationarität Rechnung getragen wird, wodurch 625 Realisierungen erfasst werden können. Dies kommt dem Wert von $Q = 1000$ aus den Simulationen der Vorarbeit nahe, sodass die Simulationsbedingungen insgesamt als realistisch betrachtet werden können.

Abschließend sei festgehalten, dass WLAN-Übertragungen relativ geringe Anforderungen an eine Spektralschätzung stellen, während Bluetooth-Signale eine Herausforderung darstellen.

3.5.3. Mustererkennung im Spektrum

Wenn die Spektren der betrachteten Signale verglichen werden, die in Abbildung 3.14 zusammengestellt sind, so fällt auf, dass eine Charakterisierung oder sogar Detektion auf Basis der Form, die von einem typischen Spektralverlauf herrührt, möglich ist. Deswegen dürfte sich eine Mustererkennung hervorragend zur Verbesserung der Klassifikation von Signalen und Rauschen eignen. Für die Klassifikation liegt nämlich im Rahmen von CS keine Theorie vor. In dieser Arbeit ist eine Mustererkennung schon in einfacher Art und Weise durch den Wavelet Edge Detector realisiert und ermöglicht neben einer Unterabtastung eine Bestimmung der Bandbreite, welche sich als weiteres klares Merkmal erweist und in [PR03] als Parameter bezeichnet wird, der Übertragungen am meisten unterscheidet. Der Parameter kann nämlich als sehr zuverlässig eingeschätzt werden, da Standards diesen eindeutig festlegen und eine nachträgliche Änderung nur noch schwerlich möglich ist. Eine Anwendung in der bestehenden Spektralschätzung kann unproblematisch erfolgen, indem ein Klassifikator angefügt wird. Im einfachsten Fall erfolgt eine Zuweisung zu einem Signaltyp nach fest definierten Bereichen, wogegen eine Optimierung der Zuweisung erfolgen kann, wenn neuronale Netze oder Support Vector Machines verwendet werden, die trainiert werden müssen. Nachdem eine Klassifikation der Signale erfolgt ist, kann sogar a-priori-Wissen genutzt werden, um Prognosen über den zukünftigen Verlauf aufzustellen und damit mögliche Interferenzen zu minimieren. So ist z.B. die Paketdauer von Bluetooth-Signalen bekannt, weswegen eine Belegung des Spektrums in diesem Zeitraum bzw. ein mögliches Ende der Übertragung vorhergesagt werden kann. Eine beispielhafte Mustererkennung im 2.4GHz-ISM-Band auf Basis der beiden eben genannten Kriterien Form und Bandbreite sowie zusätzlich der zeitlichen Ausdehnung erfolgt in Abschnitt 6.3.2 anhand von realen Messungen und verdeutlicht das große Anwendungspotential.

3.5.4. Simulationen mit realen Signalen

Das Verhalten der Rekonstruktionsalgorithmen bei Vorliegen realer Signale soll nun mit Simulationen untersucht werden. Angenommen wurde eine Belegung mit zwei WLAN-Signalen des Standards 802.11n und einem Bluetooth-Signal. Mögliche Positionen und Trägerstärken wurden den Standardeinstellungen (siehe Anhang A) nachempfunden: WLAN-Signale können wie in der Realität Trägerfrequenzen von 12, 32, 52 und 72 MHz im Basisband aufweisen, zu denen wieder ein verbotenes Band bei 92 MHz hinzugefügt wurde. Auch die Standardträger der Bluetooth-Übertragung wurden von 2 – 80 MHz auf 0 – 99 MHz ausgedehnt. Damit bei einer Auflösung von $\Delta f = 1$ MHz ein eindeutiger Detektionsbereich für die WLAN-Signale definiert werden kann, wurde eine Trägerbelegung nach 802.11g verwendet, die mit einer Bandbreite 16.25 MHz ungefähr auf 16 belegte Punkte führt, während 17.50 MHz hier keine eindeutige Zuordnung zulassen. Auf die Aussagekraft der Ergebnisse hat dies wegen des geringen Unterschieds keinen Einfluss. Außerdem wurde eine 64-QAM als Modulationsform und das kurze Schutzintervall $T_G = 0.4 \mu s$ gewählt. Bei dem Bluetooth-Signal wurde eine 4-DPSK-Modulation vorgenommen.

Die Ergebnisse können in Abb. 3.15 eingesehen werden und deuten darauf hin, dass die beschriebenen Verfahren auch zur Rekonstruktion von in der Praxis vorkommenden Signalen verwendet werden können. Die Gesamtraten im linken Graphen geben wegen der größeren Bandbreite von WLAN-Signalen nahezu deren Raten wieder. Hohe Detektionsraten von 95% und niedrige Falschalarmraten

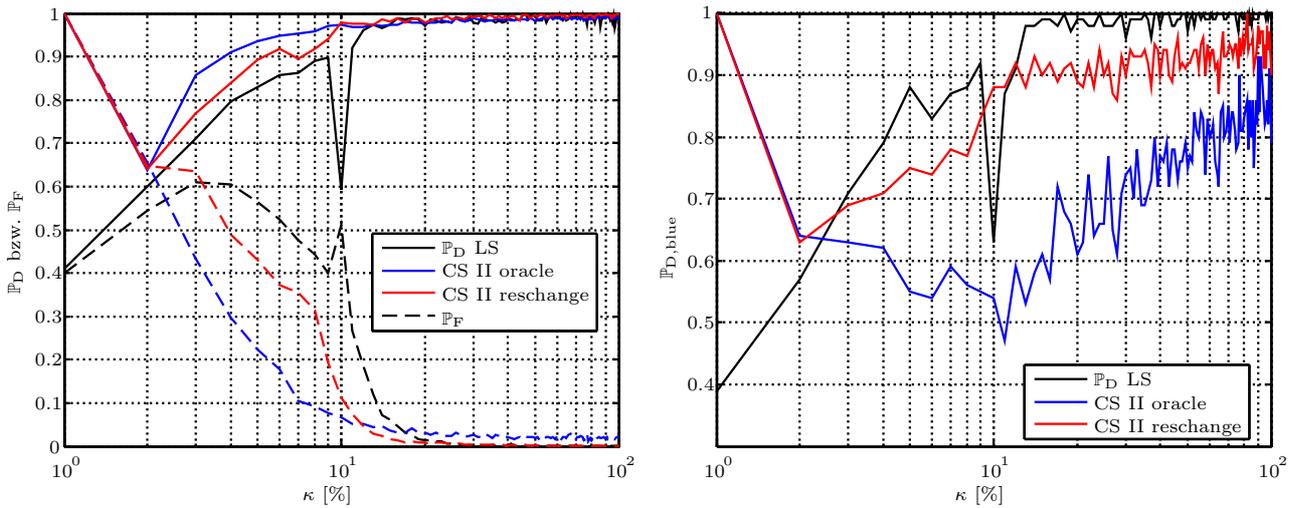


Abbildung 3.15.: Detektions- und Falschalarmraten von verschiedenen Rekonstruktionsalgorithmen bei Anwendung auf reale Signale und Variation der Kompression κ . Links Gesamtraten und rechts Detektionsrate des Bluetooth-Signals.

von 10% können unter direkter Kantenrekonstruktion mit Orakelschätzung der Anzahl der Kanten (CS II oracle) bei einer sehr hohen Kompression von $\kappa = 7\%$ erreicht werden, was fast der Performance im Fall der flachen Bänder bei $\kappa = 5\%$ entspricht. Jedoch muss im Vergleich berücksichtigt werden, dass die Belegung geringfügig niedriger ist: Nur 32% des Spektrums im Gegensatz zu 40% sind belegt. Außerdem liegt ein Offset in der Falschalarmrate vor, der wahrscheinlich auf die kleinen zu rekonstruierenden Lücken zwischen direkt benachbarten WLAN-Spektren zurückzuführen ist. Dieser Bandbreitenbereich kann aufgrund der geringen Ausdehnung für die Anwendung als unbedeutend angesehen werden.

Die LS-Lösung (LS) dagegen kann diese feinen Strukturen erhalten und weist über einen weiten Bereich bis zu einer Kompression von $\kappa = 15\%$ nahezu keine Falschalarme auf, während die Detektionsrate fast perfekt ist. Dies hat auch Einfluss auf die Detektionsraten von Bluetooth-Signalen, die im rechten Graphen dargestellt sind, sodass in diesem Bereich in ungefähr 98% der Fälle eine Erkennung möglich ist. Die Orakelschätzung erreicht mit maximal 85% diese Rate nicht und kann bei $\kappa = 15\%$ nur noch in der Hälfte der Fälle Bluetooth detektieren. Berücksichtigt werden muss dabei, dass einer Bluetooth-Übertragung durch Zufall auch ein Träger innerhalb eines WLAN-Spektrums zugewiesen werden kann und es dann ausreichend ist letzteres zu bestimmen. Zu 32% liegt dieser Fall gemäß der WLAN-Belegung vor, wodurch die ermittelten Bluetooth-Raten ein optimistisches Bild angeben und nach unten korrigiert werden müssen.

Mithilfe des praktischen Rekonstruktionsverfahrens reschange, für welches als Abbruchkriterium die Änderung des Residuums um nur noch $\eta_{\text{reschange}} = 0.05\%$ des Anfangsresiduums herangezogen wurde, lässt sich ein Kompromiss erzielen, der die Stärken der beiden Verfahren vereint. Der Wert von $\eta_{\text{reschange}}$ wurde im Vergleich zur Standardsimulation aus Abschnitt 3.4 um den Faktor 10 gesenkt, um die Empfindlichkeit für feine Strukturen in der Rekonstruktion und damit Detektion der schmalbandigen Bluetooth-Signale zu verbessern. So können mehr als 90% aller Bluetooth-Übertragungen bis $\kappa = 10\%$ erfasst werden, wogegen die gesamten Detektions- und Falschalarmraten in diesem Bereich mit $\mathbb{P}_D \geq 98\%$ bzw. $\mathbb{P}_F \leq 10\%$ die besten Werte aufweisen. Dies kann mit der adaptiven Anpassung an den jeweiligen Spektralverlauf erklärt werden. Erst wenn sich das Residuum nicht mehr stark ändert, wird angenommen, dass mit zusätzlichen Iterationen nur noch Rauschen hinzugefügt wird. Dadurch steigt die Anzahl der Iterationen von 6.5 bei Orakelschätzung auf ungefähr 12. Bei hohen Kompressionen unter 10% steigt die Anzahl wegen der hohen Empfindlichkeit weiter an, wodurch das Ergebnis sich der LS-Lösung annähert und sich die Performance entsprechend verschlechtert.

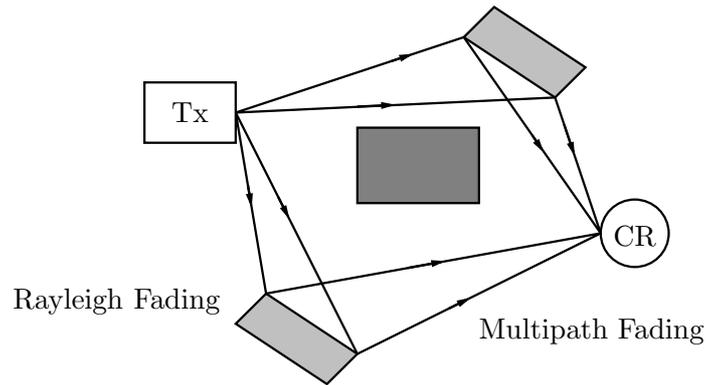


Abbildung 3.16.: An der vom Sender (Tx) zu den CRs ausgesendeten, elektromagnetischen Strahlung auftretende Kanaleffekte, die durch die Geometrie und Beschaffenheit des Raumes bedingt sind.

Während mit WLAN-Signalen also weitestgehend die Leistungsfähigkeit aus dem idealen Modell der flachen Bänder erreicht wird, stellen Bluetooth-Übertragungen höhere Anforderungen an die Spektralschätzung. Deswegen muss eine höhere Empfindlichkeit für schmalbandige Spektren gewährleistet werden, die jedoch geringfügig schwächere Kompressionen bis ungefähr $\kappa = 15\%$ im Vergleich zu 10% im idealen Modell erlaubt. Das hohe Potential der Kantenrekonstruktion wird damit auch bei realen Signalen ersichtlich, denn mit einer niedrigen Anzahl an Auflösungspunkten $N = 100$ und der hohen Anzahl der wiederholten Messungen $Q = 1000$ können wie im idealen Modell mit den Standardeinstellungen auch reale Spektren komprimiert werden.

3.6. Übertragungskanal im Ansatz Power Spectrum Sensing

In [CE14] wurde ein Aspekt vernachlässigt, der bei Übertragungen durch die Luft in einer normalen Umgebung einen großen Einfluss auf die Form des Spektrums hat und aus dem Zusammenspiel von Raum und Zeit resultiert: der Übertragungskanal. Dieser stellt die Ursache für die Effekte Selective Fading und Fast Fading dar [KK12], welche im Folgenden im Rahmen des Modells Power Spectrum Sensing aus Abschnitt 2.3 untersucht werden.

3.6.1. Selective Fading

Der Übertragungskanal ist eine Folge der Tatsache, dass die elektromagnetische Strahlung, die von einer Antenne ausgesendet wird, an verschiedenen Objekten im Raum, wie Wänden oder Gegenständen, gebrochen oder reflektiert wird. Dies ist in Abbildung 3.16 dargestellt. Weil sich die elektromagnetische Strahlung in Abstrahlrichtung kugelförmig in Form einer Welle ausbreitet und zu einem Objekt gelangt, findet die Brechung bzw. Reflexion an diesem an unterschiedlichen Punkten statt und es entstehen Mikropfade mit nur sehr geringer Zeitverzögerung, die ihrerseits zum Empfänger führen. Nach dem zentralen Grenzwertsatz ist eine Überlagerung einer hohen Anzahl zufälliger Mikropfade normalverteilt, sodass der Betrag aus Real- und Imaginärteil des hierdurch entstehenden Makropfades Rayleigh-verteilt ist. Man spricht von sogenanntem Rayleigh-Fading. Wenn zusätzlich eine direkte Sichtverbindung und damit ein direkter Pfad zum Empfänger besteht, handelt es sich um einen Rice-Kanal, der weniger anfällig gegenüber Schwund eines Makropfades ist.

Es können außerdem mehrere solcher Makropfade vorliegen, sodass das Signal über diese Pfade in unterschiedlichen Intensitäten und nach unterschiedlichen Zeitpunkten, die durch die unterschiedlichen Entfernungen bedingt sind, mehrfach zum Empfänger gelangt. Die längste Dauer eines solchen Pfades

wird als Delay Spread T_D bezeichnet. Im Ergebnis resultiert eine Frequenzselektivität des Kanals, die zu einer Verformung des Spektrums führt, da Signalanteile bei jeweiligen Frequenzen unterschiedlich stark gedämpft bzw. verstärkt werden [KK12]. Innerhalb von Gebäuden und in Innenstädten mit vielen Objekten im Übertragungsweg ist der Kanal daher nicht vernachlässigbar und sollte bei den nachfolgenden Betrachtungen berücksichtigt werden. Durch den Kanaleinfluss könnte z.B. das Auffinden einer Kante erschwert werden, indem deren Höhe stark gedämpft wird.

Der Einfluss des Kanals kann im Kontinuierlichen mit einer Impulsantwort $h(t)$ modelliert werden. Eine Faltung $*$ mit dem Sendesignal $x(t)$, das sich über den Übertragungskanal ausbreitet, führt dann auf das Empfangssignal $x_{\text{rx}}(t) = h(t) * x(t)$. Um den Kanal in die vorhandenen Modelle aus Kapitel 2 und damit in algebraischer Form einbinden zu können, wird die Impulsantwort über $h[k] = h(k \cdot T_A)$ diskretisiert. Die gemäß der Anzahl der gewählten Auflösungspunkte entstehenden N Elemente werden in einem Vektor $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ zusammengefasst, der damit die diskretisierte Impulsantwort repräsentiert. Die Faltung im Diskreten entspricht dann einer zyklischen Faltung $\mathbf{x}_{\text{rx}} = \mathbf{h} \circledast \mathbf{x}$. Jede Stelle i des Vektors \mathbf{h} steht für einen Pfad mit der Verzögerungszeit $i \cdot T_A$ (engl. tapped delay time). Dadurch kann die Mehrwegeausbreitung eines elektromagnetischen Impulses über die Größe der einzelnen komplexwertigen Elemente des Vektors h_i wiedergegeben werden. Je nach Größe des Delay Spread T_D , ergibt sich ein Mehrwegekanal mit $N_D = T_D/T_A$ Elementen, wobei die restlichen zu 0 angenommen werden. Rayleigh-Fading und damit die Gestalt der Mikropfade wird berücksichtigt, indem angenommen wird, dass jedes dieser Elemente $h_i \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_i^2)$ einer komplexen Normalverteilung mit eigener Varianz σ_i^2 folgt. Letztere gibt die Dämpfung der Intensität über diesen Pfad an. Bei \mathbf{h} handelt es sich also wegen der Unkorreliertheit der einzelnen Elemente, die aus der Unabhängigkeit der einzelnen Pfade resultiert, um eine N -dimensionale Zufallsvariable mit Kovarianzmatrix

$$\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & 0 \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_N^2 \end{bmatrix}, \quad (3.53)$$

wobei wegen des Delay Spread $\{\sigma_i\}_{i=N_D+1}^N = 0$ gilt. Die Größe der empfangenen Intensitäten sollte mit steigender Zeit tendenziell abfallen, weil die elektromagnetische Strahlung eine größere Distanz d überwinden muss und deren Leistung P_{tx} sich gleichmäßig über eine Kugeloberfläche ($\gamma_h = 2$) verteilt:

$$\frac{\sigma_i^2}{\sigma_1^2} \sim \frac{P_{\text{tx}}/d_i^{\gamma_h}}{P_{\text{tx}}/d_1^{\gamma_h}} = \left(\frac{d_1}{d_i}\right)^{\gamma_h} = \left(\frac{v_c \cdot t_1}{v_c \cdot t_i}\right)^{\gamma_h} = \left(\frac{T_A}{iT_A}\right)^{\gamma_h} = i^{-\gamma_h}. \quad (3.54)$$

v_c ist hier die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, mit der sich die elektromagnetischen Wellen ausbreiten und γ_h der Pfadverlustexponent des Kanals, der in Abhängigkeit der Umgebung vom Standardfall ($\gamma_h = 2$) abweichen kann. Der Abfall der Varianzen entspricht in diesem neu beschriebenen, einfachen Modell also

$$\sigma_i^2 = i^{-\gamma_h} \sigma_1^2. \quad (3.55)$$

Im Modell aus Abschnitt 2.3 lässt sich der Kanal einfügen, indem die zyklische Faltung der Impulsantwort des Kanals \mathbf{h} mit dem Signal \mathbf{x} als Multiplikation der Fouriertransformierten $\mathbf{F}\mathbf{h}$ und \mathbf{c} umgesetzt wird. Für die Multiplikation wird $\mathbf{F}\mathbf{h}$ zu einer Diagonalmatrix $\tilde{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ umformuliert, die als Kanalmatrix des Amplitudenspektrums \mathbf{c} von Sendesignal \mathbf{x} bezeichnet wird:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \text{diag}\{\mathbf{F}\mathbf{h}\}. \quad (3.56)$$

Wenn \mathbf{y} das unterabgetastete empfangene Signal angibt, folgt analog zu (2.16):

$$\mathbf{y} = \mathbf{V}\mathbf{x}_{\text{rx}} = \mathbf{V}(\mathbf{h} \circledast \mathbf{x}) = \mathbf{V}\mathbf{F}^{-1}\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{c} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{c} \quad (3.57)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{y}} = \mathbb{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = (\mathbf{A}\tilde{\mathbf{H}})\mathbf{R}_{\mathbf{c}}(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{H}})^H. \quad (3.58)$$

Mit

$$\mathbf{AC} \otimes \mathbf{BD} = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{C} \otimes \mathbf{D}) \quad (3.59)$$

gilt nach Bildung des Kroneckerproduktes

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_y &= \left((\mathbf{A}\tilde{\mathbf{H}})^* \otimes \mathbf{A}\tilde{\mathbf{H}} \right) \mathbf{r}_c \\ &= (\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A}) \left(\tilde{\mathbf{H}}^* \otimes \tilde{\mathbf{H}} \right) \mathbf{r}_c \\ &= \boldsymbol{\Psi} \mathbf{H}_{\mathbf{r}_c} \mathbf{r}_c. \end{aligned} \quad (3.60)$$

Da es sich bei $\tilde{\mathbf{H}}$ um eine Diagonalmatrix handelt, folgt aus der Konstruktion, dass die neue Kanalmatrix $\mathbf{H}_{\mathbf{r}_c}$ der vektorisierten Autokorrelationsmatrix \mathbf{r}_c ebenfalls eine Diagonalmatrix ist:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\mathbf{r}_c} &= \begin{bmatrix} \tilde{H}_{11}^* \tilde{\mathbf{H}} & \tilde{H}_{12}^* \tilde{\mathbf{H}} & \cdots & \tilde{H}_{1N}^* \tilde{\mathbf{H}} \\ \tilde{H}_{21}^* \tilde{\mathbf{H}} & \tilde{H}_{22}^* \tilde{\mathbf{H}} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ \tilde{H}_{N1}^* \tilde{\mathbf{H}} & \cdots & & \tilde{H}_{NN}^* \tilde{\mathbf{H}} \end{bmatrix} \\ &= \text{diag} \left\{ [\tilde{H}_{11}^* \tilde{H}_{11}, \tilde{H}_{11}^* \tilde{H}_{22}, \dots, \tilde{H}_{11}^* \tilde{H}_{NN}, \tilde{H}_{22}^* \tilde{H}_{11}, \dots, \tilde{H}_{NN}^* \tilde{H}_{NN}]^T \right\}. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Die Struktur folgt aus der Tatsache, dass jeweils zwei Punkte im Spektrum miteinander korreliert werden. Wenn von stationären Signalen ausgegangen wird, können gemäß (2.18) Korrelationen zwischen unterschiedlichen Spektralpunkten zu Null angenommen werden, sodass nur noch die PSD \mathbf{s} bzw. die Diagonalelemente von \mathbf{R}_c rekonstruiert werden müssen, die mit einer Selektionsmatrix \mathbf{B} ausgewählt werden:

$$\mathbf{H}\mathbf{s} = \mathbf{B}\mathbf{H}_{\mathbf{r}_c} \mathbf{r}_c \quad (3.62)$$

$$\mathbf{H} = \tilde{\mathbf{H}}^* \tilde{\mathbf{H}}. \quad (3.63)$$

$\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{N^2 \times N}$ besitzt 1-Einträge in der j -ten Spalte und $[(j-1)N + j]$ -ten Zeile für $1 \leq j \leq N$ und ist ansonsten Null. Das Gesamtproblem lässt sich damit analog zu (2.20) folgendermaßen beschreiben:

$$\mathbf{r}_y = (\mathbf{A}^* \odot \mathbf{A}) \tilde{\mathbf{H}}^* \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{s} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{H} \mathbf{s}. \quad (3.64)$$

Die Verformung der spektralen Leistungsdichte \mathbf{s} wird über die Gewichtung mit den quadrierten Absolutbeträgen \mathbf{H} der Fouriertransformierten der Impulsantwort des Kanals $\tilde{\mathbf{H}}$ beschrieben. Im Folgenden wird die Matrix \mathbf{H} als Kanalmatrix bezeichnet. Im Anwendungsfall der Spektralschätzung und damit in dieser Arbeit ist der Kanal unbekannt, weil Primärnutzer detektiert werden sollen, mit denen keine Kommunikation stattfindet und die daher zunächst nicht bekannt sind. Auf die Ergebnisse der Residuumschätzung aus Abschnitt 3.3 hat dies jedoch keinen Einfluss, da eine Kanalkennntnis nicht erforderlich ist, wenn Kanal und Sendespektrum zusammen als zu erfassende PSD angesehen werden, und weiterhin nur der Schätzfehler erfasst werden muss.

3.6.2. Fast Fading

Weicht man von der Standardannahme in dieser Arbeit ab und lässt zu, dass sich Primärnutzer oder CRs im Raum bewegen oder sich die Umgebung verändert, wandelt sich auch der Kanal. Die Kohärenzzeit kann damit kürzer als die Zeit zur Spektralschätzung sein, die aufgrund der Bestimmung der Autokorrelationsmatrix mithilfe von wiederholten Messungen sehr lang sein kann, worauf am Ende des Abschnitts näher eingegangen wird. Mit einer kurzen Kohärenzzeit ist aber eine Mittelung über viele Realisierungen des Kanals verbunden, weswegen in Gleichung (3.58) die Fouriertransformierte

der Kanalimpulsantwort nicht mehr als Konstante, sondern als Zufallsvariable aufgefasst werden muss, wobei Signal und Kanal unkorreliert sind:

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_y &= \mathbb{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = \mathbb{E}\left[(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{H}})\mathbf{c}\mathbf{c}^H(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{H}})^H\right] \\ \text{vec}(\mathbf{R}_y) &= \mathbb{E}\left[(\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A})\left(\tilde{\mathbf{H}}^* \otimes \tilde{\mathbf{H}}\right)\text{vec}(\mathbf{c}\mathbf{c}^H)\right] \\ &= (\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A})\mathbb{E}\left[\tilde{\mathbf{H}}^* \otimes \tilde{\mathbf{H}}\right]\text{vec}(\mathbf{R}_c) \\ &= \Psi\mathbb{E}[\mathbf{H}_{r_c}]\text{vec}(\mathbf{R}_c).\end{aligned}\quad (3.65)$$

Im Vergleich zum vorigen Ergebnis aus (3.60) wird nun der Erwartungswert der Matrix \mathbf{H}_{r_c} betrachtet, welche Korrelationen zwischen allen Elementen des Kanals des Amplitudenspektrums beinhaltet. Deswegen muss für weitere Betrachtungen die Autokorrelationsmatrix $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{H}}}$ des Kanals bestimmt werden, die wie folgt mit \mathbf{H}_{r_c} zusammenhängt:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\mathbf{H}_{r_c}] &= \text{diag}\left\{\text{vec}\left(\mathbb{E}\left[\begin{array}{cccc} \tilde{H}_{11}\tilde{H}_{11}^* & \tilde{H}_{11}\tilde{H}_{22}^* & \cdots & \tilde{H}_{11}\tilde{H}_{NN}^* \\ \tilde{H}_{22}\tilde{H}_{11}^* & \tilde{H}_{22}\tilde{H}_{22}^* & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \tilde{H}_{NN}\tilde{H}_{11}^* & \cdots & & \tilde{H}_{NN}\tilde{H}_{NN}^* \end{array}\right]\right)\right\} \\ &= \text{diag}\left\{\text{vec}(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{H}}})\right\}.\end{aligned}\quad (3.67)$$

Diese kann direkt aus der Impulsantwort \mathbf{h} , deren einzelne komplexwertigen Elemente $h_i \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_i^2)$ mit jeweils eigenen Standardabweichungen σ_i normalverteilt sind, abgeleitet werden:

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{H}}} &= \mathbb{E}\left[\text{diag}\left\{\tilde{\mathbf{H}}\right\}\text{diag}\left\{\tilde{\mathbf{H}}\right\}^H\right] = \mathbb{E}\left[(\mathbf{F}\mathbf{h})(\mathbf{F}\mathbf{h})^H\right] \\ &= \mathbf{F}\mathbb{E}[\mathbf{h}\mathbf{h}^H]\mathbf{F}^H \\ &= \mathbf{F}\mathbf{R}_h\mathbf{F}^H.\end{aligned}\quad (3.68)$$

Weil die einzelnen Elemente von \mathbf{h} unkorreliert sind, handelt es sich bei der Autokorrelationsmatrix \mathbf{R}_h um eine Diagonalmatrix:

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{H}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & 0 \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^H & \mathbf{f}_2^H & \cdots & \mathbf{f}_N^H \end{bmatrix}.\quad (3.69)$$

Hier gibt $\mathbf{f}_i \in \mathbb{C}^{1 \times N}$ die i -te Zeile der Fouriermatrix \mathbf{F} an. Bei der resultierenden Matrix $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{H}}}$ stellt sich heraus, dass nun Nicht-Diagonalelemente vorliegen, also Korrelationen zwischen den einzelnen Kanalelementen im Fourierbereich resultieren. Die Diagonale von $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{H}}}$ besitzt eine besondere Struktur:

$$\begin{aligned}\text{diag}\left\{\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{H}}}\right\} &= \mathbb{E}\left[\text{diag}\left\{\tilde{\mathbf{H}}^*\tilde{\mathbf{H}}\right\}\right] = \begin{bmatrix} f_{11}f_{11}^*\sigma_1^2 + f_{12}f_{12}^*\sigma_2^2 + \cdots + f_{1N}f_{1N}^*\sigma_N^2 \\ f_{21}f_{21}^*\sigma_1^2 + f_{22}f_{22}^*\sigma_2^2 + \cdots + f_{2N}f_{2N}^*\sigma_N^2 \\ \vdots \\ f_{N1}f_{N1}^*\sigma_1^2 + f_{N2}f_{N2}^*\sigma_2^2 + \cdots + f_{NN}f_{NN}^*\sigma_N^2 \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{1}_{N \times 1} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2.\end{aligned}\quad (3.70)$$

Jedes Element setzt sich wegen $f_{ij}f_{ij}^* = |e^{j\omega}|^2 = 1$ zusammen aus einer Summe der einzelnen Varianzen σ_i^2 , sodass die Diagonale konstant ist. Wird wieder angenommen, dass ein stationäres Signal \mathbf{x} vorliegt

und damit die Nebendiagonalen von \mathbf{R}_c wegen der spektralen Unkorreliertheit nach (2.18) 0 sind, vereinfacht sich das Problem zu

$$\mathbf{r}_y = (\mathbf{A}^* \odot \mathbf{A}) \mathbb{E} \left[\tilde{\mathbf{H}}^* \tilde{\mathbf{H}} \right] \mathbf{s} = \Phi \mathbb{E} [\mathbf{H}] \mathbf{s} = \Phi \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \mathbf{s} = \Phi \mathbf{s}, \quad (3.71)$$

wobei im Gegensatz zum allgemeinen Fall (2.20) nur eine Multiplikation der PSD mit einer Konstante berücksichtigt werden muss. Wird vorerst angenommen, dass der Kanal weder verstärkt noch dämpft ($\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 = 1$), dann liegt im Mittel kein Einfluss des Kanals mehr vor, sodass der Effekt der Frequenzselektivität entfällt und Kanten des originalen Spektrums rekonstruiert bzw. detektiert werden können. Angemerkt sei, dass normalerweise das Signal aufgrund der isotropen Ausbreitung im Raum gedämpft wird und daher ein Pfadverlust vorliegt. Dieser und weitere Effekte sind ausführlich in Kapitel 5 dargelegt.

Es kann also die räumliche Diversität ausgenutzt werden, um die Qualität der Spektralschätzung zu verbessern, was in Cooperative Sensing analog hierzu durch Kooperation von CRs an unterschiedlichen Orten erreicht wird (siehe Abschnitt 5.2). Auf diese Weise kann auch das Problem des Log-normal Shadow Fading überwunden werden, das ausführlich in Kapitel 5 erläutert wird. Denn auch hier mitteln sich bei einer Bewegung im Raum starke Dämpfungen durch die Zufallsvariable heraus. Daher kann festgehalten werden, dass Fast Fading im Gegensatz zur Frequenzselektivität kein Problem darstellt, sondern gewinnbringend zum Prozess der Spektralschätzung beiträgt.

Abschließend geklärt werden sollte die Frage, ob Fast Fading im normalen Anwendungsszenario eine Rolle spielt: Die Änderung des Kanals führt zur Verschiebung des Sendespektrums, was durch den Dopplereffekt erklärt wird. Bei einer sehr hohen Geschwindigkeit des CR, z.B. während einer Autofahrt mit $v = 200$ km/h, ergibt sich eine maximale Dopplerfrequenz $f_{D,\max}$ für das 2.4GHz-ISM-Band von

$$f_{D,\max} = \frac{v}{v_c} f_c = 463 \text{ Hz}, \quad (3.72)$$

welche damit im Rahmen der Spektralschätzung als vernachlässigbar klein angesehen werden kann und gleichbedeutend mit einer Kohärenzzeit von

$$T_K \approx \frac{1}{f_{D,\max}} = 2.2 \text{ ms} \quad (3.73)$$

ist, über die der Kanal als konstant angenommen werden kann. Bei einer relativ langen und damit konservativ angenommenen Abtastzeit von $\Delta t = NQT_A = 100 \cdot 1000 / 100 \text{ MHz} = 1 \text{ ms} < 2.2 \text{ ms}$ würde keine signifikante Änderung des Kanals durch eine Bewegung im Raum auftreten. Weil es sich um einen positiven Effekt handelt, der sich jedoch nur selten bemerkbar machen sollte, kann Fast Fading in den nachfolgenden Betrachtungen und der Praxis der Spektralschätzung vernachlässigt werden.

3.6.3. MIMO - Spectrum Sensing

Ein ähnlicher Effekt kann bei Verwendung von MIMO-Systemen beobachtet werden: Das Signal wird hier über mehrere Antennen gesendet und empfangen, um die Information über die unterschiedliche Ausbreitung im Raum zur Erhöhung der Übertragungsrates zu nutzen. Da die Sendesymbole \mathbf{x}_i nun über N_{Tx} verschiedene, unabhängige Kanäle $\tilde{\mathbf{H}}_i$ zum CR gelangen und die spektrale Leistungsdichte von den übertragenen, zufälligen Symbolen unabhängig ist, ergibt sich mit der Unabhängigkeit der Realisierungen der Zufallsvariablen $\mathbb{E} \left[\tilde{\mathbf{H}}_i^* \otimes \tilde{\mathbf{H}}_j \right] = \mathbf{0}$, $\mathbb{E} \left[\mathbf{c}_i \mathbf{c}_j^H \right] = \mathbf{0}$ für $i \neq j$

und $\mathbb{E} \left[\text{diag} \left\{ \tilde{\mathbf{H}}_i \right\} \mathbf{c}_i^H \right] = \mathbf{0}$:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_y &= \mathbb{E} \left[\left(\sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \mathbf{y}_i \right) \left(\sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \mathbf{y}_i \right)^H \right] = \mathbb{E} \left[\left(\mathbf{A} \cdot \sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \tilde{\mathbf{H}}_i \mathbf{c}_i \right) \left(\mathbf{A} \cdot \sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \tilde{\mathbf{H}}_i \mathbf{c}_i \right)^H \right] \quad (3.74) \\
 \text{vec}(\mathbf{R}_y) &= (\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A}) \cdot \mathbb{E} \left[\sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \left(\tilde{\mathbf{H}}_i \mathbf{c}_i \right)^* \otimes \sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \tilde{\mathbf{H}}_i \mathbf{c}_i \right] \\
 &= \Psi \cdot \sum_{j=1}^{N_{\text{Tx}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \mathbb{E} \left[\tilde{\mathbf{H}}_i^* \mathbf{c}_i^* \otimes \tilde{\mathbf{H}}_j \mathbf{c}_j \right] \\
 &= \Psi \cdot \sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \mathbb{E} \left[\tilde{\mathbf{H}}_i^* \mathbf{c}_i^* \otimes \tilde{\mathbf{H}}_i \mathbf{c}_i \right] \\
 &= \Psi \cdot \sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \left(\tilde{\mathbf{H}}_i^* \otimes \tilde{\mathbf{H}}_i \right) \cdot \mathbb{E} \left[\text{vec}(\mathbf{c}_i \mathbf{c}_i^H) \right] \\
 &= \Psi \cdot \sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \mathbf{H}_{\mathbf{r},i} \cdot \text{vec}(\mathbf{R}_c) . \quad (3.75)
 \end{aligned}$$

Wenn man wieder stationäre Signale betrachtet und sich damit auf die Diagonalelemente von \mathbf{R}_c beschränkt, folgt:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_y &= \Phi \cdot \sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \tilde{\mathbf{H}}_i^* \tilde{\mathbf{H}}_i \cdot \mathbf{s} = \Phi \cdot \sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \mathbf{H}_i \cdot \mathbf{s} \\
 &\approx \Phi \cdot N_{\text{Tx}} \cdot \mathbb{E}[\mathbf{H}] \cdot \mathbf{s} \\
 &\approx N_{\text{Tx}} \Phi \mathbf{s} . \quad (3.76)
 \end{aligned}$$

Je größer die Anzahl der parallelen Datenströme, desto größer ist der Effekt der Mittelung über die verschiedenen Kanalmatrixrealisierungen. Die Approximation des Erwartungswertes wird damit genauer. Außerdem steigt die Energie um die Anzahl der Sendeantennen, sodass einerseits nicht nur die Verformung des Spektrums behoben wird, sondern andererseits auch die Spektralleistungsdichte ansteigt und in einer höheren Reichweite empfangen werden kann. Der Einfluss dieser neuen Technologie auf die Spektralschätzung, sofern diese z.B. im WLAN-Standard 802.11n mit bis zu 4 parallelen Datenströmen Anwendung findet, muss als äußerst positiv angesehen werden, wobei von einer vollständigen Mittelung des Kanals bei 4 Realisierungen nicht ausgegangen werden kann. Zudem führt die Begrenzung der Sendeleistung im besagten Standard dazu, dass die Leistung einer Antenne um den Faktor N_{Tx} begrenzt werden muss, wodurch der Effekt einer Trägerverstärkung in der Praxis entfällt. Ergänzend sei erwähnt, dass Rauschen berücksichtigt wird, wenn die Summe in Gleichung (3.74) um den Rauschterm \mathbf{n} ergänzt wird:

$$\sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \mathbf{y}_i = \mathbf{V} \left(\sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \mathbf{x}_{\text{rx},i} + \mathbf{n} \right) = \mathbf{V} \left(\sum_{i=1}^{N_{\text{Tx}}} \mathbf{F}^{-1} \tilde{\mathbf{H}}_i \mathbf{c}_i + \mathbf{n} \right) . \quad (3.77)$$

Dieser wird nicht vom Kanal beeinflusst, weil Rauschen nach Abschnitt 3.3 hauptsächlich über die Luft und die Hardware des Empfängers aufgenommen wird, und macht sich als konstanter Term in der rekonstruierten Spektralleistungsdichte bemerkbar.

In CR-Systemen kann der Effekt der Kanalmittelung aktiv genutzt werden, indem mehrere Empfangsantennen in einem Abstand einer halben Wellenlänge λ_0 von $d \geq \lambda_0/2 \approx 0.0625$ m eingesetzt werden, womit unabhängige Kanäle im 2.4GHz-ISM-Band gewährleistet werden. Weil das Grundrauschen bei

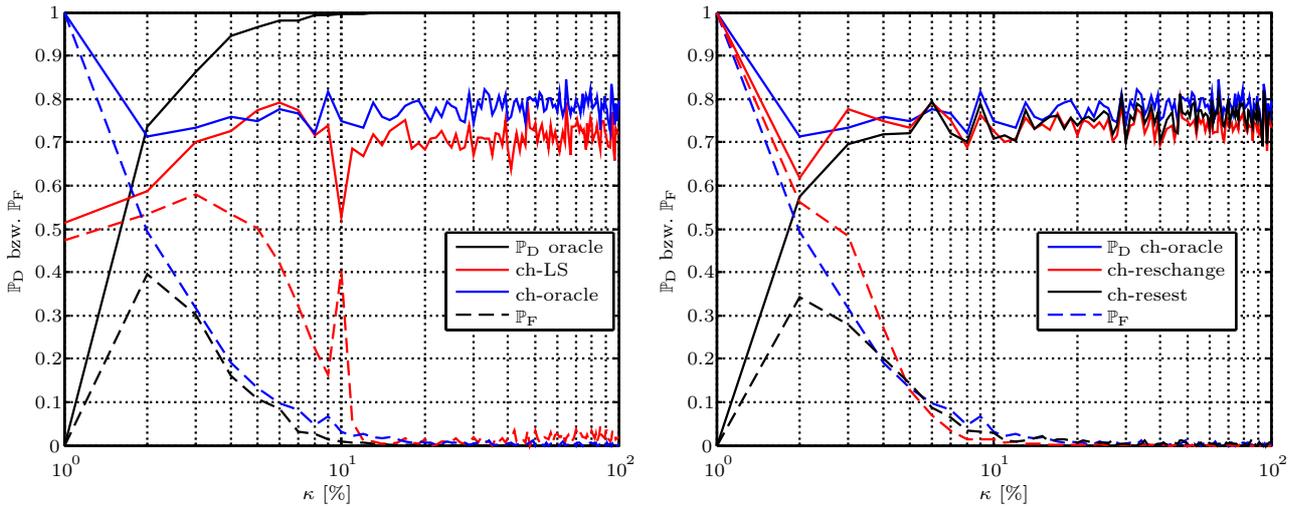


Abbildung 3.17.: Detektions- und Falschalarmraten von CS II für Orakelschätzung in Standardsimulation (oracle) und in Kanalsimulation (ch-oracle) im Vergleich zum LS-Ansatz (ch-LS) und den praktischen Rekonstruktionsverfahren (ch-reschange/ch-rereset) bei Variation der Kompression κ .

den N_{Rx} Empfangsantennen wegen

$$\sum_{i=1}^{N_{\text{Rx}}} \mathbf{y}_i = \mathbf{V} \left(\sum_{i=1}^{N_{\text{Rx}}} \mathbf{x}_{\text{rx},i} + \mathbf{n}_i \right) \quad (3.78)$$

aber um denselben Faktor mehrfach erfasst wird, ist mit der Erhöhung der Empfangsleistung keine Vergrößerung des SNR verbunden, wodurch das SNR für SIMO (**S**ingle-**I**nput **M**ultiple-**O**utput) mit dem des MISO-Falls (**M**ultiple-**I**nput **S**ingle-**O**utput) identisch ist. Generell profitiert die Spektralschätzung also von der Verwendung mehrerer Antennen, sodass bei einer hohen Anzahl der nachteilige Kanaleinfluss des Selective Fading aufgehoben werden kann. Hiermit ist zwar wiederum ein erhöhter Verbrauch an Leistung verbunden, denn es wird für jede Antenne bzw. Empfängerkette ein ADC notwendig, diesem Aspekt muss jedoch nur in Systemen mit besonderen Anforderungen an den Leistungsverbrauch, wie Sensornetzwerken, Rechnung getragen werden. Es existieren bereits Smartphones mit MIMO-Technologie, für die sich ein Einsatz des CR-Konzepts zur Erhöhung des Datendurchsatzes hervorragend eignet.

3.6.4. Simulationen

Um den Einfluss eines normalerweise vorhandenen Kanals und damit einer Frequenzselektivität auf die Performance der Rekonstruktionsalgorithmen und insbesondere auf die Kantendetektion zu erfassen, sollen auch Simulationen erfolgen, in denen ein Kanal mit $N_{\text{D}} = 10$ zeitverzögernden Elementen verwendet wird. Bei einer Bandbreite von $B = 100$ MHz vom 2.4GHz-ISM-Band entspricht der zeitliche Abstand zwischen zwei Kanalelementen 10 ns, sodass sich bei dieser Annahme von N_{D} nach 100 ns keine Signalanteile in Richtung Empfänger mehr ausbreiten. Dies steht in Einklang mit Messungen, die in Gebäuden gemacht wurden, und maximal Verzögerungen bzw. einen Delay Spread von bis zu 100 ns zeigen. Weiterhin wird von einer Abschwächung der Varianzen der komplex normalverteilten Kanaltaps nach Modell (3.55) ausgegangen, die mit $\gamma_h = 1$ gering ausfällt, um den Worst-Case abzudecken. Auch eine Normierung der Summe der Varianzen auf 1 wurde vorgenommen, damit der Kanal im Mittel keine Verstärkung aufweist. Ansonsten wurden in der Simulation die Standardeinstellungen verwendet. In Abb. 3.17 können die Simulationsergebnisse in Form von Detektions- und Falschalarmraten eingesehen werden.

Es fällt auf, dass im Vergleich zu Simulationen mit Kantenrekonstruktion und ohne Kanal (oracle) die Detektionsrate maximal nicht mehr 100%, sondern nur noch 80% unter Orakelschätzung der Anzahl der Kanten (ch-oracle) beträgt. Weil dies unabhängig von der Rekonstruktionsmethode beobachtet werden kann, ist dies ein deutliches Indiz für große Abschwächungen von Signalen durch Kanalschwund, die eine Detektion verhindern. Auch die Verformung des Spektrums und die damit verbundene schwierigere Erfassung von Kanten kommt als Grund infrage. So kann sich nämlich die Grenze der Bänder verschieben oder die Größenordnungsunterschiede der betrachteten Träger werden so groß, dass wegen des begrenzten Dynamikbereiches (DNR) nur noch der höhere rekonstruiert werden kann.

Dennoch muss eine Approximation des Spektrums durch Kanten als gültig angesehen werden, da der LS-Ansatz (ch-LS) über alle Kompressionen hinweg eine schlechtere Detektionsperformance von $\mathbb{P}_D \approx 70\%$ als die direkte Kantenrekonstruktion aufweist. Bei Vorliegen eines Kanals kann keine signifikante Verringerung der Detektionsraten bei Erhöhung der Kompression beobachtet werden, während die Falschalarmraten kaum von denen im idealen Modell der flachen Bänder abweichen. Es kann die These aufgestellt werden, dass der Kanal damit keinen Einfluss auf die Komprimierbarkeit der Spektren unter Anwendung der Kantenrekonstruktion hat.

Selbst der Einsatz des praktischen Rekonstruktionsverfahrens mit Abbruchkriterium der Änderung des Residuums unterhalb von $\eta_{\text{reschange}} = 0.5\%$ (ch-reschange), welches eine adaptive Anpassung an den verformten Spektralverlauf ermöglichen sollte und dessen Detektions- und Falschalarmraten im rechten Graphen eingesehen werden können, kann keinen relevanten Unterschied in den Raten gegenüber der Anwendung des OMP mit Orakelschätzung und Residuumschätzung (ch-resest) aufweisen. Außerdem zeigt sich, dass die praktischen Rekonstruktionsverfahren die Leistungsfähigkeit der Orakelschätzung selbst unter Kanaleinfluss bieten können. Die Residuumschätzung musste für den Kanal dahingehend modifiziert werden, dass ein Bereich bis zum Doppelten des Quadrates des erwarteten Residuums abgedeckt wird, damit der Nichtidealität der gemachten Annahmen aus Abschnitt 3.3 Rechnung getragen und die Anzahl der Iterationen nicht zu hoch wird.

Zuletzt sei noch erwähnt, dass der Schwellwert des ED in den Standardsimulationen an hohe Kompressionen und ähnliche Trägerstärken angepasst wurde und damit nur einen geringen DNR von 8.32 dB für Detektionen bietet. Aus diesem Grund könnte mit einem niedrigeren Schwellwert noch eine höhere Detektionsrate erreicht werden und eine adaptive Anpassung an das Spektrum mithilfe des Algorithmus reschange noch größere Vorteile bieten, weil auch feine Strukturen noch aufgelöst werden können.

Kapitel 4.

Erweiterung in die Zeitdimension

Bisher wurde die Spektralschätzung in statischen Verhältnissen betrachtet. Die Übertragungen wurden damit als stationär im weiteren Sinne angenommen. In der Realität beginnen und enden Übertragungen einerseits, sodass diese Annahme nicht gerechtfertigt ist und auch die Zeitdimension berücksichtigt werden muss. Deswegen muss Spektralschätzung dynamisch sein und die plötzlichen Änderungen erfassen, worauf in Sektion 4.3 eingegangen wird. Außerdem können Änderungen im Zeitbereich ebenfalls wie im Frequenzbereich als sparse angesehen werden, weswegen ein zweidimensionales Problem, 2D-Power Spectrum Sensing, zur nochmaligen Reduktion der Abtastrate in Abschnitt 4.2 definiert wird. Andererseits weisen viele Signale aufgrund der Symbolmodulation periodische Merkmale auf, wodurch die Autokorrelation periodisch und folglich von dem absoluten Zeitpunkt abhängig wird. Dies kann zwar den Aufwand zur Spektralschätzung erhöhen, aber gleichsam zur Verbesserung der Detektion im Vergleich zum Energy Detector genutzt werden, was im Folgenden näher untersucht wird.

4.1. Cyclostationary Feature Detection

Jetzt, wo die Charakteristika der häufigsten Signale im ISM-Band nach Abschnitt 3.5 bekannt sind, kann die Frage gestellt werden, ob eine Verbesserung der Detektionsrate mit moderatem Aufwand möglich ist, wenn anstelle eines Energy Detectors (ED) der zweite populäre Ansatz innerhalb der Klassifikationsalgorithmen und zwar der des Cyclostationary Feature Detectors (CFD) verfolgt wird. Hierdurch sollte nämlich die Robustheit gegenüber Rauschen zunehmen, aber gleichzeitig die Rechenkomplexität und -dauer steigen.

4.1.1. Definition

Der CFD zieht in einem Prozess auftretende periodische Muster in der Symbolrate, wie bei der Datenmodulation, oder durch ein zyklisches Präfix, wie es bei OFDM verwendet wird, zur Klassifizierung heran [CRJ⁺11]. Diese Muster manifestieren sich in einem kontinuierlichen stochastischen Prozess x darin, dass sich dessen statistischen Merkmale periodisch ändern. Erwartungswert $\mathbb{E}[x]$ und Autokorrelation r_x wiederholen sich dadurch in der Zeit t mit Periode T_0 und sind im Vergleich zu einem stationären Signal nicht konstant:

$$\mathbb{E}[x(t + T_0)] = \mathbb{E}[x(t)] \quad r_x(t + T_0, \tau) = r_x(t, \tau). \quad (4.1)$$

Der Prozess wird deswegen als zyklstationär im weiteren Sinne bezeichnet. Weil die Autokorrelation periodisch in der Zeit t ist, kann diese in einer Fourierreihe entwickelt werden:

$$r_x(t, \tau) = \sum_{\alpha} r_x^{\alpha}(\tau) e^{j2\pi\alpha t}. \quad (4.2)$$

Hier entspricht $\alpha = m/T_0$ mit $m \in \mathbb{Z}$, und die Fourierkoeffizienten, welche die zyklische Autokorrelationsfunktion repräsentieren, werden zu

$$r_x^\alpha(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0}^{T_0} r_x(t, \tau) e^{-j2\pi\alpha t} dt \quad (4.3)$$

berechnet. Eine weitere Fouriertransformation in Bezug auf die Zeitdifferenz τ führt auf die zyklische Spektralleistungsdichte (engl. **S**pectral **C**orrelation **F**unction, SCF)

$$S_x(\alpha, f) = \int_{-\infty}^{\infty} r_x^\alpha(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (4.4)$$

Diese ist einerseits von der normalen Frequenz f und andererseits von der zyklischen Frequenz α abhängig. Falls das Signal mehr als nur eine fundamentale zyklische Frequenz $1/T_0$ aufweist, werden im zyklischen Spektrum Harmonische der fundamentalen zyklischen Frequenzen sichtbar und das Signal wird als polyzyklostationär im weiteren Sinne bezeichnet [CE17]. Alternativ kann das zyklische Spektrum als eine Korrelation zwischen zwei Werten im kontinuierlichen Amplitudenspektrum $C(f)$ ausgedrückt werden, die sich im Abstand von $\alpha/2$ relativ zur betrachteten Frequenz f befinden:

$$S_x(\alpha, f) = \mathbb{E} \left[C \left(f + \frac{\alpha}{2} \right) C^* \left(f - \frac{\alpha}{2} \right) \right]. \quad (4.5)$$

Für $\alpha = 0$ erhält man so die spektrale Leistungsdichte $S(f)$. Die im Signal vorhandenen Periodizitäten äußern sich als spektrale Korrelationen, sodass Maxima in der SCF an charakteristischen (α, f) -Stellen erhalten werden können. Diese sind von der Modulationsart, der Trägerfrequenz f_c und der Symbolrate $1/T$ abhängig. Neben diesen Signalkennzeichen ist ein weiterer Vorteil dieser Repräsentation, dass AWGN keinerlei spektrale Korrelation aufweist und sich somit nur für $\alpha = 0$ im Spektrum bemerkbar machen sollte.

Um die Implikation von Gleichung (4.5) auf das Modell Power Spectrum Sensing aus Abschnitt 2.3 sichtbar zu machen, muss zunächst eine Diskretisierung erfolgen. Mit der Frequenzauflösung $\Delta f = B/N$ des Amplitudenspektrums \mathbf{c} gilt:

$$\begin{aligned} c[i]c^*[j] &= \mathbb{E} [C(i\Delta f) C^*(j\Delta f)] \\ &= S_x \left((i-j)\Delta f, \frac{i+j}{2}\Delta f \right) \\ &= s_x[i-j, (i+j)/2], \quad \forall (i, j) = 0, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Das zyklische Spektrum \mathbf{S}_x entspricht also in algebraischer Form der Autokorrelationsmatrix des Amplitudenspektrums

$$\mathbf{R}_c = \mathbb{E} [\mathbf{c}\mathbf{c}^H] \quad (4.7)$$

$$= \mathbb{E} \begin{bmatrix} c[0]c^*[0] & c[0]c^*[1] & \dots & c[0]c^*[N-1] \\ c[1]c^*[0] & c[1]c^*[1] & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & c[N-2]c^*[N-1] \\ c[N-1]c^*[0] & \dots & c[N-1]c^*[N-2] & c[N-1]c^*[N-1] \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$= \begin{bmatrix} s_x[0, 0] & s_x[-1, 0.5] & \dots & s_x[-(N-1), (N-1)/2] \\ s_x[1, 0.5] & s_x[0, 1] & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & s_x[-1, N-1.5] \\ s_x[(N-1), (N-1)/2] & \dots & s_x[1, N-1.5] & s_x[0, N-1] \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$= \mathbf{S}_x. \quad (4.10)$$

Wegen der konjugiert geraden Symmetrie von \mathbf{R}_c gilt:

$$\mathbf{S}_x = \begin{bmatrix} s_x[0,0] & s_x^*[1,0.5] & \dots & s_x^*[N-1,(N-1)/2] \\ s_x[1,0.5] & s_x[0,1] & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & s_x^*[1,N-1.5] \\ s_x[N-1,(N-1)/2] & \dots & s_x[1,N-1.5] & s_x[0,N-1] \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Es resultieren über die Definition (4.5) und die Diskretisierung also zusätzliche Werte des zyklischen Spektrums zwischen zwei diskreten Frequenzen, welche auf den Anti-Diagonalen, die kein Diagonalelement enthalten, abgelesen werden können. Außerdem kann auf der Diagonalen von \mathbf{R}_c in Matrixschreibweise (4.11) die PSD abgelesen werden.

4.1.2. Modifikation des Standardmodells

Bezogen auf die verfolgte Problemstellung bedeutet die Anwendung des CFD, dass Annahme (2.18) nicht mehr gültig ist. Werte im Spektrum können aufgrund der Zyklstationarität gemäß (4.5) durchaus korreliert sein und die Anwendung des CFD ist andernfalls gar nicht notwendig, weil die Lösung keine spektrale Korrelation zulässt. In der gesamten Rekonstruktion muss die Autokorrelationsmatrix des Amplitudenspektrums \mathbf{R}_c , welche die zyklische Spektralleistungsdichte repräsentiert, als unbekannt angesehen werden und kann nicht mehr wie bei Annahme von stationären Signalen nach (2.19) mit einer Diagonalmatrix approximiert werden. Es ist mit Performanceeinbußen zu rechnen, da bei bloßer Rekonstruktion der PSD Nichtidealitäten in Kauf genommen werden oder bei Anwendung des CFD mehr Unbekannte ($N^2 \gg N$) bestimmt werden müssen. Die Anzahl der Unbekannten kann sich zudem, wenn eine hohe Auflösung notwendig ist, noch weiter erhöhen. Mit der Berechnungsdauer steigt die Zeit zur Ermittlung der zusätzlichen Abtastwerte, sodass der Ansatz als nicht erstrebenswert erscheint. Der erhöhte Bedarf an Abtastwerten und die damit verbundene hohe Anforderung an den ADC sowie die längere Berechnungszeit können durch die Tatsache aufgefangen werden, dass die Matrix \mathbf{R}_c zwar keine Diagonalstruktur mehr besitzt, aber dennoch als dünn besetzt aufgefasst werden kann.

In Abbildung 4.1 ist beispielhaft das zyklische Spektrum eines OFDM-Symbols ohne zyklisches Präfix gezeigt. Es stimmt mit der Matrix \mathbf{R}_c überein, wobei sich die Frequenz-Achse entlang der Diagonalen befindet und in Richtung der Anti-Diagonalen die zyklische Frequenz α abgelesen werden kann. Nur an Stellen, an denen die periodischen Muster zutage treten, können Werte, die von 0 abweichen, aufgefunden werden. Diese sind auch im Ausschnitt bei der Trägerfrequenz $f = 0$ ersichtlich: Zwei größere Peaks fallen bei dem QPSK-modulierten Symbol auf, während die weiteren zu Null approximiert werden können. Damit bietet sich die Definition eines neuen CS-Problems analog zu Gleichung (2.17) an:

$$\mathbf{r}_c = \arg \min_{\mathbf{r}_c} \|\mathbf{r}_c\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \text{vec}(\mathbf{R}_y) = (\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A}) \mathbf{r}_c \quad (4.12)$$

$$\mathbf{r}_c = \text{vec}(\mathbf{R}_c). \quad (4.13)$$

$\Psi = (\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{A})$ kann im Vergleich zu (2.17) als Cyclic Power Spectrum Sensing Matrix bezeichnet werden. Mit der Vektorisierung geht einher, dass es sich als schwierig erweist, die Eigenschaft der positiven Semidefinitheit der vollen Kovarianzmatrix \mathbf{R}_x bei der Problemlösung zu berücksichtigen, sodass sich in der Folge ungültige Matrizen ergeben können. Durch Verwendung von Algorithmen, die eine Matrixrekonstruktion ermöglichen, wie COVALSA in [BDCE14], und unter Einbringung a-priori-Wissens in Form weiterer Strukturannahmen lässt sich dieses Problem überwinden und die Qualität der Rekonstruktion weiter verbessern.

Für weitergehende Literatur sei der Leser auf [CE17] verwiesen. Hier wird ausführlich auf die Rekonstruktion des zyklischen Spektrums bei Unterabtastung eingegangen, was als Erweiterung zu [CE14]

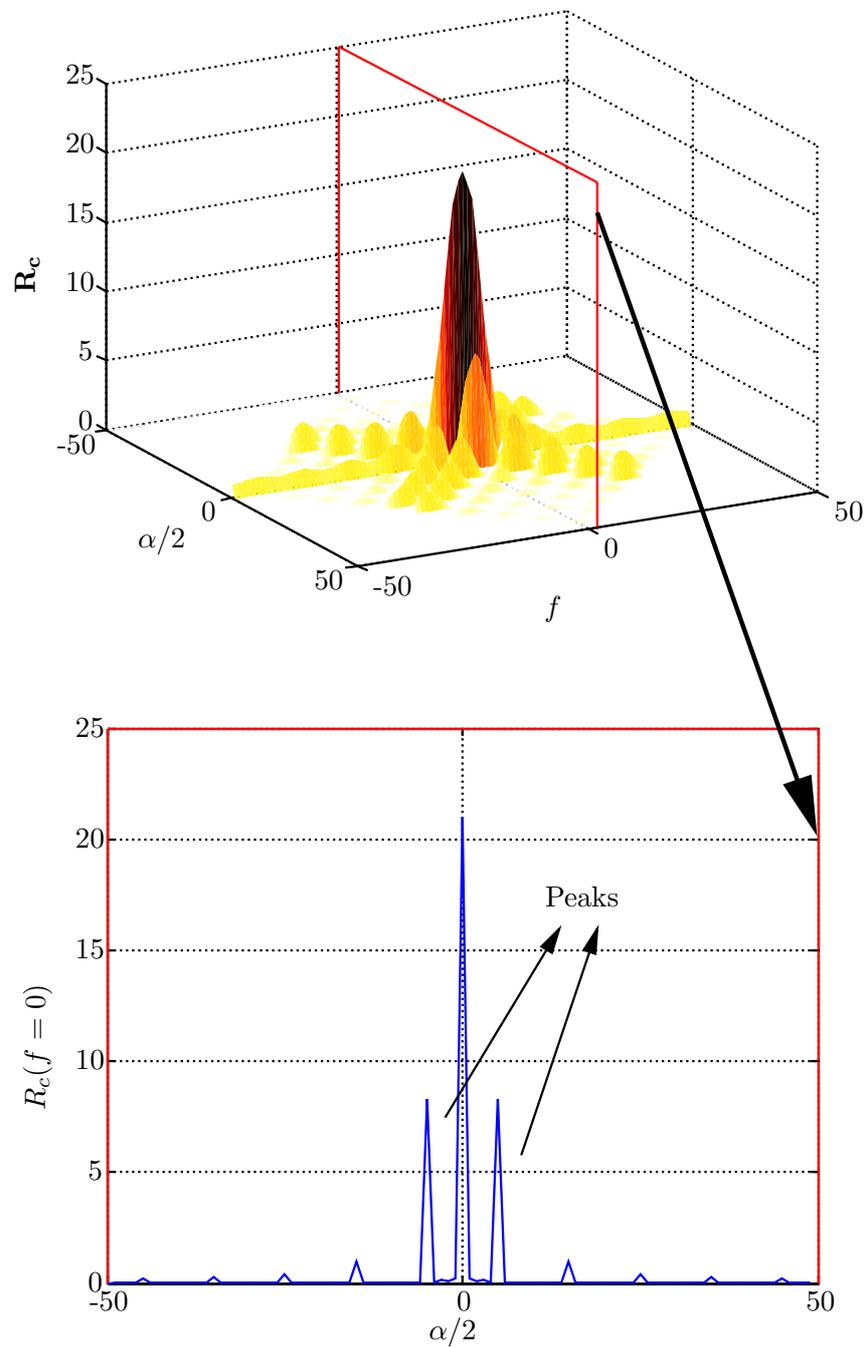


Abbildung 4.1.: Links zyklisches Spektrum R_c eines QPSK-modulierten Rechteckpulses und rechts ein Ausschnitt bei der Trägerfrequenz $f = 0$ für variable zyklische Frequenz α .

angesehen werden kann. Jedoch wird im Gegensatz zur vorliegenden Arbeit von reellen Signalen ausgegangen, sodass aus der konjugiert geraden Symmetrie des Amplitudenspektrums ein zusätzlicher Bereich hoher Korrelation symmetrisch um $f = 0$ und $\alpha = 2f_c$ mit einer Ausdehnung gemäß der Bandbreite des betrachteten Signals resultiert. Außerdem ist deswegen die Herleitung einer Rekonstruktionsvorschrift und Rekonstruktionsgarantie für komplexe Signale in dieser Form nicht gültig. Ist die maximale diskrete Bandbreite B der Signale bekannt, kann die Anzahl der zu rekonstruierenden Punkte im zyklischen Spektrum eingeschränkt werden, denn die Übertragungen sind untereinander unkorreliert:

$$\mathbf{R}_c = \begin{bmatrix} s_x[0,0] & s_x^*[1,0.5] & \dots & s_x^*[B,B/2] & 0 & \dots & 0 \\ s_x[1,0.5] & s_x[0,1] & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ s_x[B,B/2] & & \ddots & \ddots & \ddots & & s_x^*[B,N-1-B/2] \\ 0 & \ddots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & s_x[0,N-2] & s_x^*[1,N-1.5] \\ 0 & \dots & 0 & s_x[B,N-1-B/2] & \dots & s_x[1,N-1.5] & s_x[0,N-1] \end{bmatrix}.$$

Im Bereich B um die jeweilige betrachtete Frequenz $f = [0, N - 1]$ können Korrelationen vorhanden sein, sodass $2B$ Diagonalen symmetrisch um die Hauptdiagonale herum zusätzlich rekonstruiert werden müssen. Die Anzahl der Nulldiagonalen in einer Ecke der Matrix beträgt $N - 1 - B$, wodurch mit der steigenden Anzahl an Elementen auf einer Diagonalen

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad (4.14)$$

eine Anzahl von $(N - B)(N - B - 1)/2$ Nullelementen zustande kommt. Weil jeweils zwei Ecken vorliegen, verdoppelt sich diese Zahl. Dies führt letztlich auf $k_0 = N^2 - (N - B)(N - B - 1)$ Nicht-Nullelemente, die rekonstruiert werden müssen. Wenn Bandbreiten von WLAN-Signalen wie in der Vorarbeit zugrunde gelegt werden, welche mit $B = 20$ als sehr groß angesehen werden können, bedeutet dies, dass höchstens $k_0 = 3680$ Nicht-Nullelemente vorliegen können, die in Relation zur Gesamtzahl an zyklischen Spektralpunkten lediglich 36.80% ausmachen. Diese Anzahl sinkt sogar aus dem Grund weiter ab, dass spektrale Korrelationen sich nur an bestimmten Stellen, wie in Abb. 4.1 gezeigt, befinden und WLAN-Übertragungen untereinander unkorreliert sind. Es stellt sich daher heraus, dass es lohnenswert ist, bei der Bestimmung von \mathbf{R}_c CS anzuwenden.

In den Simulationsergebnissen von [CE17] (Abb. 16 und 17) wird gezeigt, dass die Leistungsfähigkeit des Energy-Detectors im Vergleich zum CFD bei niedrigem Signal-Rausch-Verhältnis (engl. **S**ignal-**N**oise **R**atio, SNR), wie zu erwarten, deutlich geringer ausfällt. Dieser wird in [CE17] auf die rekonstruierte Diagonale, also die PSD, angewendet und ist beispielhaft mit dem jeweiligen originalen Spektrum in den Abbildungen 7. und 12. dargestellt. Dass die Rekonstruktion der gezeigten Spektren nicht gelingt, kann mit dem Offset in der originalen Spektralleistungsdichte begründet werden. Weißes Rauschen macht sich hier als konstanter Term bemerkbar und führt dazu, dass das Spektrum nicht mehr sparse approximiert werden kann. Das Gegenteil ist für Werte bei $\alpha \neq 0$ der Fall: Aufgrund der Stationarität des Rauschens verschwindet dieses hier und lässt die Annahme einer dünnen Besetzung zu. Wenn nun der Rausch-Gleichanteil berücksichtigt wird, wie dies in dieser Arbeit durch Anwendung der Kantenrekonstruktion erfolgt, liegt nur noch der Schätzfehler des Rauschens als eigentliches Rauschen vor, welcher in beiden Fällen derselbe ist. Dies legt den Schluss nahe, dass ein Großteil der Performanceeinbußen des ED auf den Rauschgleichanteil und die Nichtnutzung der konjugiert geraden Symmetrie des reellen Spektrums zurückgeführt werden kann. Inwiefern beim CFD höhere Detektions- bzw. niedrigere Falschalarmraten aufgrund der Nutzung der Information der zusätzlich rekonstruierten, zyklischen Merkmale erzielt werden, was gleichbedeutend mit einer Erhöhung

des SNR ist, bleibt eine offene Frage. Diese lassen bei höherem SNR (Abb. 16 und 17) einen geringeren Offset zwischen beiden Detektionsverfahren erkennen als in dem Bereich, in dem das Rauschen einen signifikanten Gleichanteil einbringt, und deuten auf einen geringeren Einfluss des eigentlichen Informationsgewinns bei niedrigem SNR hin. Dies spricht für eine Verwendung des Energy Detectors auch in niedrigen SNR-Bereichen nach Rekonstruktion des Leistungsdichtespektrums über die Diagonale von \mathbf{R}_c gemäß Abschnitt 2.3.

4.1.3. Komplexität

Um eine Einschätzung des erhöhten Rechenbedarfes zu ermöglichen, sollen die spektralen Korrelationen der betrachteten Signale des 2.4GHz-Bandes untersucht werden. In Tabelle 4.1 können die Positionen der Maxima in der SCF für die jeweiligen Modulationsarten Amplitudenmodulation (AM), Quadraturamplitudenmodulation (QAM), Binary Phase-Shift Keying (BPSK) und Minimum Shift Keying (MSK) eingesehen werden [CRJ⁺11].

Modulation	Maxima bei (α, f)	WLAN	Bluetooth
BPSK	$(\frac{1}{T}, f_c), (2f_c, 0), (2f_c \pm \frac{1}{T}, 0)$	$(250 \text{ kHz}, f_c)$	$(1 \text{ MHz}, f_c)$
QAM	$(\frac{1}{T}, f_c)$	$(250 \text{ kHz}, f_c)$	$(1 \text{ MHz}, f_c)$
MSK	$(\frac{1}{T}, f_c), (2f_c \pm \frac{1}{T}, 0)$		$(1 \text{ MHz}, f_c)$
AM	$(2f_c, 0)$		

Tabelle 4.1.: Zyklische Merkmale der Modulationsarten, die vom CFD unter Annahme von reelwertigen Signalen genutzt werden können, und die für die betrachteten Standards nutzbaren Statistiken.

AM findet in den betrachteten Übertragungsstandards als analoge Modulationsform keine Verwendung, während QAM (wozu auch BPSK zählt) bei allen genutzt wird und MSK bei älteren Bluetooth-Übertragungen vorhanden sein kann. Da Maxima bei dem Doppelten der Trägerfrequenz $2f_c$ aus der Korrelation von reellen Signalen mit deren symmetrischen, konjugiert geradem Ebenbild bei negativen Frequenzen resultieren, in dieser Arbeit jedoch komplexe Signale betrachtet werden, wird die Zahl der nutzbaren Maxima eingeschränkt. So wird lediglich eine Nutzung des $(1/T, f_c)$ -Paares möglich. Mit der Kenntnis der Symboldauer T kann also nun für jede mögliche Trägerfrequenz des jeweiligen Signals die gegen Rauschen robuste spektrale Korrelation errechnet werden und gegen einen Schwellwert verglichen werden, um eine Entscheidung in Bezug auf die Belegung und somit eine Detektion zu erreichen. Durch die Einschränkung des Wertebereiches von α mithilfe des a-priori-Wissens lässt sich der normalerweise große Nachteil der CFD, die Berechnungsdauer, deutlich verringern. Von zu berechnenden N^2 SCF-Werten sind nur noch N erforderlich. Vorausgesetzt wird hierfür eine Bestimmung des Amplitudenspektrums und eine Berechnung nach (4.5), wie dies in [CRJ⁺11] realisiert ist.

WLAN-Signale mit dem langen Schutzintervall von $T_G = 0.8 \mu\text{s}$ und einer resultierenden OFDM-Symboldauer von $T = 4 \mu\text{s}$ führen für ein Maximum bei der Trägerfrequenz eines Unterträgers auf eine zyklische Frequenz $\alpha = 250 \text{ kHz}$. In [Vuc03] wurden die zyklstationären Eigenschaften von kompletten OFDM-Signalen untersucht und gezeigt, dass es sich ohne zyklisches Präfix oder Anwendung einer Pulsformung im Gegensatz zu einem einzelnen Unterträger um ein stationäres Signal handelt. Da jedoch immer vom Vorliegen eines Schutzintervalls ausgegangen werden kann, induziert die QAM-Modulation weiterhin Maxima, die zur Detektion herangezogen werden können. Wird bedacht, dass jeweils im Abstand von $\alpha/2$ zu f_c nach (4.5) Werte für das Amplitudenspektrum verrechnet werden, aber α nur die Auflösung von f im Diskreten nach (4.6) maximal besitzen kann, kann eine minimale Auflösung zur Detektion des Peaks bestimmt werden:

$$\Delta f = \frac{\alpha}{2} \leq \frac{1/T}{2}. \quad (4.15)$$

Also muss mindestens eine sehr hohe Auflösung von $\Delta f = 125$ kHz gewährleistet werden, damit ein zuverlässiger Wert zur Schwellwertentscheidung berechnet werden kann. Bei Bluetooth beträgt diese notwendige Auflösung 500 kHz. Selbst wenn vor der Anwendung des CFD das Amplitudenspektrum, wie in [CRJ⁺11], bestimmt wurde, resultiert hieraus ein vergrößerter Prozessieraufwand, da gemäß der vermuteten Stellen der Maxima aufgrund der Unsicherheit über die Trägerfrequenz mindestens $N_{\text{WLAN}} = B/\Delta f = 800$ bzw. $N_{\text{BT}} = 200$ Werte berechnet werden müssen. Der Ansatz aus [CRJ⁺11] kann nicht direkt auf das Modell dieser Arbeit übertragen werden, da keine Bestimmung des Amplitudenspektrums erfolgt. Für die Rekonstruktion der zyklischen Spektralleistungsdichte \mathbf{R}_c wird daher die Bestimmung von $N_{\text{WLAN}}^2 = 640000$ bzw. $N_{\text{BT}}^2 = 40000$ Unbekannten erforderlich, was einen erheblich größeren Berechnungsaufwand und größere Unsicherheit in den einzelnen Variablen bedeutet. Das a-priori-Wissen über die Nicht-Null-Stellen bzw. möglichen Maximumstellen könnte nutzbar gemacht werden, indem zusätzlich zum Leistungsdichtespektrum \mathbf{s} auf der Diagonalen die SCF an diesen Stellen rekonstruiert wird. Dadurch erhöht sich der Berechnungsaufwand nur noch um Vielfache von N mit einem Faktor, der der Anzahl der zu überprüfenden Signalstandards entspricht. Wenn wie bei WLAN-Signalen die Symboldauer variieren kann, vergrößert sich diese Zahl jedoch weiter.

Bei groben Auflösungen, die für CR-Anwendungen mit Breitbandabtastung sinnvoll sind, kann die spektrale Korrelation gemäß (4.15) nicht aufgelöst werden und daher Gleichung (2.18) als gültig angesehen werden. Das Modell der Vorarbeit [Bec16], in dem stationäre Signale angenommen werden, kann dann als hinreichend genau bezeichnet werden. Die Ergebnisse aus Abschnitt 6.3.2, in denen eine Rekonstruktion der PSD anhand von realen Messungen erfolgt, stützen diese These.

Zuletzt sei darauf hingewiesen, dass mögliche vorkommende Signale mit Hinblick auf die Zyklostationarität überprüft werden sollten, um eine Gültigkeit des Modells gewährleisten zu können. Sollte dies nicht der Fall sein, bietet sich eine Kombination von Kantenrekonstruktion auf der Diagonalen von \mathbf{R}_c und normaler CS-Rekonstruktion der zyklischen Merkmale in Form von Peaks auf der Nicht-Diagonalen an. Diese neue Idee sollte nach Umordnung der Matrixelemente die Stärken beider Ansätze vereinen können, wobei immernoch ein erhöhter Berechnungsaufwand anfällt. Auf eine Implementierung wurde aus Gründen des Umfangs verzichtet.

4.2. 2D - Power Spectrum Sensing

Die Annahme der Stationarität der Signale ist über längere Zeiträume nicht gerechtfertigt, weil Übertragungen eine endliche Datenmenge aufweisen oder Nutzer nicht über den gesamten Zeitraum aktiv sind. Ein typisches Aktivitätsmuster eines WLAN-Signals in Frequenz f und Zeit t ist schematisch in Abb. 4.2 dargestellt. Auf den einzelnen Kanälen starten und enden jeweils Übertragungen. Es fällt auf, dass die Übertragungen in einigen wenigen Clustern in Form von Blöcken angeordnet sind. Weil auch in der Zeitdimension eine geringe Anzahl an abrupten Pegelwechseln beobachtet werden kann, kann damit nicht nur in der Frequenz die bekannte dünne Besetzung der Kanten angenommen werden. Dieses Verhalten spiegelt sich auch in praktischen Messungen aus Abschnitt 6.3.2 wieder und verifiziert diese Modellannahmen. Daher liegt es nahe, das bestehende Modell um die Zeitdimension zu erweitern, um einerseits der Natur der stückweise-stationären Prozesse gerecht zu werden und andererseits von der zusätzlichen Information der dünnen Besetzung zu profitieren und eine nochmalige Reduktion der Abtastrate zu erwirken. Die hierdurch entstehende Vorgehensweise zur Rekonstruktion des Spektrums, die erstmalig beschrieben wird, soll im Folgenden hergeleitet werden.

4.2.1. Herleitung

Hierfür werden die bei der Abtastperiode T_A ermittelten Abtastwerte \mathbf{y} jeweils einzelnen diskreten Zeiteinheiten k zugeordnet, für die jeweils die vektorisierte Autkorrelationsmatrix $\mathbf{r}_{\mathbf{y}_k}$ und das Leistungsdichtespektrum \mathbf{s}_k gemäß Kapitel 2 bestimmt wird. Die Dauer einer Zeiteinheit im Kontinuier-

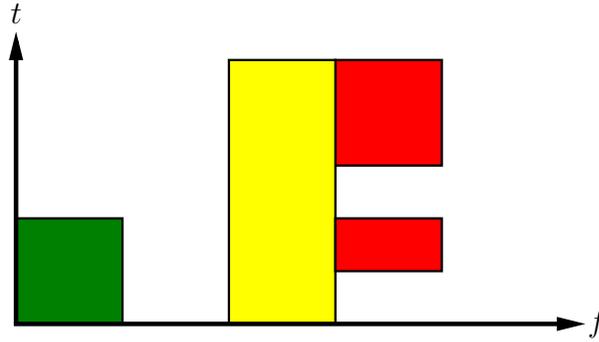


Abbildung 4.2.: Besetzung eines Spektrums in Frequenz f und Zeit t .

lichen entspricht damit der Zeit zur Bestimmung der PSD bzw. der Zeitauflösung Δt , welche sich aus der Anzahl der Frequenzpunkte N und der Anzahl der Realisierungen bzw. wiederholten Messungen des Prozesses Q zusammensetzt:

$$\Delta t = Q \cdot N \cdot T_A. \quad (4.16)$$

In der Realität kann nur ein endliche Anzahl an Zeiteinheiten K betrachtet werden, die eine Dauer von Δt aufweisen, was auf eine Gesamtdauer der Abtastung von $K \cdot \Delta t$ führt. Weil jetzt mehrere Gleichungen zu den Zeitpunkten $k\Delta t$ vorliegen, kann das Gleichungssystem aus (2.20) zu einem Matrixgleichungssystem erweitert werden:

$$[\mathbf{r}_{y_1} \ \mathbf{r}_{y_2} \ \cdots \ \mathbf{r}_{y_K}] = \Phi \cdot [\mathbf{s}_1 \ \mathbf{s}_2 \ \cdots \ \mathbf{s}_K]. \quad (4.17)$$

Nach Vektorisierung kann folgendes Gleichungssystem formuliert werden, bei dem sich die einzelnen Abtastmatrizen Φ_k der einzelnen gemessenen und vektorisierten Autokorrelationsmatrizen \mathbf{r}_{y_k} auf der Diagonalen wiederfinden:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_{y_1} \\ \mathbf{r}_{y_2} \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{y_K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \Phi_K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{s}_K \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\mathbf{r}_{y_T} = \Phi_T \cdot \mathbf{s}_T. \quad (4.19)$$

Es resultieren die gesamten Autokorrelationsmessungen $\mathbf{r}_{y_T} \in \mathbb{C}^{KM^2 \times 1}$ und die gesamte Abtastmatrix $\Phi_T \in \mathbb{C}^{KM^2 \times KN}$, aus denen die PSD zu verschiedenen Zeitpunkten $\mathbf{s}_T \in \mathbb{C}^{KN \times 1}$ ermittelt werden soll. Die Abtastmatrizen Φ_k können sich in dieser Form des GLS unterscheiden, was genutzt werden kann, um unterschiedliche Teilmengen von Abtastwerten zu erlangen und die Rekonstruktionsqualität zu verbessern. Da aber in der Praxis ein ADC eingesetzt wird, dessen Abtastung nicht variabel ist und der damit eine feste Realisierung aufweist, werden diese im Folgenden mit $\Phi_1 = \cdots = \Phi_K$ gleichgesetzt angenommen. Das Gleichungssystem (4.19) kann jetzt mit den bereits erwähnten Methoden wie LS oder CS gelöst werden, jedoch wird dann noch nicht die Information aus der Zeitdimension genutzt bzw. kann auch eine separate Lösung der Teilgleichungssysteme erfolgen.

Hier bietet sich der Einsatz der Total Variation Norm an, die ein Maß für die Änderung der Vektorelemente darstellt und schon in Abschnitt 2.4.2 betrachtet wurde. Dies ist gleichbedeutend mit der Bildung der Differenz in jeweils t - und f -Dimension. Der Absolutbetrag des Differentials wird dann minimiert, sodass nur Kanten rekonstruiert werden, die für die Erfüllung des Gleichungssystems (4.19) gewichtig sind. Es werden dadurch stückweise konstante Verläufe begünstigt, wie diese im Signalmodell der auftretenden Spektren angenommen wurden, und kleine Änderungen unterdrückt. Eine eindimensionale Ableitung, die wie zuvor zu einer Kantenrepräsentation führt, ist nicht zielführend, weswegen

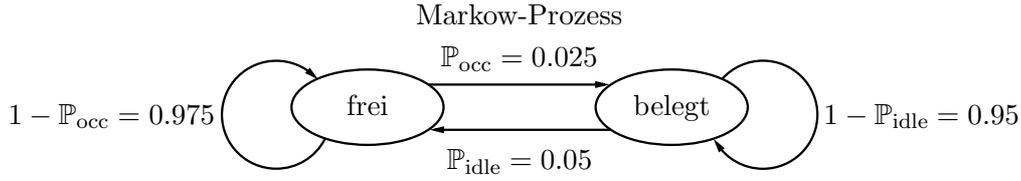


Abbildung 4.3.: Zeitmodell als Markow-Kette dargestellt.

auf ein 2D-Differential zurückgegriffen werden muss, welches sich aus zwei Matrizen zusammensetzt: Die Bildung der Differenz in der Frequenz für die zu einem Zeitpunkt k vorliegenden \mathbf{s}_k erfolgt mit der Matrix $\mathbf{\Gamma}_f \in \mathbb{R}^{K(N-1) \times KN}$

$$\mathbf{\Gamma}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Gamma}_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{\Gamma}_1 \end{bmatrix}, \quad (4.20)$$

wobei $\mathbf{\Gamma}_1 \in \mathbb{R}^{N-1 \times N}$ über

$$\mathbf{\Gamma}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

festgelegt ist. Das Differential in der Zeitdimension $\mathbf{\Gamma}_t \in \mathbb{R}^{(K-1)N \times KN}$ lautet folgendermaßen:

$$\mathbf{\Gamma}_t = \begin{bmatrix} -1_{1,1} & 0 & \dots & 1_{1,N+1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1_{2,2} & \dots & 0 & 1_{2,N+2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1_{(K-1)N,(K-1)N} & 0 & \dots & 1_{(K-1)N,KN} \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Insgesamt ergibt sich das Differential

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_f \\ \mathbf{\Gamma}_t \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

und damit das Total Variation Norm - Minimierungsproblem:

$$\hat{\mathbf{s}}_{\mathbf{T}} = \arg \min_{\mathbf{s}_{\mathbf{T}}} \|\mathbf{\Gamma} \mathbf{s}_{\mathbf{T}}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{r}_{\mathbf{yT}} = \mathbf{\Phi}_{\mathbf{T}} \mathbf{s}_{\mathbf{T}}. \quad (4.24)$$

Es liegen verschiedene spezielle Algorithmen vor, die dieses spezielle Optimierungsproblem lösen können. Dazu gehören z.B. „Alternating-Direction Method of Multipliers for 2-dimensional TV-Lp norm“ oder „Subspace Barzilai-Borwein Method for 2-dimensional TV-L1“ [BS10]. Dadurch werden die Kanten analog zu CS mit der l1-Normnäherung rekonstruiert. Durch die Zusammenfassung von Messungen liegen bei dieser Methode neue Vor- und Nachteile vor: Zwar kann durch die zusätzliche Ausnutzung der Kantenstruktur in der Zeit die Rekonstruktionsqualität bei höheren Kompressionen verbessert werden, jedoch geht dies mit einer Verlängerung der Abtastdauer einher. Denn im Gegensatz zum eindimensionalen Fall, bei dem nach jedem Zeitschritt Δt eine Spektralrekonstruktion berechnet wird, erfolgt diese Berechnung erst gemäß der Anzahl der Zeitschritte K nach der Zeitdauer von $K\Delta t$, woraus eine Verzögerungszeit (Delay) resultiert, nach der erste Entscheidungen bezüglich der Spektralbelegung vorgenommen werden können.

4.2.2. Zeitmodell

Um in Simulationen die Performance des Verfahrens feststellen zu können, muss das typische Verhalten von Übertragungen in der Zeit bestimmt werden. Dieses ist jedoch von den zu übertragenden Daten oder den konkreten Anwendungen abhängig: Internetkonferenzen bestehen zum Beispiel aus vielen kleinen Paketen, während große Downloads auf sehr lange Pakete führen. Daher soll eine Verteilung verwendet werden, die die zufällige Dauer von Zeitintervallen X über mehrere Größenordnungen modelliert: die geometrische Verteilung. Deren Äquivalent im Kontinuierlichen, die Exponentialverteilung, hat sich für die Modellierung von WLAN-Übertragungen als geeignet erwiesen [GTS07]. Zu jedem Zeitpunkt wird also mit einer Wahrscheinlichkeit \mathbb{P} ein Wechsel des Zustands ausgewürfelt, sodass zusätzlich von einem Markov-Prozess mit den zwei Spektralzuständen frei und belegt ausgegangen wird, welcher in Abb. 4.3 in Form einer Markov-Kette dargestellt ist. Die Wahrscheinlichkeit für einen Beginn der Übertragung wurde zu $\mathbb{P}_{\text{occ}} = 1/40 = 2.5\%$ und dafür, dass der Kanal wieder frei wird, zu $\mathbb{P}_{\text{idle}} = 1/20 = 5\%$ angenommen. Der Erwartungswert einer geometrischen Verteilung beträgt $\mathbb{E}[X] = 1/\mathbb{P}$, weshalb im Mittel ein Wechsel von frei zu belegt nach $K = 40$ und umgekehrt nach $K = 20$ Zeiteinheiten stattfindet. Die Standardabweichung ist gemäß der Natur der Verteilung sehr hoch und entspricht wegen der geringen Wahrscheinlichkeiten mit $\sigma_X = \sqrt{(1-\mathbb{P})/\mathbb{P}^2} \approx 1/\mathbb{P}$ nahezu dem Erwartungswert. Dadurch wird die Generierung ganz unterschiedlicher Spektralverläufe ermöglicht. Mithilfe der Übergangsmatrix \mathbf{P} kann die mittlere Belegung \mathbb{P}_1 bzw. \mathbb{P}_2 von Zustand frei bzw. Zustand belegt im Gleichgewichtszustand, gegen den der Markov-Prozess strebt, über die Bestimmung des Eigenvektors zum Eigenwert 1 ermittelt werden [Asm03]:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{1}_{1 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{P}_1 \\ \mathbb{P}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 - \mathbb{P}_{\text{idle}} & \mathbb{P}_{\text{occ}} \\ \mathbb{P}_{\text{idle}} & 1 - \mathbb{P}_{\text{occ}} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{P}_1 \\ \mathbb{P}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{P}_1 \\ \mathbb{P}_2 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbb{P}_1 \\ \mathbb{P}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbb{P}_{\text{occ}} / (\mathbb{P}_{\text{occ}} + \mathbb{P}_{\text{idle}}) \\ \mathbb{P}_{\text{idle}} / (\mathbb{P}_{\text{occ}} + \mathbb{P}_{\text{idle}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 \\ 1/3 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Damit sind $\mathbb{P}_2 = 1/3$ der 5 Bänder im Mittel belegt, was einer Anzahl von 1.66 entspricht und fast die Standardeinstellung dieser Arbeit von 2 belegten WLAN-Bändern aus Anhang A wiedergibt, wodurch der Gleichgewichtszustand des Markov-Prozesses fast von Anfang an vorliegt. Nach $K = 20$ Zeiteinheiten, welche bei sämtlichen Simulationen mindestens verwendet wurden, kann dieser mit $[\mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2] = [0.6526, 0.3474] \approx [2/3, 1/3]$ tatsächlich angenommen werden.

Überträgt man die Zahlen hinsichtlich der Dauer bis zu einem Zustandswechsel auf das Beispiel von WLAN-Signalen im ISM-Band im Rahmen der Standardsimulation, so entspräche diese einer mittleren Zeitdauer von $T_{\text{occ}} = K\Delta t = 40$ ms bzw. $T_{\text{idle}} = 20$ ms. Eine Zeiteinheit besitzt hier nämlich eine Ausdehnung von $\Delta t = QNT_A = 1$ ms. In den praktischen Messungen aus Abschnitt 6.3.2 konnten solche langen Übertragungen nach Initiierung eines Downloads beobachtet werden, weswegen das Modell gut begründet ist. Vor der Übertragung zeigte sich ein für einen längeren Zeitraum unbelegter Kanal. Damit dünn besetzte Spektren entstehen, in denen nicht zu selten Zustandsübergänge stattfinden und auch kurze WLAN-Pakete berücksichtigt werden können, wurde die mittlere Anzahl der Zeiteinheiten bis zu einem Wechsel wie beschrieben gewählt.

4.2.3. Simulationsergebnisse

In Abb. 4.4 können die Simulationsergebnisse bei Orakelschätzung unter Vorgabe des Residuums eingesehen werden. Die maximale Anzahl an Zeiteinheiten beträgt $K = 50$. Zur verbesserten Detektion von Kanten und belegten Bändern wurde der Schwellwert η_W mit dem Mittelwert der Maximalwerte $\max\{\mathbf{s}_k\}$ von den einzelnen, auf einen Zeitpunkt k bezogenen Spektren \mathbf{s}_k initialisiert. Ansonsten wurden Standardeinstellungen und -ablauf beibehalten und der WED sowie der ED damit im Eindimensionalen angewendet. Als Anfangsbelegung wurde also die Standardbelegung $\beta = 40\%$

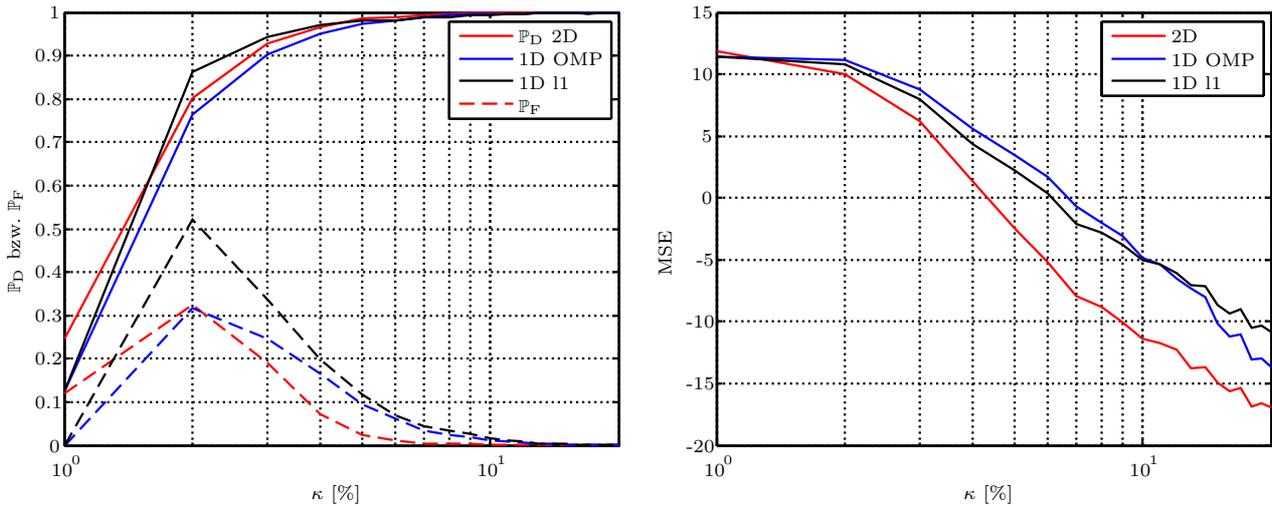


Abbildung 4.4.: Links Detektions- und Falschalarmraten und rechts mittlerer quadratischer Fehler von 2D-Rekonstruktion und 1D-Methoden bei $K = 50$ Zeitschritten in Abhängigkeit der Kompression κ .

angenommen und die Trägerhöhe für ein Band festgelegt. Zur Lösung des TV-Norm- und des l1-Norm-Minimierungsproblems wurde wieder auf CVX zurückgegriffen.

Im linken Graphen sind Detektions- und Falschalarmraten dargestellt, die darauf hinweisen, dass die 2D-Rekonstruktion (2D) die höchste Leistungsfähigkeit aufweist. Während bei allen betrachteten Methoden die Detektionsraten annähernd identisch sind, liegen bei dieser geringere Falschalarmraten vor. Für eine Kompression $\kappa = 5\%$ beträgt diese $\mathbb{P}_F \approx 2\%$, wogegen OMP und l1-Optimierung, die auf jedes Spektrum zu einem Zeitpunkt k einzeln und eindimensional (1D) angewendet werden, hier 10% des Spektrums fälschlicherweise als belegt deklarieren. Die Performance unterscheidet sich zwischen beiden letztgenannten Algorithmen kaum, da häufigere Detektionen um den gleichen Betrag häufigere Falschalarme mit sich ziehen und umgekehrt. Dies kann mit einem in den Simulationen beobachteten höheren Schwellwert bei Einsatz der l1-Optimierung erklärt werden. Auf diesen Umstand weist auch die geringe Differenz im MSE hin (rechter Graph).

Es zeigt sich, dass die TV-Norm-Minimierung einen ungefähr 5 dB geringeren MSE aufweist und damit eine höhere Rekonstruktionsqualität als die anderen beiden Verfahren bietet. Das zusätzliche Wissen über die dünne Besetzung der Kanten in der Zeit kann also gewinnbringend genutzt werden. In Abb. 4.5 ist die hohe Qualität der Spektralrekonstruktion bei der hohen Kompression $\kappa = 5\%$ anhand eines Beispiels ersichtlich.

Zuletzt soll noch der Einfluss der Länge des betrachteten Zeitintervalls untersucht werden. Es kann davon ausgegangen werden, dass über einen längeren Zeitraum wegen der langsamen Änderung des Spektralverlaufs weniger Information hinzukommt als zusätzliche Abtastwerte erlangt werden. Daher sollte sich die Rekonstruktionsqualität und die der Spektralschätzung insgesamt erhöhen, was auch durch den rechten Graphen aus Abb. 4.6 bestätigt wird. Der mittlere quadratische Fehler nimmt nämlich bei Vergrößerung des in der TV-Norm betrachteten Zeitintervalls von $K = 20$ zu $K = 100$ ab. Zwischen $K = 50$ und $K = 100$ entspricht die Abnahme 3 dB und zwischen $K = 20$ und $K = 100$ 4 dB, was exakt mit den Faktoren der Erhöhung der Anzahl der Messungen $100/50 = 2$ bzw. $50/20 = 2.5$ übereinstimmt. In den Detektions- und Falschalarmraten, die im linken Graphen dargestellt sind, schlägt sich diese Erhöhung der Rekonstruktionsqualität kaum nieder: Im relevanten Bereich der Kompression bis $\kappa = 3\%$ liegt kein nennenswerter Unterschied vor, was mit der ohnehin schon sehr hohen Rekonstruktionsqualität in Form von $\text{MSE} < -5$ dB erklärt werden kann. Das gewählte Zeitmodell, dass tendenziell nur langsame Änderungen innerhalb der festgelegten Zeitintervalle generiert,

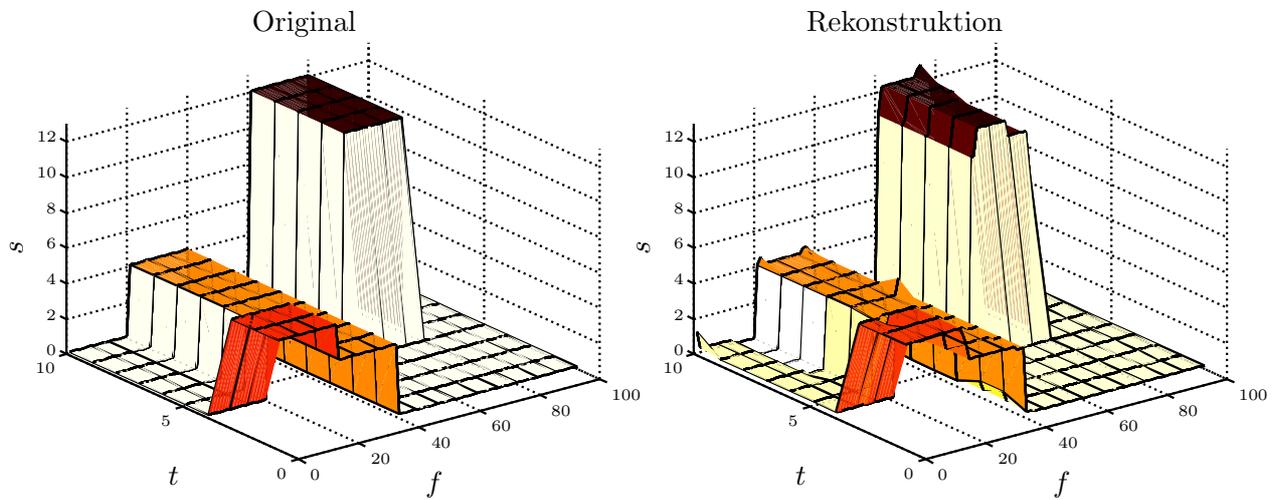


Abbildung 4.5.: Originales (links) und rekonstruiertes (rechts) Leistungsdichtespektrum in Frequenz f und Zeit t bei Kompression $\kappa = 5\%$.

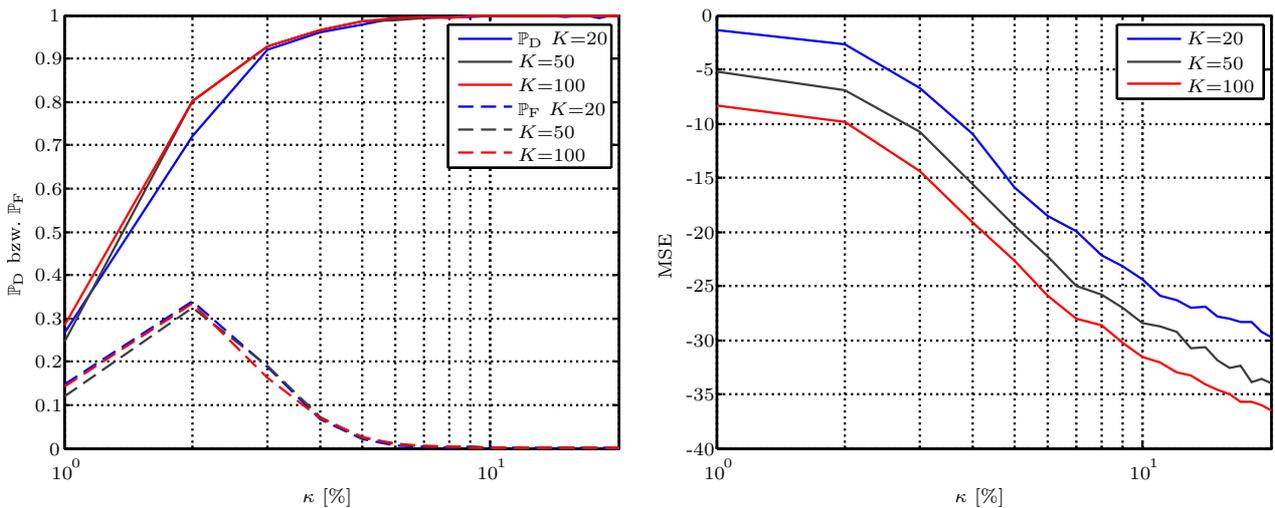


Abbildung 4.6.: Links Detektions- und Falschalarmraten und rechts mittlerer quadratischer Fehler von 2D-Rekonstruktion in Abhängigkeit der Kompression κ und Anzahl der Zeitintervalle K .

begünstigt keines der betrachteten Zeitintervalle der Länge K , sodass dessen Einfluss ausgeblendet werden kann. Abhängig von der Anwendung und der hiermit verknüpften Häufigkeit von Änderungen kann sich aber eine optimale Mindestlänge, die auf höhere Kompressionen führt, ergeben. Bei langen Übertragungen ergibt sich bei langen Zeitintervallen ein großer Vorteil, während bei kurzen auch ein kürzeres Zeitintervall ausreicht, um die Stationarität eines Signals über einen bestimmten Zeitraum zur Reduzierung der benötigten Anzahl an Abtastwerten zu nutzen.

4.3. Dynamic Sensing und Sensing-Throughput Tradeoff

Bisher wurde nur die Spektralschätzung an sich betrachtet und deren Schnelligkeit und Genauigkeit untersucht. Es hat sich gezeigt, dass der in dieser Arbeit betrachtete Ansatz des Power Spectrum Sensings unter diesen Gesichtspunkten auf reale Signale anwendbar ist. Dabei wurde ausgeklammert, dass das CR nach erfolgter Spektrumsdetektion eigene Übertragungen initiieren soll. Da es wegen dieser zu einer Überstrahlung des betrachteten Bandbreitebereiches kommt, kann in der Sendezeit keine Spektralschätzung erfolgen und Interferenz zum Primärnutzer, die unbedingt vermieden werden sollte, nicht sofort erkannt werden. Die sich dadurch abzeichnende Zeitdynamik stellt eine neue Herausforderung dar und zeigt die Erfordernis eines Dynamic Sensing auf.

Eine Lösung, um möglichst schnell Änderungen der Belegungen von rauschenden, gaußverteilten Signalen auch über mehrere Abtastperioden hinweg zu erkennen, bietet das hierfür entwickelte Framework Quickest Detection aus [LFP08]. Dieses wäre damit auf das Amplitudenspektrum anwendbar, lohnt sich aber in dieser Arbeit aus dem Grund nicht, dass Änderungen der Spektralleistungsdichte in der Zeitdimension wie in der Frequenzdimension gemäß Abschnitt 4.2 als Kanten sehr klar sichtbar werden, wodurch dieses Problem vernachlässigt werden kann.

Vielmehr stellen die unvermeidlichen, blinden Sendephasen ein Problem dar. Zukünftige Standards, die die Anwendung von CR-Systemen gestatten, werden eine maximale Interferenzdauer T_I definieren, die von den sendenden CRs nicht überschritten werden darf. Diese muss als maximale Sendedauer $T_{tx} \leq T_I$ angesehen werden, denn eine Übertragung eines Primärnutzers kann direkt nach Ende der Spektralschätzung beginnen, wodurch dieser über die gesamte Sendedauer des CRs Interferenz aufweist. Sofern eine Übertragung kurz vor Ende der Abtastung beginnt, ist eine Detektion eventuell möglich, aber schwieriger, weil weniger Signalenergie vorliegt. Zur Vereinfachung wird im Folgenden dieser Fall vernachlässigt. Auch für die Mustererkennung sind die entstehenden „Blind Spots“ ein Problem, weil nun Information fehlt. Als Lösungsansatz könnten Inpainting-Verfahren oder andere Interpolationsverfahren infrage kommen.

Wenn die Zeit der Spektralschätzung Δt sehr groß ist im Vergleich zur Sendezeit, die also aus der maximalen Interferenzdauer abgeleitet werden kann, reduziert sich die Effizienz des CR-Systems dramatisch. Nur ein Bruchteil der Zeit wird zur Übertragung genutzt. Diese Problematik führt auf den Sensing-Throughput-Tradeoff, den Kompromiss, der zwischen Genauigkeit bzw. Zeit der Abtastung und dem Datendurchsatz eingegangen werden muss. Die Kenngröße, die diesen Sachverhalt quantitativ beschreibt, ist die Abtasteffizienz (engl. Sensing Efficiency), die das Verhältnis von Sendezeit zur gesamten Dauer des periodisch ablaufenden Zyklus von Abtastung und Senden angibt:

$$\zeta = \frac{T_{tx}}{T_{tx} + \Delta t}. \quad (4.26)$$

Nicht berücksichtigt ist hier noch die Prozessierungsdauer, die die Effizienz weiter verringert und mit der Abtastdauer zusammengefasst werden kann.

Am Beispiel des 2.4GHz-ISM-Bandes soll zuletzt eine Ermittlung der möglichen Größenordnungen der Effizienz erfolgen. Wird wie in den Standardsimulation $N = 100$ und $Q = 1000$ bei einer Bandbreite des 2.4GHz-ISM-Bandes bzw. einer Abtastfrequenz von $f_S = 100$ MHz zugrunde gelegt, ergibt sich

eine erforderliche Zeitdauer der Schätzung von

$$\Delta t = \frac{N \cdot Q}{f_S} = 1 \text{ ms}, \quad (4.27)$$

welche noch nicht die Prozessierungsdauer beinhaltet. Hieraus kann ein Abwägen zwischen Frequenzauflösung N und Qualität der PSD-Schätzung gefolgert werden, die durch die Anzahl der wiederholten Messungen Q bestimmt wird: Eine Erhöhung beider Parameter hat eine Erhöhung der zur Abtastung erforderlichen Zeit zufolge, welche die Effizienz verringert. Wird von einer maximalen Interferenzdauer ausgegangen, die einer halben Paketdauer von Bluetooth-Signalen entspricht, sodass sehr schnell auch auf einzelne Pakete reagiert werden kann, so beträgt die Effizienz

$$\zeta = \frac{312.5 \text{ } \mu\text{s}}{312.5 \text{ } \mu\text{s} + 1000 \text{ } \mu\text{s}} = 23.81\%. \quad (4.28)$$

Knapp ein Viertel der Zeit wird zur Übertragung von Daten genutzt. Wird die Anzahl der Messungen, wie in der Wideband-Sensing-Demonstration aus Abschnitt 6.3.2, auf $Q = 100$ reduziert, so steigert sich diese um das Dreifache auf $\zeta = 75.76\%$, was als sehr effizient bezeichnet werden kann. Weil die Abtastfrequenz der Demo jedoch mit $f_S = 26 \text{ MHz}$ niedriger ist, kann in dieser hypothetisch eine hohe Abtasteffizienz von $\eta = 44.83\%$ erreicht werden.

Damit kann schlussendlich auch der Einsatz des in dieser Arbeit betrachteten Ansatzes des Power Spectrum Sensing unter dem Aspekt des Sensing-Throughput-Trade-Offs als realistisch eingeschätzt werden. Bei einer zu niedrigen Effizienz würde sich dieser nämlich wegen der niedrigen erreichbaren Datenraten nicht rentieren. Die erreichbare Effizienz in der Praxis wird maßgeblich über die maximale Interferenzdauer bestimmt, welche von hohem Interesse ist und in Standards definiert werden sollte. Diese kann zwar nicht verändert werden, dennoch sollte unabhängig hiervon eine gute Qualität der Spektralschätzung gewährleistet werden, da Primärnutzer im Rahmen von Cognitive Radio eine höhere Priorität besitzen. Zuletzt sei angemerkt, dass die Problematik der Abtasteffizienz in industriellen Szenarien, wie diese im Projekt KoMe betrachtet werden, in das die Ergebnisse dieser Arbeit einfließen sollen, mit speziellen Sensing-Einheiten umgangen werden kann: Durch den Einsatz separater Einheiten, die die Belegung erfassen und an die CRs weitergeben, könnte nämlich die Spektralschätzung von den Übertragungen entkoppelt werden.

Kapitel 5.

Erweiterung in die Raumdimension

Neben dynamischen Änderungen, die die Herausforderung in der Zeitdimension darstellen und so schnell wie möglich detektiert werden müssen, um Interferenzen zu Primärnutzern zu vermeiden, muss auch die Raumdimension berücksichtigt werden. Denn in Abhängigkeit vom Ort, an dem sich ein CR aufhält, können Signale von unterschiedlichen Primärnutzern empfangen werden. Ob ein Signal detektiert werden kann, hängt maßgeblich von der Entfernung und den im Raum vorhandenen Objekten bzw. Hindernissen ab, die ausführlich in Abschnitt 5.1 beschrieben werden. Wenn mehrere CRs zusammenarbeiten, können wegen der räumlichen Diversität die Detektionsraten erhöht werden. Dies wird als Cooperative Sensing bezeichnet, für das unterschiedliche Ansätze in Abschnitt 5.2 erläutert werden. Außerdem kann die Kooperation der Sekundärnutzer genutzt werden, um die Position und Sendeleistung der Primärnutzer zu schätzen, womit sich in Abschnitt 5.3 auseinandergesetzt wird.

5.1. Problemstellung

In Abbildung 5.1 sind die durch den Raum bedingten Effekte dargestellt, wobei im Vergleich zu Abschnitt 3.6 und Abb. 3.16 zusätzliche Effekte berücksichtigt werden. So wird die elektromagnetische Strahlung einerseits durch den Pfadverlust (engl. Path Loss) gedämpft und gelangt andererseits über Reflexionen und Brechungen zu unterschiedlichen Zeitabständen mehrfach zum Empfänger, was zu Frequenzselektivität führt. Jeder dieser einzelnen Makropfade besteht wiederum aus einer Überlagerung vieler Mikropfade, die nach dem zentralen Grenzwertsatz normalverteilt sind und auf eine Rayleigh-Verteilung des Betrages führen. Dies wird als Rayleigh Fading bezeichnet und kann eine zusätzliche Verminderung der Empfangsleistung bedingen. Letztere beiden Effekte können das Spektrum derart verformen, dass Kanten gedämpft werden und folglich schwieriger zu rekonstruieren bzw. zu detektieren sind (Multipath/Rayleigh Fading \Rightarrow Edge Fading). Auf einem Pfad kann außerdem die Strahlung von Objekten im logarithmischen Maßstab derart absorbiert oder abgeschattet werden, dass das Signal nicht mehr in ausreichender Stärke am Empfänger vorliegt oder die Pfade derart unterschiedlich werden, dass die Signale unterschiedlicher Primärnutzer in derart unterschiedlichen Größenordnungen liegen, sodass lediglich das stärkste detektiert werden kann. Dieser Effekt wird als Log-normal Shadow Fading bezeichnet. Ein weiteres Problem, das sich ergibt und in der Literatur als Hidden Terminal Problem bezeichnet wird, betrifft passive Primärnutzer (Rx), die Signale von aktiven Primärnutzern (Tx) empfangen. Befindet sich ein solcher in der Nähe eines CRs, wie in Abb. 5.1 rechts dargestellt, während der Sender außerhalb des Beobachtungsradius des CRs liegt, kann dieser gestört werden. Zuletzt kann noch die Technik des Beamformings durch ein Mehrantennensystem (z.B. Phased-Array-Antenne) als Erschwernis eingestuft werden, bei dem die Richtcharakteristik der Gesamtanordnung so angepasst wird, dass die Strahlung überwiegend in Richtung des Empfängers gebündelt wird. Hierdurch sollte ein CR in Reichweite des Primärnutzers nur noch in einem Bruchteil der Fälle, wenn es sich also direkt im Strahl oder neben dem PU befindet, in der Lage sein, eine Übertragung zu detektieren. Diese noch selten anzutreffende Technik, die in WLAN-Übertragungen nach dem relativ neuen 802.11ac-Standard aus dem Jahr 2013 realisiert ist, soll in dieser Arbeit nicht näher untersucht werden, aber sollte im Hinblick auf zukünftige Entwicklungen im Auge behalten werden.

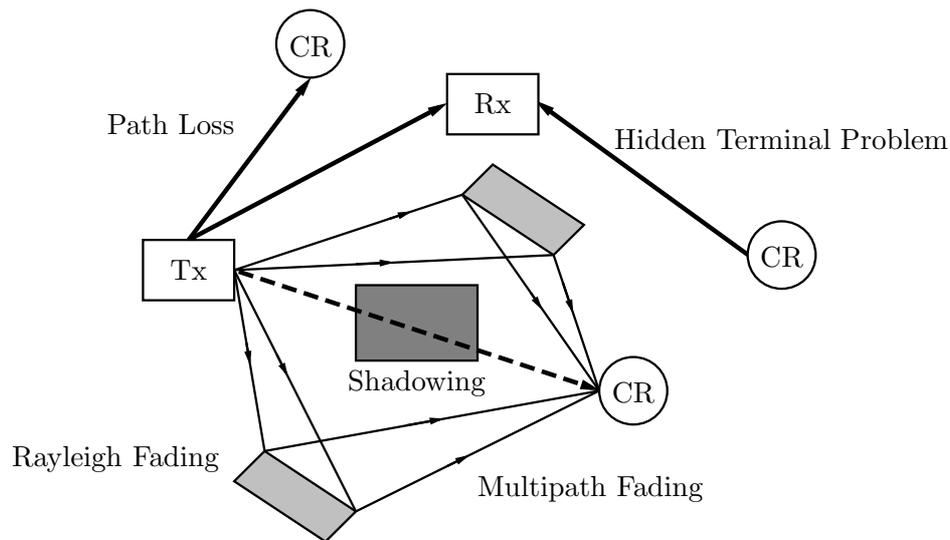


Abbildung 5.1.: An der vom Sender (Tx) zum Empfänger (Rx) und zu den CRs ausgesendeten, elektromagnetischen Strahlung auftretende Effekte, die durch die Geometrie und Beschaffenheit des Raumes bedingt sind.

Um die beschriebenen Probleme zu lösen, wird in der Literatur das Konzept des Cooperative Sensing vorgeschlagen [Tia08],[ALB11]. Hier kooperieren mehrere CRs, indem diese Informationen über die spektrale Belegung oder das Spektrum selbst austauschen, wodurch die räumliche Diversität der CRs nutzbar wird. Zusammen sind die CRs damit in der Lage alle Primärnutzer zu detektieren. Eine neuartige Realisierung des Konzepts findet sich in Abschnitt 5.2.

Um abschätzen zu können, welches CR in der Lage ist mit einem bestimmten Primärnutzer zu interferieren, bietet sich die Lokalisierung der Primärnutzer mit Schätzung der Sendeleistung über die empfangenen Signalstärken (engl. **R**eceived **S**ignal **S**trength, RSS) an. Normalerweise wird in Cooperative Sensing allen CRs eine Übertragung in den belegten Bändern untersagt. Dadurch, dass nach Lokalisierung und Schätzung der Sendeleistung ein Interferenzgebiet geschätzt werden kann und überprüft werden kann, ob sich ein CR in der Reichweite eines PU befindet, kann dieses Problem gelöst werden und nur den CRs, die direkt interferieren würden, eine Übertragung verwehrt werden. Hiermit lässt sich die Bandbreiteneffizienz erhöhen. Weil die Empfangsleistung der Primärnutzer ohnehin nach Bandbreite jeweils einzeln erfasst wird, bietet sich der Einsatz einer Lokalisierung an, welcher deswegen in dieser Arbeit in Abschnitt 5.3 untersucht werden soll.

5.2. Cooperative Sensing

Im Rahmen von Cooperative Sensing wurde das Modell (2.20) aus [CE14] noch nicht betrachtet. Daher soll im Folgenden der Ansatz aus [Tia08] verfolgt werden, um das Konzept mit dem Standardansatz dieser Arbeit zu kombinieren und die Kantenrekonstruktion weiterhin umsetzen zu können. Hierfür muss im Gegensatz zu [Tia08] das Leistungsdichtespektrum und nicht das Amplitudenspektrum betrachtet werden, woraus sich ein neuartiger Ansatz ergibt, der sich aus 3 Komponenten zusammensetzt.

5.2.1. Übertragungsmodell

Wie im Standardmodell (2.20) wird angenommen, dass die Signale während der Abtastzeit stationär sind, was bei groben Auflösungen und Breitbandabtastungen, wie in 4.1 dargelegt, und nicht zu langen Abtastzeiten eine sinnvolle Approximation darstellt. Neu ist der Kanal, welcher sich aus mehreren

Komponenten zusammensetzt: Einerseits das bereits in 3.6 betrachtete und beschriebene Selective Fading in Kombination mit Small-scale Fading bzw. Rayleigh Fading, welches zu Frequenzselektivität des Kanals führt, und andererseits der aufgrund der zurückgelegten Distanz auftretende Pfadverlust sowie Log-normal Shadow Fading.

Ersterer Effekt lässt sich über eine Impulsantwort des Kanals \mathbf{h}_r beschreiben, für die das Modell aus Abschnitt 3.6 zugrunde gelegt wird, wobei die einzelnen komplexwertigen Elemente $h_{r,i} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_i^2)$ einer Normalverteilung mit eigener Varianz σ_i^2 folgen.

Der Pfadverlust ist durch die zurückgelegte Distanz des ersten eintreffenden Signalanteils bedingt und wird in [Tia08] nicht berücksichtigt, sodass die Ergebnisse nicht auf den realen Anwendungsfall, in dem ein Pfadverlust vorliegt, übertragen werden können. Die elektromagnetischen Wellen mit Sendeleistung P_{tx} breiten sich nämlich gleichmäßig in alle Richtungen aus und verteilen sich auf einer Kugeloberfläche mit Radius d , sodass die Empfangsleistung P_{rx} im freien Raum mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt. Über empirische Messungen ist man zu einem Modell für den Pfadverlust gelangt, dass die Realität besser abbilden kann, weil die Umgebung berücksichtigt wird, die erheblichen Einfluss auf die Signalausbreitung nimmt [CAAE15]:

$$PL = PL_0 + 10\gamma \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right) + X_{\sigma_{dB}} \quad (5.1)$$

$$P_{rx} = P_{tx} \cdot 10^{-PL/10} = \rho \frac{P_{tx}}{d^\gamma 10^{X_{\sigma_{dB}}/10}}. \quad (5.2)$$

Der in dB gemessene Pfadverlust PL ist abhängig von der zurückgelegten Distanz d , wobei der Pfadverlustexponent γ nicht mehr 2 beträgt wie im Vakuum, sondern maßgeblich durch die Frequenz, die Antennenlängen und die Umgebung bestimmt wird. Log-normal Shadow Fading wird mit der normalverteilten Zufallsvariable $X_{\sigma_{dB}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{dB}^2)$ modelliert, deren Standardabweichung σ_{dB} experimentell bestimmt werden muss. Große beobachtbare Abweichungen im Pfadverlust, die durch verschiedene Geometrien und Objekte des Raumes bedingt sind, können hiermit zusammengefasst werden, was gut durch experimentelle Messungen begründet ist [CAAE15]. PL_0 ist hier der Pfadverlust zum Referenzpunkt d_0 im Fernfeld. Zusammen entsprechen diese dem Faktor $\rho = d_0^\gamma 10^{-PL_0/10}$, der die Eigenschaften einer Antenne zusammenfasst und für die weiteren Betrachtungen unerheblich ist, da dieser nur die Empfangsleistung normiert und bekannt sein sollte. Im Folgenden soll dieser daher zu 1 gesetzt und von isotrop strahlenden Antennen ausgegangen werden. Über den betrachteten Frequenzbereich von 2.4-2.5 GHz wird der Pfadverlust als nicht stark variierend und damit als konstant angenommen, da die Bandbreite von 100 MHz klein gegenüber der Modulationsfrequenz ist und Frequenzselektivität ohnehin schon durch die Mehrwegeausbreitung berücksichtigt wird.

Beide Effekte führen somit auf den folgenden Kanal, über den das Signal von Primärnutzer i zu CR j gelangt:

$$\mathbf{h}_{ij} = 10^{-PL_{ij}/20} \cdot \mathbf{h}_{r,ij}. \quad (5.3)$$

Der Kanal modelliert ein umfangreiches Übertragungsmodell, das verschiedene Umgebungszenarien abbilden und als realistisch bezeichnet werden kann. Die Signale der Primärnutzer mit dem Amplitudenspektrum \mathbf{c}_i bzw. der PSD \mathbf{s}_i werden also über unterschiedliche Kanäle $\tilde{\mathbf{H}}_{ij}$ bzw. \mathbf{H}_{ij} , über die wie über die Anzahl der Primärnutzer I im Normalfall keine Informationen vorliegen, von den J CRs empfangen:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_j &= \mathbf{V}_j \mathbf{F}^{-1} \left[\tilde{\mathbf{H}}_{1j} \cdots \tilde{\mathbf{H}}_{Ij} \right] \left[\mathbf{c}_1^T, \dots, \mathbf{c}_I^T \right]^T \\ &= \mathbf{A}_j \tilde{\mathbf{H}}_j \tilde{\mathbf{c}} \\ &\Leftrightarrow \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{y_j} &= \Phi_j \left[\mathbf{H}_{1j}, \dots, \mathbf{H}_{Ij} \right] \left[\mathbf{s}_1^T, \dots, \mathbf{s}_I^T \right]^T \\ &= \Phi_j \mathbf{H}_j \tilde{\mathbf{s}}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Beide Gleichungen können aufgrund der Annahme der Stationarität als gleichwertig betrachtet werden, wobei im Vergleich zum Standardmodell die Unterabtastmatrizen \mathbf{V}_j und damit auch die Abtastmatrizen Φ_j bei den einzelnen CRs variieren können. Die einzelnen Sendespektren werden hier in einem Vektor $\tilde{\mathbf{c}}$ bzw. $\tilde{\mathbf{s}}$ zusammengefasst, der nach Multiplikation mit der $N \times I \cdot N$ -Kanalmatrix $\tilde{\mathbf{H}}_j$ bzw. \mathbf{H}_j , in der die einzelnen Diagonalmatrizen der Kanäle von den PUs zu dem CR j nebeneinander angeordnet werden, auf das Empfangsspektrum führt. Die Rekonstruktion von $\tilde{\mathbf{s}}$ in Gleichung (5.5) kann mit den Methoden aus Kapitel 2 vorgenommen werden, sodass auch wieder eine Kompression unter Ausnutzung der Kantenrepräsentation vorgenommen werden kann:

$$\mathbf{r}_{y_j} = \Phi_j \mathbf{H}_j (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{G}^{-1}) \tilde{\mathbf{z}}. \quad (5.6)$$

\mathbf{I}_N ist die $N \times N$ -Einheitsmatrix. Ist keine Kenntnis über den Kanal vorhanden, vereinfacht sich (5.5) bzw. (5.6) zu

$$\mathbf{r}_{y_j} = \Phi_j \mathbf{s}_j \quad (5.7)$$

$$\mathbf{r}_{y_j} = \Phi_j \mathbf{G}^{-1} \mathbf{z}_j \quad (5.8)$$

und jedes CR j wendet LS- oder CS-Techniken an, um eine eigene Rekonstruktion \mathbf{s}_j bzw. \mathbf{z}_j zu erlangen. Die Nutzer sehen also nur einen Teil des Spektrums, der an diesem Ort realisiert ist.

5.2.2. Kollaborative Spektrumsdetektion

Die einfachste Form der Kooperation, die kollaborative Spektrumsdetektion (engl. Collaborative Spectrum Detection), basiert auf diesen spezifischen Rekonstruktionen. Jedes CR führt dann die nachfolgenden Verarbeitungsschritte aus Abschnitt 2.4 und 2.5 aus, die in dieser Arbeit vorgenommen werden, um zu einer Spektralschätzung zu gelangen: Edge Detection und Energy Detection. Dadurch liegen zuletzt Binärvektoren \mathbf{b}_j vor, die angeben, welche Frequenzpunkte frei oder belegt sind, und zwischen den einzelnen CR-Usern ausgetauscht werden können, damit jedes CR in der Lage ist, Kenntnis über die einzelnen Primärnutzer im Raum zu erlangen. Dies ist gleichbedeutend mit der Nutzung der räumlichen Diversität.

Wenn die Entscheidungen \mathbf{b}_j als gleichwertig angesehen werden bzw. nicht mit Softwerten gearbeitet wird, stellt die Bildung des Mittelwertes

$$\bar{\mathbf{b}} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{b}_j \quad (5.9)$$

eine ausreichende Teststatistik dar. Der Mittelwert muss gegen einen Schwellwert η_b verglichen werden, um eine endgültige Entscheidung $\hat{\mathbf{b}}$ zu erlangen:

$$\hat{\mathbf{b}} = (\bar{\mathbf{b}} \geq \eta_b). \quad (5.10)$$

Hierbei entspricht $\eta_b = 1/J$ einer konservativen Entscheidung gemäß der OR-Regel, weil schon die Detektion von einem CR ausreicht, um Alarm auszulösen, während $\eta_b = 1$ die AND-Regel realisiert, sodass jeder Nutzer ein Signal detektieren muss, damit eine Belegung als real angesehen wird. Niedrige Werte von η_b sind im Anwendungsfall zu bevorzugen, da Cooperative Sensing gerade zu Ergänzung dessen eingesetzt werden soll, was ein einzelnes CR nicht sehen kann.

Abschließend sei festgehalten, dass der Fall der kollaborativen Spektrumsdetektion realistisch ist, weil normalerweise keine Kanalkennntnis vorliegt.

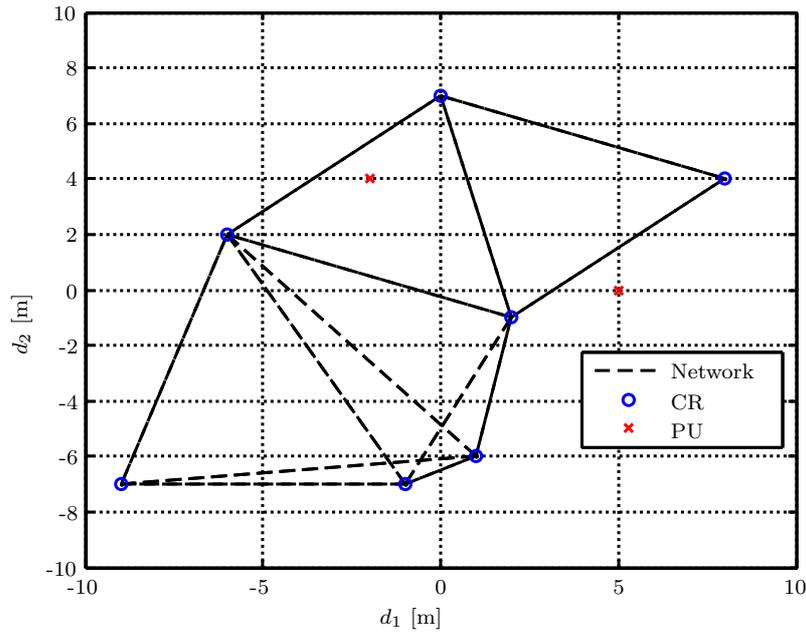


Abbildung 5.2.: Beispielhafte Verteilung der Cognitive Radios (CR) und Primärnutzer (PU) im Raum und Verbindungen der CRs im Netzwerk (Network) bei verteilter Schätzung.

Zentrale vs. verteilte Schätzung

Nachdem das Vorgehen erläutert wurde, stellt sich die Frage, wie dieses in der Praxis umgesetzt werden kann. In der Literatur wird hier zwischen zwei Ansätzen, nämlich zentraler und verteilter Kooperation, unterschieden [ALB11].

Im ersteren Fall werden alle Binärdaten der CRs zu einer zentralen Instanz geleitet, die entweder durch eine spezielle Hardwarestelle (Fusion Center) repräsentiert ist oder aus den kommunizierenden CRs ausgewählt wird. Diese berechnet den Mittelwert, nimmt die Schwellwertentscheidung vor und leitet die Daten an alle CRs weiter. Weil alle Daten zu einem Ort im Raum geleitet werden, ist die Übertragung dieser hohen Menge an Daten stark von den jeweiligen Kanalbedingungen abhängig. Ist die zentrale Instanz nicht erreichbar oder fällt aus, können die J Übertragungen nicht mehr verarbeitet werden.

Deswegen wird der Einsatz dezentraler, verteilter Algorithmen empfohlen. Da nach (5.9) der Mittelwert berechnet werden soll, bietet sich zu diesem Zweck die Average Consensus Technique an [XBK07]. Das Netzwerk aus CR-Usern kann als ungerichteter Graph $\mathcal{G} = (\mathcal{K}, \mathcal{E})$ bezeichnet werden, in dem die CRs die Knoten $\mathcal{K} = \{1, \dots, J\}$ darstellen und die Funkverbindung zwischen diesen durch die Kanten $(j, k) \in \mathcal{E}$ repräsentiert ist, welche in einer Matrix \mathcal{E} angeordnet werden können. Ein Beispiel für einen solchen Graphen ist in Abb. 5.2 dargestellt, in dem sich CRs unterhalb einer maximalen Entfernung von 12 m verbinden können. Jedes CR j im Netzwerk sendet dessen Binärentscheidung $\mathbf{e}_j(0) = \mathbf{b}_j$ an dessen Nachbarn $\mathcal{K}_j = \{k | (j, k) \in \mathcal{E}\}$ und empfängt deren Daten. Danach wird die eigene Entscheidung mit den neuen Daten $\mathbf{e}_k(0) = \mathbf{b}_k$ aktualisiert, indem die gewichteten Abweichungen auf die vorige Entscheidung zu Zeit t aufaddiert werden:

$$\mathbf{e}_j(t+1) = \mathbf{e}_j(t) + \sum_{k \in \mathcal{K}_j} w_{jk} (\mathbf{e}_k(t) - \mathbf{e}_j(t)) . \quad (5.11)$$

w_{jk} ist ein Element der Gewichtungsmatrix $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{J \times J}$, in der die Kanten der Graphenmatrix \mathcal{E} mit Gewichten versehen sind. Wenn die Gewichte nach bestimmten Regeln festgelegt werden und der beschriebene Vorgang iterativ fortgesetzt wird, dann konvergieren alle lokalen Entscheidungen gegen

den Mittelwert:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_j(t) = \frac{1}{J} \sum_{k=1}^J \mathbf{e}_k(0) = \bar{\mathbf{b}}, \quad \forall j = 1, \dots, J. \quad (5.12)$$

Hierfür muss die Gewichtungsmatrix \mathbf{W} folgende Bedingungen erfüllen

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}^T, \quad \mathbf{W}\mathbf{1} = \mathbf{1}, \quad \|\mathbf{W} - (1/J)\mathbf{1}\mathbf{1}^T\| < 1, \quad (5.13)$$

wobei letzte Bedingung auch ein Maß für die Konvergenzgeschwindigkeit ist. Matrizen, die diese Eigenschaften besitzen, existieren immer und können nach Vorschriften, die in [XBK07] angegeben sind, konstruiert werden. Auf diese Weise kann jeder CR-Nutzer durch bloße Kommunikation mit dessen Nachbarn nach einer ausreichend langen Zeit den Mittelwert erhalten und die abschließende Schwellwertentscheidung vornehmen. Im Design sollte dieser Delay beachtet werden und nicht zu groß ausfallen, um die Aktualität der Entscheidung zu gewährleisten. Die Erkenntnisse aus der verteilten Schätzung besitzen nicht nur Gültigkeit bei Binärdaten, sondern können auch auf die nachfolgenden Ansätze übertragen werden.

5.2.3. Kollaborative Spektralrekonstruktion

Falls die CR-User über Kanalzustandsinformation (engl. **C**hannel **S**tate **I**nformation, CSI) verfügen, können alle Messungen zentral zusammengeführt werden, um die Qualität der Spektralrekonstruktion zu erhöhen, indem das gemeinsame Sendespektrum $\tilde{\mathbf{s}}$ aus (5.5) bestimmt wird. Dadurch wird das Problem immun gegenüber Kanalschwund, jedoch muss die CSI geschätzt werden. Beim zentralen Ansatz werden alle Messungen, CSIs und Abtastmatrizen an ein Fusion Center gesendet, das folgendes Problem lösen muss:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_{y_1} \\ \mathbf{r}_{y_2} \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{y_J} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \mathbf{H}_1 \\ \Phi_2 \mathbf{H}_2 \\ \vdots \\ \Phi_J \mathbf{H}_J \end{bmatrix} \cdot \tilde{\mathbf{s}} \quad (5.14)$$

$$\mathbf{r}_{y_H} = \Phi_H \tilde{\mathbf{s}}.$$

Für $J \cdot M^2 > I \cdot N$ ist dieses Gleichungssystem (GLS) überbestimmt, weswegen sich ein Einsatz des LS-Ansatzes zur Bestimmung der Lösung anbietet. Alternativ kann auch auf CS-Techniken zurückgegriffen werden, wobei z.B. mit der direkten Kantenrekonstruktion auch bei Unterbestimmtheit des GLS eine Lösung möglich wird:

$$\hat{\tilde{\mathbf{z}}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{z}}} \|\tilde{\mathbf{z}}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{r}_{y_H} = \Phi_H \cdot (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{G}^{-1}) \tilde{\mathbf{z}}. \quad (5.15)$$

Das GLS kann sehr groß werden und daher nur unter hohem Rechenaufwand gelöst werden, während die hohe zu übertragene Datenmenge in Form von $J \cdot M^2$ Messungen, $J \cdot M^2 \cdot N$ -Abtastmatrixwerten und $J \cdot I \cdot N$ -Kanalmatrixwerten der J CRs die eigentliche Herausforderung darstellt. Zudem können die Kanalmatrizen wegen der signifikanten Unterschiede im Pfadverlust nach (5.1) eine Skalierung aufweisen, die in unterschiedlichen Größenordnungen liegt, wodurch das Problem numerisch instabil wird.

Zentrale vs. verteilte Schätzung

Die Probleme des zentralen Ansatzes können mit einer verteilten Verarbeitung der Daten behoben werden. Hier wird jedes GLS im Rahmen der Alternating-Direction Method of Multipliers von den CRs einzeln gelöst, sodass eine Rekonstruktion $\tilde{\mathbf{s}}_j$ bzw. $\tilde{\mathbf{z}}_j$ erlangt wird, die mit der der Nachbarn

$\tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{k}}$ bzw. $\tilde{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}}$ übereinstimmen muss. Wenn das Spektrum $\tilde{\mathbf{s}}$ direkt als sparse angenommen wird, erhält man das folgende CS-Optimierungsproblem, anhand dessen aufgrund der vereinfachten Darstellung das weitere Vorgehen erläutert wird:

$$\hat{\tilde{\mathbf{s}}}_{\mathbf{j}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{j}}} \|\tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{j}}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{r}_{\mathbf{y}\mathbf{j}} = \Phi_{\mathbf{j}} \mathbf{H}_{\mathbf{j}} \tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{j}} \quad \text{s.t.} \quad \tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{j}} = \tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{k}}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_j. \quad (5.16)$$

Die Formulierung für die direkte Kantenrekonstruktion folgt mit (5.6) analog; auch ein Einsatz der LS-Methode kann erfolgen. Um einen Konsens zwischen mehreren Nachbarn zu erzeugen und nicht einfach eine Mittelung über alle Rekonstruktionen vorzunehmen, kann eine iterative Berechnung von Gleichung (5.16) mithilfe des aktuellen, gewichteten Mittelwerts $\mathbf{e}_{\mathbf{j}}(t)$ nach der Average Consensus Technique aus (5.11) vorgenommen werden: Zunächst initiiert jedes CR zur Zeit $t = 0$ die verteilte Schätzung mit der Lösung des Einzelproblems

$$\hat{\tilde{\mathbf{s}}}_{\mathbf{j}}(0) = \arg \min_{\tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{j}}(0)} \|\tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{j}}(0)\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{r}_{\mathbf{y}\mathbf{j}} = \Phi_{\mathbf{j}} \mathbf{H}_{\mathbf{j}} \tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{j}}(0). \quad (5.17)$$

Dann wird das Ergebnis $\mathbf{e}_{\mathbf{j}}(t = 0) = \tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{j}}(0)$ an die Nachbarn gesendet und es werden die Ergebnisse der Nachbarn $\mathbf{e}_{\mathbf{k}}(t = 0)$ empfangen, sodass ein gewichteter Mittelwert $\mathbf{e}_{\mathbf{j}}(t + 1)$ über Gleichung (5.11) berechnet werden kann. Mit diesem Wert kann im nächsten Zeitschritt $t = t + 1$ das auf den erweiterten Messungen $\mathbf{e}_{\mathbf{j}}(t)$ beruhende Gleichungssystem

$$\hat{\tilde{\mathbf{s}}}_{\mathbf{j}}(t) = \arg \min_{\tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{j}}(t)} \|\tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{j}}(t)\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{\mathbf{y}\mathbf{j}} \\ \mathbf{e}_{\mathbf{j}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{\mathbf{j}} \mathbf{H}_{\mathbf{j}} \\ \mathbf{I}_{I \cdot N} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{j}}(t), \quad \forall k \in \mathcal{K}_j. \quad (5.18)$$

gelöst werden und wieder nach Kommunikation der Mittelwert $\mathbf{e}_{\mathbf{j}}(t + 1)$ bestimmt werden, woraufhin eine iterative Wiederholung dieses Prozesses einsetzt bis eine ausreichende Zeitspanne abgelaufen ist. Wenn nach dieser eine Konvergenz gewährleistet werden kann, sollten alle Spektralrekonstruktionen $\tilde{\mathbf{s}}_{\mathbf{j}}(t \rightarrow \infty)$ identisch sein mit der Lösung des zentralen Ansatzes aus (5.14) [Tia08]. Dies ist der Fall, weil die einzelnen Rekonstruktionen nicht nur die einzelnen Gleichungen erfüllen müssen, sondern auch einen Konsensus mit dem neuesten Mittelungswert aus der Nachbarschaft durchführen, sodass ein stetiger Informationsfluss durch das Netzwerk entsteht.

Der Vorteil der verteilten Rekonstruktion besteht darin, dass nur noch die iterativen Rekonstruktionsergebnisse zwischen Nachbarn ausgetauscht werden müssen, was den Berechnungs- und Kommunikationsaufwand drastisch reduziert, aber gleichzeitig durch den iterativen Vorgang eine Zeitverzögerung mit sich bringt, welche in diesem Fall durch die wiederholte Lösung von Gleichungssystemen sehr groß werden kann. Im Zusammenhang mit der erforderlichen Kenntnis über die Kanäle erscheint der Aufwand derart groß, dass ein Einsatz im Rahmen von CR nicht sehr realistisch erscheint. Die Performance der Algorithmen soll dennoch in Simulationen untersucht werden.

5.2.4. Kollaborative Kantendetektion

Nachdem die zwei üblichen Vorgehensweisen bei Cooperative Sensing aus [Tia08] auf das Standardmodell dieser Arbeit übertragen wurden, soll nun ein weiterer, gänzlich neuer Ansatz beschrieben werden: die kollaborative Kantendetektion (engl. Collaborative Edge Detection). Hier nimmt jedes CR j eine Spektralschätzung gemäß (5.8) vor, was z.B. in den Simulationen mit LS- und Kantenrekonstruktion realisiert ist, und detektiert in dieser die Kanten:

$$\mathbf{b}_{\mathbf{z}\mathbf{j}} = (\mathbf{z}_{\mathbf{j}} \geq \eta_{\mathbf{z},\mathbf{j}}). \quad (5.19)$$

Wieder wird die Schwellwertentscheidung bzgl. der Kanten $\mathbf{z}_{\mathbf{j}}$ des CR j mit Schwellwert $\eta_{\mathbf{z},\mathbf{j}}$ als Binärvektor $\mathbf{b}_{\mathbf{z}\mathbf{j}}$ repräsentiert, der im nächsten Schritt zentral oder verteilt mit den anderen CRs ausgetauscht wird, um analog zu Abschnitt 5.2.2 den Mittelwert der Binärenentscheidungen $\bar{\mathbf{b}}_{\mathbf{z}\mathbf{j}}$ zu bestimmen. Weil die Verformung der nahezu rechteckig angenommenen Sendespektren bei den einzelnen

CRs aufgrund der individuellen Kanäle unterschiedlich ausfällt, muss mit einer erhöhten Anzahl an Falschalarmen gerechnet werden, sodass der Schwellwert η_{zb} für die gemeinsame Entscheidung

$$\mathbf{b}_z = (\bar{\mathbf{b}}_{z_j} \geq \eta_{zb}) \quad (5.20)$$

mindestens höher als $1/J$ gesetzt werden sollte. Durch dieses Vorgehen wird im ersten Schritt die Lokalisation der Kanten verbessert. Der Kantendetektionsvektor \mathbf{b}_z gibt damit nun den Träger Λ der Kanten an und kann im zweiten Schritt zur verbesserten Spektrumsrekonstruktion eingesetzt werden, indem in der Abtastmatrix $\Phi_{IIj} = \Phi_j \mathbf{G}^{-1}$ aus Abschnitt 2.4.2 nur die Spalten des Trägers beibehalten werden und über die Pseudoinverse der entstehenden Matrix Φ_{IIj}^Λ die Höhe der Kanten \mathbf{z}_j^Λ nochmals genauer bestimmt wird:

$$\mathbf{z}_j^\Lambda = \Phi_{IIj}^\Lambda \dagger \cdot \mathbf{r}_{y_j}. \quad (5.21)$$

Da im Normalfall, in dem nur wenige Kanten vorhanden sind, ein sehr stark überbestimmtes Gleichungssystem resultiert, sollte die Rekonstruktionsqualität stark ansteigen und hierdurch in den einzelnen Spektren der CRs die Detektion auch sehr schwacher Signale erlauben. Zuletzt führt jedes CR eine Detektion in den ermittelten Bandbreitebereichen durch und tauscht dessen Daten mit denen der anderen zentral oder verteilt aus, um eine gemeinsame Detektion in Hinblick auf den Mittelwert der Binärdaten analog zu Abschnitt 5.2.2 zu ermöglichen. Im Vergleich zu 5.2.2 beträgt die Anzahl der ausgetauschten Binärwerte nur noch die der Bänder, sodass diese zweite Phase des Austausches, die einen höheren Delay bis zur Entscheidungsfindung impliziert, aufgrund der geringen Datenmenge einen geringen Kommunikationsaufwand aufweist und als sehr schnell bezeichnet werden kann. Ob dieser erhöhte Kommunikationsaufwand gerechtfertigt ist, muss in Simulationen geklärt werden, die einen Vergleich zwischen der Performance der kollaborativen Spektrumsrekonstruktion und der der Kantenrekonstruktion ermöglichen. Im Vergleich zu den anderen beiden Verfahren stellt die kollaborative Kantendetektion einen Kompromiss aus Schätzqualität und Einfachheit dar und sollte sich in der Detektionsperformance zwischen beiden einordnen.

5.2.5. Simulationen

Die verschiedenen beschriebenen Ansätze sollen nun simulativ untersucht werden. Neben den Standardeinstellungen, die unter Anderem die Anzahl der aktiven Nutzer mit 2 und damit die Belegung festlegen, muss noch der Kanal von den Sendern zu den Empfängern, den CRs, definiert werden. Weil sich die Empfangsstärken durch diesen unterscheiden, können die Sendeträger auf 1 normiert werden. Die Mehrwegeausbreitung wird durch einen 3-Elemente-Kanal mit Varianz $\sigma_1^2 = 1$ modelliert, wobei der Kanal im Mittel auf 1 normiert und über $\gamma_h = 0$ keine Abschwächung realisiert wurde, um das Problem möglichst herausfordernd zu gestalten. In den Ergebnissen aus Kapitel 6 zeigt sich nämlich, dass die Detektionsraten gegenüber dem Fall des 10-Elemente-Kanals mit Abschwächung aus Abschnitt 3.6 nochmals sinken. Der Pfadverlust wird nach (5.1) mit $PL_0 = 0$, $d_0 = 1$ m und $\gamma = 2$ berechnet:

$$PL = 20 \log_{10}(d) + X_{\sigma_{dB}}. \quad (5.22)$$

Im freien Raum oder Vakuum ist diese Wahl von γ exakt, weswegen Ergebnisse für diese Standardannahme erzeugt werden sollen. Außerdem wurde die Standardabweichung des Log-normal Shadow Fading wie in [TBD15] zu $\sigma_{dB} = 5$ dB gewählt. In realen Mobilkommunikationssystemen sind Werte von 6-10 dB oder höher keine Seltenheit [Sk197]. Eine praktische Relevanz kann dennoch gewährleistet werden, denn in [ATL06] wurden Messungen bei 2.4 GHz in einem offenen Korridor, einem Klassenraum, und einem Computerlabor vorgenommen, die auf einen Pfadverlustexponenten $\gamma \leq 2$ und $\sigma_{dB} \leq 5$ dB führen. Der Einfluss des Grundrauschens der Stärke $\sigma_n^2 = 10^{-4}$ auf die Spektralschätzung wurde minimiert: Für ein SNR = 1 muss im Mittel eine Distanz von 100 m vorliegen, während die maximale Distanz im betrachteten Koordinatensystem, das in Abb. 5.2 mit einem beispielhaften Netzwerk dargestellt ist, $d = \sqrt{20^2 + 20^2} \approx 28.28$ m beträgt. Es wird nämlich von einem diskretisierten

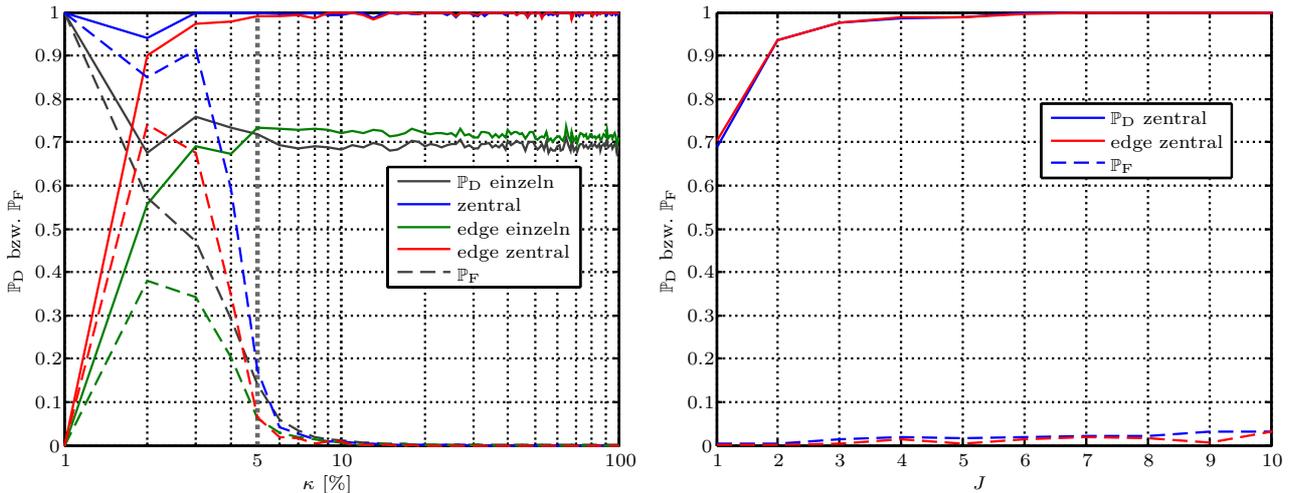


Abbildung 5.3.: Links Detektions- und Falschalarmraten von koll. Spektrumsdetektion und koll. Kantendetektion von $J = 10$ CRs untereinander und mit den Einzelraten unter Variation der Kompression κ im Vergleich. Rechts Raten bei Variation der Anzahl der CRs J und Kompression $\kappa = 15\%$.

Netz ausgegangen, das im Bereich von -10 m bis 10 m ganzzahlige Ortskoordinaten d_1 und d_2 der CRs und PUs zulässt. Diese werden zufällig ausgewürfelt. Die Anzahl der CRs wurde auf $J = 10$ festgelegt. Da sich die Größenordnungen der empfangenen Signale in dieser Konstellation und damit die Belegungen bei den jeweiligen CRs stark unterscheiden können, wurde der praktische Rekonstruktionsalgorithmus reschange verwendet, welcher mit der Änderung des Residuums als Abbruchkriterium zudem eine adaptive Anpassung an das verformte Spektrum ermöglicht.

Kollaborative Spektrumsdetektion und Kantendetektion

Zunächst werden die Ergebnisse der kollaborativen Spektrumsdetektion (zentral) aus Abb. 5.3 untersucht, wobei ein Vergleich mit dem neuen Ansatz der kollaborativen Kantendetektion (edge zentral) erfolgt, um den möglichen Gewinn in der Leistungsfähigkeit abschätzen zu können. Dafür wird die direkte Kantenrekonstruktion (CS II) als Rekonstruktionsalgorithmus verwendet. Weil die Performance von verteilter und zentraler Schätzung unter Annahme von idealen Kommunikationskanälen und einer ausreichenden Anzahl von Iterationen zum Austausch identisch ist, wird hier nur der zentrale Ansatz untersucht. Als Schwellwerte für die gemeinsame Entscheidung der Belegung wurde $\eta_b = 3/J$ und für die hinsichtlich der Kanten beim zweiten Ansatz $\eta_{zb} = 2/J$ gewählt, damit sich die Falschalarme nicht wegen der sofortigen Wertung einer Detektion bei $J = 10$ kooperierenden CRs aufaddieren. Mindestens zwei Mal muss eine Kante vorliegen oder mindestens drei Mal ein Spektralpunkt belegt sein, damit diese Entscheidung übernommen wird. Der zweite Grund für diese niedrige Wahl ist, dass niedrigere Schwellwerte bzw. Empfindlichkeiten in CR-Anwendungen zu bevorzugen sind, um Interferenz zu den lizenzierten Primärnutzern zu minimieren.

Gegenüber den durchschnittlichen Detektions- und Falschalarmraten bei einem einzelnen CR (einzeln), die im linken Graphen dargestellt sind, zeigen sowohl kollaborative Spektrumsdetektion als auch kollaborative Kantendetektion den Vorteil des Austausches der Informationen über die Belegung: Die maximale Detektionsrate von $\mathbb{P}_D = 0.7$, die einerseits, wie in Abschnitt 3.6 aufgezeigt, durch den Kanal und andererseits durch den hohen Pfadverlust bedingt ist, kann auf 1 gesteigert werden. Dies kann auf zwei Effekte zurückgeführt werden: Bei Anwendung einer Kompression kommt es zwangsläufig zu einer Verkleinerung des effektiven SNR, die eine Verringerung des Dynamikbereiches eines CRs zur Folge hat. Der Nachteil der hiermit verbundenen schwierigeren Erfassung von zwei Signalen unterschiedlicher Größenordnung in einem Spektrum kann mithilfe von Cooperative Sensing

aufgehoben werden. Zusammen sind die CRs, die unterschiedliche Teile des Raumes sehen, in der Lage alle Übertragungen ausfindig zu machen. Da die Signale über verschiedene Kanäle zu den CRs gelangen und damit die Verformung des Spektrums unabhängig ist, kann zudem bei potenziell starker Abschwächung des Spektralverlaufes eine Ergänzung der fehlenden Information durch ein anderes CR erfolgen, sodass das Problem des Selective Fadings gelöst wird. Es wird daher die räumliche Diversität in hohem Maße ausgenutzt, denn selbst in diesem herausfordernden Szenario können solch hohe Detektionsraten ermöglicht werden.

Auffällig ist außerdem die geringfügige Verbesserung der mittleren Detektionsperformance der einzelnen CRs nach Austausch der Kanten bei der kollaborativen Kantendetektion (edge einzeln) im Vergleich zur ersten Schätzung ohne einen solchen Austausch (einzeln). Im Gegensatz zu 69% aller spektralen Belegungen werden hier 73% über einen weiten Bereich der Kompression bis $\kappa = 5\%$ detektiert. Dabei kommt es bei $\kappa = 5\%$ mit $\mathbb{P}_F = 7\%$ seltener zu Falschalarmen als ohne Austausch der Kanten ($\mathbb{P}_F = 13\%$). Deswegen kann der Schluss gezogen werden, dass eine Verbesserung der Rekonstruktions- und Detektionsqualität durch bloßen Austausch der Kanten erwirkt werden kann. Ganze Spektren oder Anteile von Spektren, die vormals wegen deren geringer Stärke nicht eindeutig bestimmt werden konnten, können auf diese Weise dennoch eindeutig rekonstruiert und detektiert werden.

Die Detektionsqualität nicht nur der einzelnen CRs, sondern auch aller zusammen, steigt bei vorherigem Austausch der Kanten an, wie im linken Graphen ersichtlich. Bei kollaborativer Kantendetektion sinkt die Falschalarmrate nämlich gegenüber dem Fall der einfachen kollaborativen Spektrumsdetektion, z.B. bei $\kappa = 5\%$ von $\mathbb{P}_F = 17\%$ auf 6%. Dabei liegen optimale Detektionsraten bei beiden Ansätzen vor. Die Idee der kollaborativen Kantendetektion erweist sich damit als bessere Methode. Wegen des erhöhten Kommunikationsaufwandes muss jedoch ein Abwägen erfolgen: Der geringe Gewinn in Detektions- und Falschalarmrate lässt den Einsatz des neuen Verfahrens nicht lohnenswert genug erscheinen. Bis $\kappa = 10\%$ weisen beide Ansätze fast dieselben perfekten Raten auf.

Im rechten Graphen aus Abb. 5.3 können die Raten in Abhängigkeit der Anzahl der CRs J für eine Kompression von 15% eingesehen werden, wobei die Schwellwerte zu $1/J$ angenommen wurden, um für geringe Anzahlen an CRs die optimalen Detektionsraten anzeigen zu können und diese auf einfache Weise mit höheren vergleichbar zu machen. Im Gegensatz zum Einzelfall steigt die Detektionsrate beider Verfahren bei 2 CRs von ungefähr 70% auf 94% an. Dies kann mit der geringen Belegung begründet werden, welche in der Realität häufig vorzufinden sein sollte. Wenn ein CR eine von zwei Übertragungen im Spektrum nicht detektieren kann, wird sich wegen der räumlichen Verteilung mit hoher Wahrscheinlichkeit dem anderen diese Möglichkeit bieten. So steigt die Anzahl der Detektionen rasch weiter an und bei 6 Sekundärnutzern ist diese nahe 1. Mit relativ wenigen kooperierenden Nutzern können also bei dünner Besetzung des Spektrums hohe Detektionsraten erzielt werden. Im Anhang A ist dargelegt, dass der Dynamikbereich der Detektion durch die Wahl des Detektionsschwellwertes η_W auf 8 dB begrenzt wird und im Mittel nur mehrere Sender, die im betrachteten Modell nach (5.1) Distanzenunterschiede bis höchstens 2.6 m relativ zum Empfänger aufweisen, gemeinsam im Spektrum detektiert werden können. Vor diesem Hintergrund erscheinen die hohen Detektionsraten bei einer geringen Anzahl von CRs bemerkenswert. Die Falschalarmraten steigen ebenfalls an, weil ein Falschalarm eines CRs über die minimalen Schwellwerte sofort in die Gesamtfalschalarme übergeht. Dieser Anstieg kann aber als moderat bezeichnet werden. Mithilfe des kollaborativen Kantenaustausches kann die Falschalarmrate gegenüber dem Austausch der Detektionen reduziert werden, was wieder auf die bessere Performance des Verfahrens hinweist.

Abschließend kann festgehalten werden, dass Power Spectrum Sensing im Zusammenspiel mit Cooperative Sensing auch unter Berücksichtigung des Raumes sehr hohe Detektionsraten erlaubt, wofür eine relativ kleine Anzahl an kooperierenden CRs genügt. Hohe mögliche Kompressionen können dabei als positiver Nebeneffekt ausgenutzt werden, da die Verringerung des Dynamikbereiches ausgeglichen werden kann.

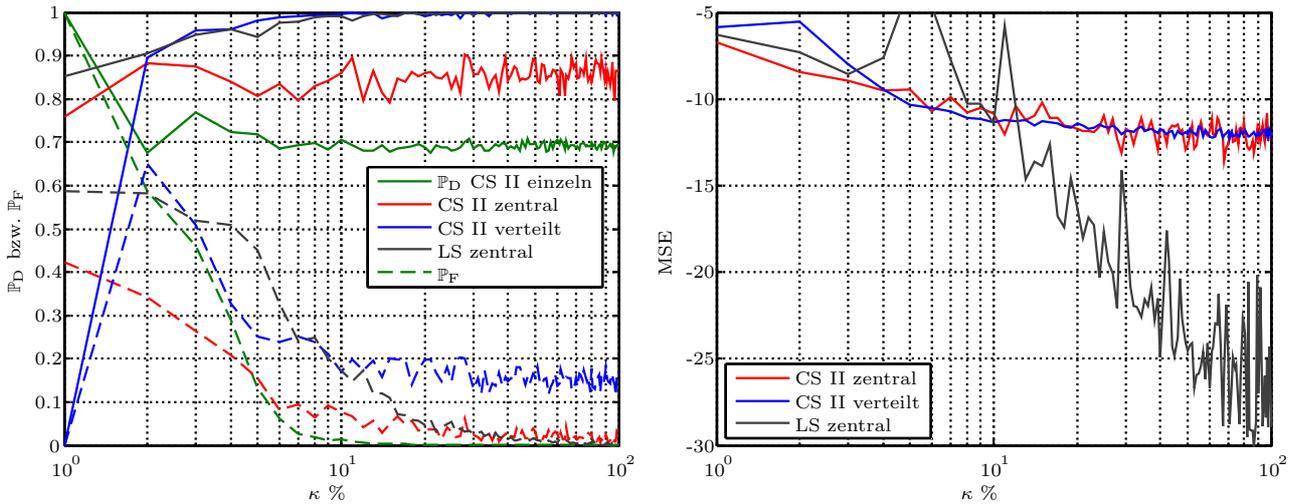


Abbildung 5.4.: Links Detektions- und Falschalarmlaten und rechts MSE von koll. zentraler und verteilter Spektralrekonstruktion mit verschiedenen Rekonstruktionsmethoden unter Variation der Kompression κ im Vergleich.

Kollaborative Spektralrekonstruktion

Wenn Kenntnis über die Kanäle von den Sendern zu den Empfängern vorliegt, kann auch eine kollaborative Rekonstruktion des Spektrums erfolgen. Diese sollte die Genauigkeit der Spektralrekonstruktion und damit die Qualität der Detektion deutlich erhöhen. In Abb. 5.4 können die Ergebnisse eingesehen werden, für die bei verteilter Schätzung ein vollvernetzter Graph mit $J = 10$ CRs und 2 Iterationen sowie Max-Degree-Gewichten [ALB11] zum Austausch angenommen wurde. Außerdem wurden inaktive Kanäle, über die keine Übertragung stattfindet, zu Null gesetzt.

Im Vergleich zu den durchschnittlichen Detektionsraten eines CRs (CS II einzeln) sind diese in allen untersuchten Fällen, wie zu erwarten war, deutlich erhöht. Als überraschend kann gewertet werden, dass die direkte Kantenrekonstruktion bei Verarbeitung aller Abtastwerte im zentralen Ansatz (CS II zentral) nur Detektionsraten von 85% bei wenigen Falschalarmen über alle Kompressionen hinweg aufweist. In den Simulationen wurde beobachtet, dass in manchen Fällen ein Band mit der korrekten Trägerhöhe 1 richtig geschätzt wurde, aber das zweite belegte Bandes nicht mehr rekonstruiert werden konnte. Dies deutet im Zusammenhang mit der im Vergleich zum Einzelfall vergrößerten Konditionszahl auf eine schlechte Konditionierung des zu lösenden Gleichungssystems hin und kann leicht begründet werden. Wegen der verschiedenen Größenordnungen der Pfadverluste weisen die einzelnen Kanalmatrizen nämlich untereinander sehr große Unterschiede in der Skalierung auf. Auf die Implementierung der Einheitsmatrix zur Berücksichtigung des Rauschens im Spektrum musste aus diesem Grund verzichtet werden. Derselbe Effekt macht sich im verteilten Ansatz (CS II verteilt) bemerkbar: Es können Falschalarmlaten von 15% bei einer optimalen Detektionsrate beobachtet werden, wodurch hier ein identischer Offset vorliegt. Die Komprimierbarkeit der Spektren über die Kanten bleibt in beiden Fällen unberührt, weil die Raten über einen weiten Bereich der Kompressionen nahezu konstant bleiben. Der verteilte Ansatz ist wegen der nahezu perfekten Detektionsausbeute dem zentralen vorzuziehen. Darauf, dass das Problem schlecht konditioniert ist, deutet auch die Performance der LS-Lösung bei zentraler Verarbeitung (LS zentral) hin. Wegen der stark um den Faktor $J = 10$ erhöhten Anzahl an Messwerten müsste die Lösung des Gleichungssystems genauer sein als im Einzelfall, bei dem eine signifikante Erhöhung der Falschalarmlaten unterhalb einer Kompression von $\kappa = 15\%$ auftritt. Die zentrale LS-Lösung weist hier aber schon 10% Falschalarme in unbelegten Spektralbereichen im Vergleich zu 2% auf.

Die LS-Lösung mit kollaborativer Spektralrekonstruktion kann bei niedrigen Kompressionsraten bis

10% die beste Detektions- und Rekonstruktionsqualität bieten. Dies kann mit der erhöhten Anfälligkeit der Kantenrekonstruktion gegenüber Störungen erklärt werden, welche aus der zusätzlich angewendeten Summenoperation resultiert und die Konditionszahl stark erhöht (Faktor ≈ 100). Hierauf deutet auch der MSE hin, der in diesem Bereich geringer ist als der MSE der anderen beiden betrachteten Methoden. Der MSE ist im rechten Graphen aus Abb. 5.4 aufgetragen. Der mittlere quadratische Fehler zwischen verteiltem und zentralen Ansatz unter Einsatz der direkten Kantenrekonstruktion unterscheidet sich kaum, da diese unter optimalen Bedingungen auf dieselbe Lösung führen. Unterhalb der Kompression $\kappa = 10\%$ bietet die verteilte Schätzung die beste Performance in Form von Detektions- und Falschalarmraten sowie MSE, was die erhöhte Komprimierbarkeit mithilfe von Kanten trotz der schlechteren Konditionierung des Problems unterstreicht.

Schlussendlich muss festgestellt werden, dass das Verfahren der kollaborativen Spektralrekonstruktion in der Praxis nicht angewendet werden sollte. Es steigt nicht nur die Anzahl der zu verarbeitenden Daten und Prozessierungsschritte durch wiederholte Lösung von Gleichungssystemen an, sondern es resultieren auch schlecht konditionierte Probleme, die auf schlechtere Detektions- und Falschalarmraten führen als bei einfachem Austausch von Informationen über die Belegung des Spektrums. Eine Schätzung des Kanals, die ohne Kommunikation mit dem Primärnutzer ohnehin nur schwer realisiert werden kann, erscheint unter dem Aspekt der Größenordnungsunterschiede im Pfadverlust als überflüssig.

5.3. Lokalisation

Nach der Spektralschätzung liegen im Idealfall die Empfangsleistungen der einzelnen Übertragungen in den jeweiligen Bandbreitebereichen vor. Diese lassen sich dazu nutzen die Positionen und die Sendeleistungen der Primärnutzer nach dem Modell aus (5.1) zu bestimmen, um damit genau feststellen zu können, in welchen Gebieten ein Sendevorgang des CR zu schädlicher Interferenz eines passiven Primärnutzers führt. Weil ohnehin eine Kommunikation im Rahmen von Cooperative Sensing vorgesehen ist, kann das entstehende Kommunikationsnetzwerk problemlos auch zur verteilten Schätzung der Positionen \mathbf{d} und Sendeleistungen P_{tx} genutzt werden, indem die Positionen \mathbf{d}_j und Empfangsleistungen $P_{\text{rx},j}$ der CRs ausgetauscht werden. Dies stellt die Motivation für die Betrachtung der Lokalisierung in dieser Arbeit dar. Um den Kommunikationsaufwand zu reduzieren, kann wieder eine verteilte Berechnung erfolgen; aus Gründen des Umfangs wird aber auf eine Beschreibung des Vorgehens in diesem Fall verzichtet und die Leistungsfähigkeit der Algorithmen mit dem zentralen Ansatz erfasst.

Im Folgenden wird gemäß des Anwendungsszenarios eine unbekanntes Sendeleistung angenommen: Die Berechnungen und Lösungen vereinfachen sich, wenn Kenntnis über diese vorliegt. Dies kann z.B. der Fall sein, wenn eine WLAN-Übertragung mithilfe von Mustererkennung ausfindig gemacht wurde. Dann ist eine Bestimmung der ungefähren Sendeleistung, die durch die maximale zugelassene äquivalente isotrope Strahlungsleistung (engl. **E**quivalent **I**sotropically **R**adiated **P**ower) EIRP = 100 mW beschrieben wird, möglich und die noch fehlende Position kann berechnet werden. Wenn die Sendeleistung nur relativ ungenau bestimmt werden kann, denn die Leistung wird in den meisten Fällen in einem bestimmten Bereich variieren, können mit der a-priori-Information über den Bereich der möglichen Sendeleistungen aber immer noch Startwerte für lokale Suchverfahren vorgegeben werden, deren Konvergenz gegen das globale Optimum stark von einer guten Wahl des Startpunktes abhängt.

5.3.1. Linearer Ansatz

Zur Herleitung eines einfachen, linearen Ansatzes zur Lokalisation soll zunächst das folgende Schätzverfahren aus [KJM07] verwendet werden

$$\frac{P_{\text{rx},j}}{\rho_j} = \frac{P_{\text{tx}}}{\|\mathbf{d} - \mathbf{d}_j\|_2^\gamma} \quad (5.23)$$

$$\Leftrightarrow \|\mathbf{d}_j\|_2^2 = \frac{p_{\text{tx}}}{p_{\text{rx},j}} + 2\mathbf{d}_j^T \mathbf{d} - d_{\text{R}}^2, \quad (5.24)$$

wobei $\rho_j = d_{0,j}^\gamma \cdot 10^{-\text{PL}_{0,j}/10}$, $p_{\text{tx}} = (P_{\text{tx}})^{\frac{2}{\gamma}}$ und $p_{\text{rx},j} = (P_{\text{rx},j})^{\frac{2}{\gamma}} / \rho_j$. d_{R} gibt die Entfernung des PU zum Ursprung an, für die normalerweise $d_{\text{R}}^2 = \|\mathbf{d}\|_2^2$ gilt und welche in diesem Ansatz aber unabhängig geschätzt wird ($d_{\text{R}}^2 \neq \|\mathbf{d}\|_2^2$). Dadurch wird das Problem linearisiert, jedoch stellt dies eine Approximation dar und der nichtlineare Zusammenhang zwischen der Distanz zum Ursprung d_{R} und den Koordinaten \mathbf{d} des PU geht verloren. Gleichung (5.24) ist für jedes CR j gültig, das das Signal des Primärnutzers empfängt. Wegen m Fehldetektionen kann sich die Zahl der verfügbaren Messungen eines Signals auf $M = J - m$ reduzieren. Die Linearisierung von (5.23) impliziert also die Aufstellung eines linearen Gleichungssystems nach (5.24):

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} = \mathbf{e} \quad (5.25)$$

$$\begin{bmatrix} 2\mathbf{d}_1^T & \frac{1}{p_{\text{rx},1}} & -1 \\ 2\mathbf{d}_2^T & \frac{1}{p_{\text{rx},2}} & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 2\mathbf{d}_M^T & \frac{1}{p_{\text{rx},M}} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ p_{\text{tx}} \\ d_{\text{R}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|\mathbf{d}_1\|_2^2 \\ \|\mathbf{d}_2\|_2^2 \\ \vdots \\ \|\mathbf{d}_M\|_2^2 \end{bmatrix}.$$

Die Dimensionen der Koordinatenvektoren $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{N_{\text{dim}}}$ und $\mathbf{d}_j \in \mathbb{R}^{N_{\text{dim}}}$ können der Problemstellung angepasst werden: In den meisten Fällen ist eine Lokalisation mit x - und y -Koordinaten ($N_{\text{dim}} = 2$) wegen der größeren Ausdehnung der Nutzerpositionen entlang der Erdoberfläche ausreichend, weshalb sich in dieser Arbeit auf diesen Fall beschränkt wird. Eine dritte Dimension kann einfach durch eine dritte z -Koordinate berücksichtigt werden, wenn signifikante Unterschiede in der Höhenlage der einzelnen PUs und CRs vorliegen, weswegen aber gleichzeitig die Anzahl der zu bestimmenden Variablen ansteigt. Zur eindeutigen Lösung des Gleichungssystems müssen mindestens genauso viele Gleichungen wie Unbekannte vorliegen, sodass ein Aufstellen ab einer Anzahl von $J = 4$ CRs in einem 2D-Netzwerk erfolgen kann. Dann bietet sich die Anwendung der Least-Squares-Methode mit der Pseudoinversen von \mathbf{A} an:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} (\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{e})^T (\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{e}) \quad (5.26)$$

$$= \mathbf{A}^\dagger \mathbf{e}. \quad (5.27)$$

Die globale Lösung des Problems kann also aufgrund der Linearisierung mit vergleichsweise geringem Aufwand bestimmt werden. Damit verringert sich aber gleichsam die Genauigkeit der Lösung, da die Nichtlinearität $d_{\text{R}}^2 = \|\mathbf{d}\|_2^2$ vernachlässigt wird, die über eine nichtlineare Beschränkung

$$\mathbf{q}^T \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{B}\boldsymbol{\theta} = 0 \quad (5.28)$$

$$\text{mit } \mathbf{q} = [\mathbf{0}_{1 \times N_{\text{dim}}} \quad 0 \quad -1]^T, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_{\text{dim}} \times N_{\text{dim}}} & \mathbf{0}_{N_{\text{dim}} \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times N_{\text{dim}}} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

und der $n \times m$ - Nullmatrix $\mathbf{0}_{n \times m}$ beschrieben werden kann. Diese wird bei der Lösung des GLS berücksichtigt, indem das resultierende beschränkte Optimierungsproblem mithilfe der Lagrange-Funktion in ein unbeschränktes umgewandelt wird:

$$f_{\text{L}}(\boldsymbol{\theta}, \lambda) = (\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{e})^T (\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{e}) - \lambda (\mathbf{q}^T \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{B}\boldsymbol{\theta}). \quad (5.29)$$

Hier handelt es sich bei λ um den Lagrange-Multiplikator. Damit die notwendige Karush-Kuhn-Tucker-Bedingung erfüllt wird, muss weiterhin die Gleichheitsnebenbedingung gelten und der Gradient der Lagrange-Funktion Null sein:

$$\frac{df_L(\boldsymbol{\theta}, \lambda)}{d\boldsymbol{\theta}} = 2(\mathbf{A}^T \mathbf{A} - \lambda \mathbf{B}) \boldsymbol{\theta} - 2\mathbf{A}^T \mathbf{e} - \lambda \mathbf{q} = \mathbf{0}. \quad (5.30)$$

Das weitere Vorgehen zur Bestimmung der Schätzung $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ nach [KJM07] soll aus Gründen des Umfangs kurz skizziert werden: $\hat{\boldsymbol{\theta}}(\lambda)$ kann nach Umstellen von (5.30) als Funktion von λ ausgedrückt werden und in (5.28) eingesetzt werden, sodass eine eindimensionale Nullstellensuche $f(\lambda) = 0$, z.B. mit der Gauß-Newton-Methode, ermöglicht wird. Da die Nullstellen nur eine notwendige Bedingung erfüllen, müssen diese mithilfe der K.K.T.-Bedingung (5.30) nochmals überprüft werden. Das geschätzte $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ wird dann bestimmt, indem das λ ausgewählt wird, das die Gleichungen (5.28) und (5.30) erfüllt, und die Funktion $\hat{\boldsymbol{\theta}}(\lambda)$ berechnet wird. Zuletzt wird p_{tx} in $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ über $P_{\text{tx}} = (p_{\text{tx}})^{\frac{1}{2}}$ in die Sendeleistung überführt, sodass eine Rekonstruktion der Position und der Sendeleistung eines Primärnutzers vorliegen.

5.3.2. Nichtlineares Gleichungssystem

Die Linearisierung erleichtert es, die Lösung des Problems zu berechnen, wird aber der Nichtlinearität des Problems nicht gerecht. Stattdessen kann direkt ein nichtlineares, quadratisches Gleichungssystem aufgestellt werden

$$\begin{aligned} p_{\text{tx}} &= p_{\text{rx},j} \|\mathbf{d} - \mathbf{d}_j\|_2^2 \\ \Leftrightarrow f_j(\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{d}; p_{\text{tx}}]) &= p_{\text{tx}} - p_{\text{rx},j} \|\mathbf{d} - \mathbf{d}_j\|_2^2 = 0, \end{aligned} \quad (5.31)$$

wobei die Variable p_{tx} auch eliminiert werden kann:

$$\tilde{f}_j(\mathbf{d}) = p_{\text{rx},j} \|\mathbf{d} - \mathbf{d}_j\|_2^2 - p_{\text{rx},j+1} \|\mathbf{d} - \mathbf{d}_{j+1}\|_2^2 = 0. \quad (5.32)$$

Die Zahl der Gleichungen und der zu bestimmenden Variablen, welche nur noch die Positionen \mathbf{d} umfassen, reduziert sich durch die Gleichsetzung jeweils zweier Gleichungen um 1. Im Vergleich zum linearen Fall ist eine volle Bestimmtheit des GLS $\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})$ aus (5.31) in einem 2D-Netzwerk schon bei $J = 3$ CRs gegeben, sodass eine eindeutige Lösung berechnet werden kann. Liegen mehr Gleichungen bzw. Messungen als Unbekannte $J \geq M > 3$ vor, muss auf die Methode der kleinsten Quadrate zur Lösung des nichtlinearen Ausgleichsproblems zurückgegriffen werden:

$$\min_{\boldsymbol{\theta}} \|\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})\|_2^2 = \min_{\boldsymbol{\theta}} \|[f_1(\boldsymbol{\theta}), \dots, f_M(\boldsymbol{\theta})]^T\|_2^2. \quad (5.33)$$

Mit dem Levenberg-Marquardt-Algorithmus, welcher das Gauß-Newton-Verfahren mit einer Regularisierungstechnik kombiniert und daher nur eine lokale Konvergenz gewährleisten kann, kann die Lösung von (5.33) näherungsweise iterativ bestimmt. In jeder Iteration wird $\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})$ ausgehend von einem Startpunkt $\boldsymbol{\theta}_0$ mithilfe der Jacobi-Matrix

$$\mathbf{J}_f(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \nabla f_1(\boldsymbol{\theta})^T \\ \nabla f_2(\boldsymbol{\theta})^T \\ \vdots \\ \nabla f_M(\boldsymbol{\theta})^T \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \nabla f_j(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} -2p_{\text{rx},j}(\mathbf{d} - \mathbf{d}_j) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

linearisiert. Dann wird die Nebenbedingung $\|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_k\|_2^2 < \epsilon$ aufgestellt und das zugehörige mit λ regularisierte Ersatzproblem

$$\min_{\boldsymbol{\theta}} \|\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}_k) + \mathbf{J}_f(\boldsymbol{\theta}_k)(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_k)\|_2^2 + \lambda \|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_k\|_2^2 \quad (5.35)$$

formuliert. Dies führt auf das folgende GLS:

$$(\mathbf{J}_f^T \mathbf{J}_f + \lambda \mathbf{I}) (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_k) = -\mathbf{J}_f^T \mathbf{f}. \quad (5.36)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ wird als Startpunkt $\boldsymbol{\theta}_{k+1}$ für die jeweils nächste Iteration verwendet und das Vorgehen solange wiederholt bis ein ausgewähltes Abbruchkriterium erfüllt ist. Da es sich bei der Zielfunktion nicht um eine konvexe Funktion handelt, kann Konvergenz gegen das globale Optimum nicht gewährleistet werden. Es kann aber gezeigt werden, dass dieser Ansatz im Gegensatz zum Ansatz der Linearisierung stabil gegenüber kleinem Rauschen im Pfadverlust nach (5.2) aufgrund von Log-normal Shadow Fading ist: Wenn man eine Taylorreihenentwicklung bzgl. der normalverteilten Zufallsvariable $X_{\sigma_{\text{dB}}}$

$$\frac{p_{\text{tx}}}{p_{\text{rx},j} \|\mathbf{d} - \mathbf{d}_j\|_2^2} = 10^{X_{\sigma_{\text{dB}}}/10} \approx 1 + \frac{\ln 10}{10} X_{\sigma_{\text{dB}}} = 1 + n. \quad (5.37)$$

vornimmt, welche für kleine Werte dieser gültig ist, handelt es sich bei der resultierenden Rauschgröße um eine normalverteilte Zufallsvariable $n \sim \mathcal{N}(0, (\ln 10/10)^2 \sigma_{\text{dB}}^2)$ und der LS-Schätzer (5.33) ist dem Maximum-Likelihood-Schätzer (engl. **M**aximum **L**ikelihood **E**stimator, MLE) äquivalent, der im Folgenden beschrieben wird.

5.3.3. Maximum Likelihood Estimator

Da auf dem Pfadverlust ein Rauschen in Form von Log-normal Shadow Fading liegt, müssen Ansätze zur Quellenschätzung auch Robustheit gegenüber diesen sehr großen und damit herausfordernden Störungen bieten. Dazu ist die Lösung eines linearen Gleichungssystem nach Abschnitt nicht geeignet, da die Schätzung eines zusätzlichen Parameters bei Nichtbeachtung der nichtlinearen Beziehung $d_{\text{R}}^2 = \|\mathbf{d}\|_2^2$ oder die Bestimmung eines Lagrange-Multiplikators bei Berücksichtigung der nichtlinearen Beziehung stark von Rauscheinflüssen beeinträchtigt werden kann. Eine Möglichkeit diese zufälligen Abweichungen vom Idealwert herauszurechnen, besteht in der Anwendung der Maximum-Likelihood-Methode [TBD15]. Die mit verschiedenen Varianzen σ_j^2 normalverteilten, beliebigen M Zufallsvariablen X_j besitzen bei einer Zufallsstichprobe zusammen die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$f(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^M f_{X_j}(x_j) = \prod_{j=1}^M \frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x_j}{\sigma_j}\right)^2}, \quad (5.38)$$

die maximiert werden soll, um das Resultat für die zu bestimmenden Werte zu erhalten, das mit der größten Wahrscheinlichkeit unter den gegebenen Parametern der einzelnen Verteilungen auftritt. Das Maximum liegt aufgrund der strengen Monotonie des Logarithmus bei der Log-Likelihood-Funktion f_{\log} an derselben Stelle vor:

$$\max f_{\log} = \max \ln f(\mathbf{x}) \quad (5.39)$$

$$= \max \sum_{j=1}^M \ln f_{X_j}(x_j) \quad (5.40)$$

$$= \max \sum_{j=1}^M -\ln(\sigma_j \sqrt{2\pi}) - \frac{1}{2} \left(\frac{x_j}{\sigma_j}\right)^2 \quad (5.41)$$

$$= \max -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \left(\frac{x_j}{\sigma_j}\right)^2 \quad (5.42)$$

$$\Leftrightarrow \min -f_{\log} = \min \sum_{j=1}^M \left(\frac{x_j}{\sigma_j}\right)^2. \quad (5.43)$$

Die Log-Likelihood-Funktion kann im Rahmen des verfolgten Schätzproblems genutzt werden, da die Zufallsvariable $X_{\sigma_{\text{dB}}}$ des Log-normal Shadow Fading im Term (5.1) einer Normalverteilung folgt und bei jedem CR j eine andere Realisierung X_j aufweist. Nach Umstellung der Gleichung (5.1) nach $X_{\sigma_{\text{dB}}}$ und Einführung der Beziehung zwischen Empfangsleistung und Sendeleistung über den Pfadverlust folgt:

$$x_j = L - L_j - 10\gamma \log_{10} \|\mathbf{d} - \mathbf{d}_j\|_2. \quad (5.44)$$

Die zu bestimmenden Werte aus (5.44) sind die Position \mathbf{d} und die Sendeleistung $L = 10 \log_{10}(P_{\text{tx}})$ des Senders in dB, wobei die Parameter der Verteilung die Empfangsleistungen in dB $L_j = 10 \log_{10}(P_{\text{rx},j})$, die Positionen der Empfänger \mathbf{d}_j und die jeweiligen Varianzen σ_j^2 des Log-normal Shadow Fading darstellen. Die ML-Schätzung kann also gefunden werden, indem das Problem

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta=[\mathbf{d};L]} \sum_{j=1}^M \frac{1}{\sigma_j^2} [\mathbf{q}^T \theta - L_j - 10\gamma \log_{10} \|\mathbf{B}^T \theta - \mathbf{d}_j\|_2]^2 \quad (5.45)$$

gelöst wird mit $\mathbf{q} = [\mathbf{0}_{N_{\text{dim}} \times 1}; 1]$ und $\mathbf{B} = [\mathbf{I}_{N_{\text{dim}}}; \mathbf{0}_{1 \times N_{\text{dim}}}]$, was einem gewichteten LS-Schätzer im logarithmischen Maßstab entspricht. Hierbei gibt σ_j^2 die Zuverlässigkeit eines Messwertes an, die bei hoher Standardabweichung geringer ist, sodass der jeweilige Term schwächer gewichtet wird. In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass in der betrachteten Umgebung keine Variation von $\sigma_j^2 = \sigma^2$ vorliegt, wodurch diese Faktoren im Folgenden entfallen können. Weil die Funktion in (5.45) nichtlinear und nicht konvex ist, kann nicht sofort mit lokalen Suchverfahren das globale Minimum bestimmt werden. Soll (5.45) berechnet werden, wird es notwendig die lokalen Suchverfahren, wie z.B. den bereits erwähnten Levenberg-Marquardt-Algorithmus oder das Newton-Verfahren, an verschiedenen Startpunkten innerhalb des betrachteten bzw. erwarteten Gebietes zu initialisieren und das kleinste gefundene Minimum als globales auszuwählen. Hierdurch wurde der ML-Schätzer in den Simulationen realisiert.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass auch Abweichungen in den Positionen der CRs vorliegen können, wenn die CRs nicht fest installiert werden, sondern sich bewegen und ihre Position im Raum über Verortung mit z.B. GPS (**G**lobal **P**ositioning **S**ystem) bestimmen müssen. Im Vergleich zu den großen Abweichungen in den Empfangsleistungen aufgrund von Abschattung können diese linear skalierenden Ungenauigkeiten aber als geringfügig betrachtet werden und werden im Folgenden vernachlässigt.

Konvexifizierung

Da selbst bei Einsatz der lokalen Suchverfahren mit vielen Startpunkten zur Lösung des ML-Schätzers keine globale Konvergenz gewährleistet ist und der Berechnungsaufwand mit der Anzahl der Startpunkte ansteigt, wird in [TBD15] analog zum Vorgehen in CS eine Konvexifizierung des Problems (5.45) vorgeschlagen. Diese approximiert das originale Problem zwar nur, sodass das globale Minimum nicht mehr mit dem der Originalfunktion übereinstimmen muss, aber es kann das globale Minimum mit einem lokalen Suchverfahren und damit mit vergleichsweise geringem Aufwand bestimmt werden. In [TBD15] wird von geringem Rauschen nach (5.37) und daher vom nichtlinearen Least-Squares-Ansatz

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta=[\mathbf{d};L]} \sum_{j=1}^M (\omega_j \|\mathbf{d} - \mathbf{d}_j\|_2 - \xi)^2. \quad (5.46)$$

mit $\omega_j = 10^{L_j/10\gamma}$ und $\xi = 10^{L/10\gamma}$ zur Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems aus Abschnitt 5.3.2 ausgegangen. Das Vorgehen aus [TBD15] zur Lösung von (5.46) wird nun kurz beschrieben: Nach der Definierung von Hilfsvariablen ergibt sich das Ersatzproblem

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{d}, \mathbf{g}, \mathbf{e}, \xi} \|\mathbf{e}\|_2^2 \\ \text{s.t.} \quad & g_j = \|\mathbf{d} - \mathbf{d}_j\|_2, \quad e_j = \omega_j g_j - \xi, \quad j = 1, \dots, M, \end{aligned} \quad (5.47)$$

welches nach Einführung der Epigraphvariable δ und nach Konvexifizierung der nichtkonvexen Beschränkung $g_j = \|\mathbf{d} - \mathbf{d}_j\|_2$ zu $g_j \geq \|\mathbf{d} - \mathbf{d}_j\|_2$ als Second-Order-Cone-Program (SOCP) effizient gelöst werden kann:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{d}, \mathbf{g}, \mathbf{e}, \xi, \delta} \|\delta\|_2^2 \\ \text{s.t. } & \|2\mathbf{e}; \delta - 1\|_2 \leq \delta + 1, \quad g_j \geq \|\mathbf{d} - \mathbf{d}_j\|_2, \quad e_j = \omega_j g_j - \xi, \quad j = 1, \dots, M. \end{aligned} \quad (5.48)$$

Mit der berechneten Position $\hat{\mathbf{d}}$ wird zuletzt die ML-Schätzung der Sendeleistung

$$\hat{L} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left(L_i + 10\gamma \log_{10} \|\hat{\mathbf{d}} - \mathbf{d}_j\|_2 \right) \quad (5.49)$$

bestimmt. Dieser letzte Schritt wird in den Simulationen auch bei der Lösung der nichtlinearen Gleichungssysteme nach Sektion 5.3.2 übernommen, sodass sich beide Vorgehensweisen nur in der Konvexifizierung des Problems unterscheiden. Die Autoren aus [TBD15] haben noch einen zweiten Schritt bei dieser Prozedur eingebaut, da sich in Simulationen gezeigt hat, dass die Schätzung von \hat{L} dem realen Wert L sehr nahe kommt und somit für eine wiederholte Lösung des Problems unter Vorgabe von L genutzt werden kann, um die Positionsschätzung zu verbessern. Im Prinzip kann hierzu direkt (5.48) durch Einsetzen von ξ gelöst werden; das genaue Vorgehen ist in [TBD15] beschrieben und schließt mit einer erneuten ML-Schätzung der Sendeleistung gemäß (5.49) ab.

5.3.4. Compressed Sensing in Localization

Das Feld der Anwendungen, in denen mithilfe von Compressed Sensing Vektoren mit vielen Nulleinträgen rekonstruiert werden können, ist sehr weit. So bietet sich auch ein Einsatz in der Lokalisierung nach Linearisierung des Problems an, indem das Koordinatensystem diskretisiert wird und eine feste Menge an möglichen Positionen $\{\tilde{\mathbf{d}}_i \in \mathcal{A}\}_{i=1}^{N_{\text{cd}}}$ resultiert: Dann kann sich in einem Bandbreitebereich nur ein einziger Primärnutzer an einer bestimmten Position befinden, sodass das Problem als sehr sparse bezeichnet werden kann. Die Empfangsleistung bzw. Messung $p_{\text{rx},j}$ bei CR j kann über die verschiedenen Pfadverluste $a_{ji} = \|\tilde{\mathbf{d}}_i - \mathbf{d}_j\|_2^2$ vom Ort des Senders $\tilde{\mathbf{d}}_i$ zum Ort des Empfängers \mathbf{d}_j durch die zu rekonstruierenden Sendeleistungen \mathbf{p}_{tx} zustande kommen

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} p_{\text{rx},1} \\ p_{\text{rx},2} \\ \vdots \\ p_{\text{rx},M} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N_{\text{cd}}} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N_{\text{cd}}} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{M1} & a_{M2} & \cdots & a_{MN_{\text{cd}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{\text{tx},1} \\ p_{\text{tx},2} \\ \vdots \\ p_{\text{tx},N_{\text{cd}}} \end{bmatrix} \\ \mathbf{p}_{\text{rx}} &= \mathbf{A} \mathbf{p}_{\text{tx}}, \end{aligned} \quad (5.50)$$

wobei sich Sender und Empfänger nicht an demselben Ort $\tilde{\mathbf{d}}_i \neq \mathbf{d}_j$ aufhalten können. Da viel mehr mögliche Positionen im Koordinatennetz vorliegen als Messungen $N_{\text{cd}} \gg M$, ist das Gleichungssystem (5.50) unterbestimmt, kann aber aufgrund der Tatsache, dass von nur sehr wenigen, wenn nicht sogar einem einzigen ($\|\mathbf{p}_{\text{tx}}\|_0 = 1$) in einem Band übertragenden Primärnutzer ausgegangen werden kann, mithilfe von CS-Techniken gelöst werden. In den Simulationen wird hierfür der OMP mit einer einzigen Iteration verwendet.

Ein Vorteil des CS-Ansatzes stellt gerade die Möglichkeit dar, mehrere Primärnutzer in ein und demselben Band berücksichtigen zu können. Das System berücksichtigt außerdem nicht den Effekt des Log-normal Shadow Fading, ist jedoch robust gegenüber diesem Rauscheinfluss, weil alle möglichen Signalkonstellationen vorgegeben werden und dadurch nur noch die Stelle und Intensität der Sendeleistung ermittelt werden muss. In [KDG09] wird die Schätzung einer Shadow Fading Map mithilfe eines Kriged-Kalman-Filters vorgenommen, um zur Berücksichtigung ein genaues Profil der Pfadverluste

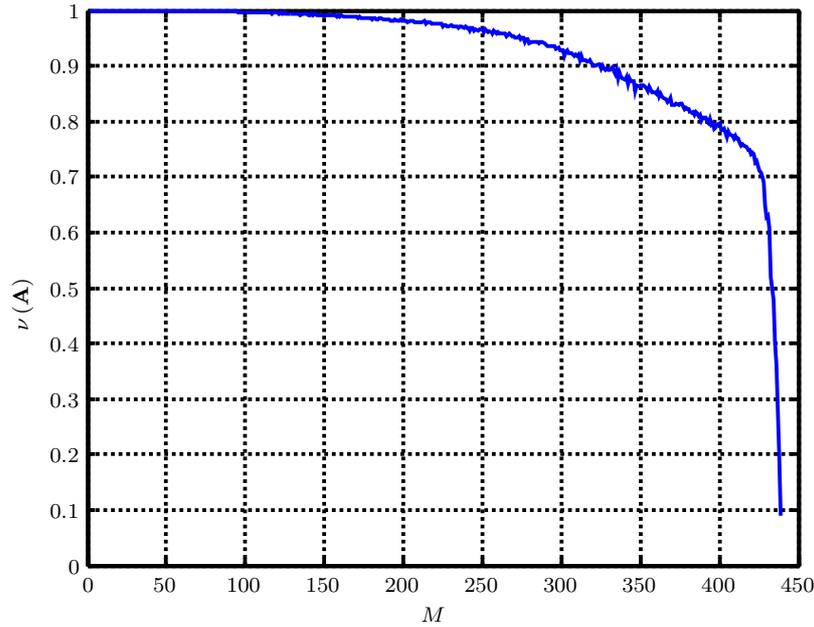


Abbildung 5.5.: Über 100 Konstellationen gemittelte Kohärenz ν der Matrix \mathbf{A} in Abhängigkeit der Anzahl der Messungen bzw. CRs M für das in den Simulationen betrachtete Koordinatensystem.

zu erlangen, indem jeweils Trainingssignale zwischen den CRs ausgetauscht werden und daraufhin die Abweichung von der erwarteten Empfangsleistung bestimmt wird. Ein interessanter Nebeneffekt der mit CS verbundenen Rauschreduktion liegt darin begründet, dass die Sendeleistung nicht mehr als isotrop im Raum verteilt angenommen wird und somit mit der zusätzlichen Information über die inhomogene Ausbreitung der Strahlung das Problem leichter lösbar wird.

Dies ist sehr vorteilhaft, da Simulationen nämlich gezeigt haben, dass die Abtastmatrizen bei wenigen Messungen nach (5.50) eine sehr hohe Kohärenz aufweisen, was in Abb. 5.5 eingesehen werden kann. Werte der Kohärenz fallen erst bei einer sehr hohen Anzahl an Messungen $M = 250$ mit 0.96 signifikant unter 1, wodurch es sich als schwierig erweisen sollte, eine eindeutige Lösung zu erhalten. Simulationen sollen die Performance klären, die stark von der Anzahl an CRs abhängig sein sollte.

5.3.5. Cramér-Rao-Ungleichung

Damit nicht nur ein relativer Vergleich der Leistungsfähigkeit der einzelnen Lokalisationsalgorithmen stattfindet, wird in dieser Arbeit auch die theoretische untere Grenze für die Varianz einer Schätzung $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ betrachtet, die die Cramér-Rao-Ungleichung angibt:

$$\text{Var} [\hat{\boldsymbol{\theta}}_i] \geq [\mathcal{I}^{-1}(\boldsymbol{\theta})]_{ii} . \quad (5.51)$$

Die Varianz des i -ten Parameter der Schätzung $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ wird durch den i -ten Eintrag auf der Diagonalen der Inversen der Fisher-Informationsmatrix \mathcal{I} nach unten begrenzt [TBD15]. Deren Elemente berechnen sich zu

$$[\mathcal{I}]_{i,j} = \mathbb{E} \left[\left(\frac{\partial}{\partial \theta_i} \ln f(\mathbf{L}|\boldsymbol{\theta}) \right) \left(\frac{\partial}{\partial \theta_j} \ln f(\mathbf{L}|\boldsymbol{\theta}) \right) \right] \quad (5.52)$$

aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(\mathbf{L}|\boldsymbol{\theta})$ der Beobachtungen bzw. gemessenen Leistungen in dB $\mathbf{L} = [L_1, L_2, \dots, L_M]^T$ in Abhängigkeit der zu schätzenden Variablen $\boldsymbol{\theta}$, die aufgrund der Natur des Log-normal Shadow Fading einer mehrdimensionalen Normalverteilung $\mathbf{L} \sim \mathcal{N}_M(\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta}), \boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta}))$ mit Erwartungswert $\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})$ und Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})$ entspricht. Die Fisher-Information ist ein Maß

dafür, wie viel Information eine Zufallsvariable über die unbekannt Parameter einer Verteilung, die die Zufallsvariable modelliert, enthält. Das Ergebnis der Gleichung (5.52) für diesen Fall wird in [PF86] hergeleitet

$$[\mathcal{I}]_{i,j} = \frac{\partial \boldsymbol{\mu}^T}{\partial \theta_i} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial \theta_j} + \frac{1}{2} \text{tr} \left(\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\Sigma}}{\partial \theta_i} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\Sigma}}{\partial \theta_j} \right) \quad (5.53)$$

und kann wegen der Gleichheit und der Nichtabhängigkeit der Varianzen σ_i^2 von den zu schätzenden Variablen zu

$$[\mathcal{I}]_{i,j} = \frac{\partial \boldsymbol{\mu}^T}{\partial \theta_i} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial \theta_j} \quad (5.54)$$

$$= \frac{\partial \boldsymbol{\mu}^T}{\partial \theta_i} \begin{bmatrix} 1/\sigma_1^2 & & & 0 \\ & 1/\sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1/\sigma_M^2 \end{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial \theta_j} \quad (5.55)$$

$$= \frac{1}{\sigma^2} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}^T}{\partial \theta_i} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial \theta_j} \quad (5.56)$$

vereinfacht werden. Die Fisher-Informations-Matrix kann nach Umformung somit für das betrachtete Problem über

$$\mathcal{I} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{j=1}^M \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_j(\boldsymbol{\theta})^T}{\partial \boldsymbol{\theta}} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}_j(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (5.57)$$

mit

$$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_j(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \frac{\partial \mathbf{L}_j(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [\mathbf{q}\boldsymbol{\theta} - 10\gamma \log_{10} \|\mathbf{B}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{d}_j\|_2] \quad (5.58)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [\mathbf{q}\boldsymbol{\theta} - 10\gamma \log_{10} ((\mathbf{B}\boldsymbol{\theta})^T (\mathbf{B}\boldsymbol{\theta}) - 2\mathbf{d}_j^T \mathbf{B}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{d}_j^T \mathbf{d}_j)] \quad (5.59)$$

$$= \mathbf{q} - \frac{10\gamma}{\ln 10} \frac{1}{\|\mathbf{B}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{d}_j\|_2^2} (\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} - \mathbf{d}_j^T \mathbf{B}) \quad (5.60)$$

berechnet werden. Der minimale, mittlere quadratische Fehler des geschätzten Ortes $\hat{\mathbf{d}}$ zum eigentlichen Ort $\|\hat{\mathbf{d}} - \mathbf{d}\|_2^2$ bzw. die Cramer-Rao-Grenze ergibt sich damit zu

$$\mathbb{E} \left[\|\hat{\mathbf{d}} - \mathbf{d}\|_2^2 \right] = \text{Var} \left[\|\hat{\mathbf{d}} - \mathbf{d}\|_2 \right] = \text{Var} \left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_{1:N_{\text{dim}}} \right] \geq \sum_{i=1}^{N_{\text{dim}}} [\mathcal{I}^{-1}(\boldsymbol{\theta})]_{ii}, \quad (5.61)$$

während sich der minimal mögliche MSE der Sendeleistung in dB zu

$$\mathbb{E} \left[\|\hat{L} - L\|_2^2 \right] = \text{Var} [L] = \text{Var} \left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N_{\text{dim}}+1} \right] \geq [\mathcal{I}^{-1}(\boldsymbol{\theta})]_{(N_{\text{dim}}+1)(N_{\text{dim}}+1)} \quad (5.62)$$

berechnen lässt. Die Übereinstimmung von mittlerem quadratischen Fehler und Varianz ergibt sich, wenn es sich um einen erwartungstreuen Schätzer handelt, also die mittlere Abweichung verschwindet, wovon im Folgenden ausgegangen wird. Nun sind theoretische Grenzen für die Leistungsfähigkeit der Algorithmen in der Lokalisation und Schätzung der Sendeleistung bekannt, sodass in den Simulationen auch eine quantitative Untersuchung dieser ermöglicht wird.

5.3.6. Simulationen

Es wird weitestgehend das Simulationssetup bei Untersuchung von Cooperative Sensing aus Abschnitt 5.2.5 übernommen. Änderungen betreffen die Sendeleistung, die sich gemäß praktischer Anwendungen

wie Bluetooth, WLAN oder diversen Basisstationen über einen Bereich von -20 bis 30 dBW erstrecken kann, und die Anzahl der CRs, welche geringfügig auf $J = 9$ reduziert wird, um einen Vergleich mit einer gleichmäßigen Verteilung der CRs im Raum zu ermöglichen. Hierbei könnte es sich z.B. um ein Sensornetzwerk in einer Fabrikhalle handeln, dass Sensoren an den Eckpunkten des betrachteten Bereiches $[\pm 10 \text{ m}, \pm 10 \text{ m}]$ und jeweils zwischen zwei Eckpunkten aufweist. Zudem wurde jeweils ein Primärnutzer zur Lokalisierung platziert und zur Berechnung der Performancegrößen diesmal über $N_{\text{it}} = 1000$ Monte-Carlo-Simulationen gemittelt. Der Kanaleinfluss in Form von Selective Fading wurde vernachlässigt und kann mit dem Log-normal Shadow Fading zusammengefasst werden.

Untersucht wurden alle in diesem Kapitel beschriebenen Verfahren, wobei auf eine Darstellung der Ergebnisse der Lagrange-Methode und der direkten Lösung des konvexifizierten Problems verzichtet wird. Erstere weist eine schlechtere Leistungsfähigkeit als der zudem ähnliche LS-Ansatz (LS) auf, weil die Lösung des beschränkten Optimierungsproblems über die Nullstellensuche des Lagrange-Multiplikators sehr anfällig gegenüber Rauschen ist, während letztere dem Zwei-Schritte-Vorgehen mit zusätzlicher erneuter Lösung des konvexifizierten Problems (CVX) unter Vorgabe des berechneten \hat{L} , wie zu erwarten war, unterlegen ist. Gelöst wurden die konvexen Optimierungsprobleme wie in [TBD15] mit CVX und dem Algorithmus SeDuMi. Die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems wurde mit dem nichtlinearen Least-Squares (NLS) berechnet, wofür der Matlab-interne Levenberg-Marquardt-Algorithmus mit Startpunkt $\theta_0 = [0, 0, 0]^T$ in der Mitte des Koordinatensystems und bei 1 W Leistung über die Funktion `fsolve` zum Einsatz kam. Als Abbruchkriterium wurde eine minimale Schrittweite von 10^{-6} herangezogen, welches auch beim ML-Schätzer (MLE) genutzt wurde. Um dessen globales Minimum zu ermitteln wurde das Innere-Punkte-Verfahren über die Matlab-interne Funktion `fmincon` an verschiedenen Startpunkten unter der Beschränkung des möglichen Wertebereiches zwischen $[-12, -12, -20]^T$ und $[12, 12, 30]^T$ gemäß der zu erwartenden Koordinaten und Leistungen angewendet. Die Startpunkte wurden gleichmäßig im Abstand von 5 m in beide Richtungen und im Abstand von 10 dB bezüglich der Leistung generiert und zuletzt wurde die Lösung mit dem geringsten Fehler ausgesucht. Zur Bestimmung der Lösung bei Anwendung von Compressed Sensing in der Lokalisierung (CS) wurde der OMP verwendet und die Anzahl der Iterationen gemäß der Anzahl der zu schätzenden Primärnutzer auf 1 festgelegt. Im Gegensatz zur ℓ_1 -Optimierung besteht der Vorteil darin, dass nur ein Element mit der höchsten Korrelation zum Empfangsvektor rekonstruiert werden kann und damit a-priori-Wissen eingebracht wird. Als Performance-Benchmark wird zusätzlich der Mittelwert der Cramer-Rao-Grenze (CRB) aufgetragen.

Zufälliges Netzwerk

In Abb. 5.6 sind die Ergebnisse in Form der Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers (engl. **Root Mean Square Error**, RMSE) der Position \mathbf{d} (linker Graph) und der Sendeleistung L in dB (rechter Graph) in Abhängigkeit der Standardabweichung des Log-normal Shadow Fading - Terms σ_{dB} dargestellt. Als Darstellungsform wurde der RMSE gewählt, um die Werte leichter interpretieren zu können. Da der mittlere quadratische Fehler große Abweichungen stärker gewichtet, kann der RMSE nämlich als pessimistischeres und robusteres Maß für die Abweichung von den wahren Sendeparametern angesehen werden als die mittlere Abweichung.

Es zeigt sich, dass der LS-Ansatz ohne Vorliegen des Shadowing-Effekts ($\sigma_{\text{dB}} = 0$) zusammen mit MLE die beste Performance liefert, weil Abweichungen bezüglich Position und Sendeleistung nicht vorliegen. Ansonsten kann jedoch beobachtet werden, dass LS sehr empfindlich gegenüber Abweichungen bzw. Rauschen in den Messungen ist, denn ab einer geringen Standardabweichung des Pfadverlustes von $\sigma_{\text{dB}} = 1$ funktionieren alle anderen betrachteten Verfahren besser. Das perfekte Verhalten ohne Rauschen kann damit begründet werden, dass beide Ansätze die globale Lösung des exakten Lokalisationsproblems berechnen. Im Gegensatz dazu können die anderen Verfahren auch ohne Unsicherheit in dem Messwerten einen Fehler aufweisen, da diese entweder lokal sind (NLS) oder das Problem approximieren (CVX und CS). Der RMSE beträgt hier für NLS ungefähr 3 m bzw. 2 dB , CVX 4 m bzw.

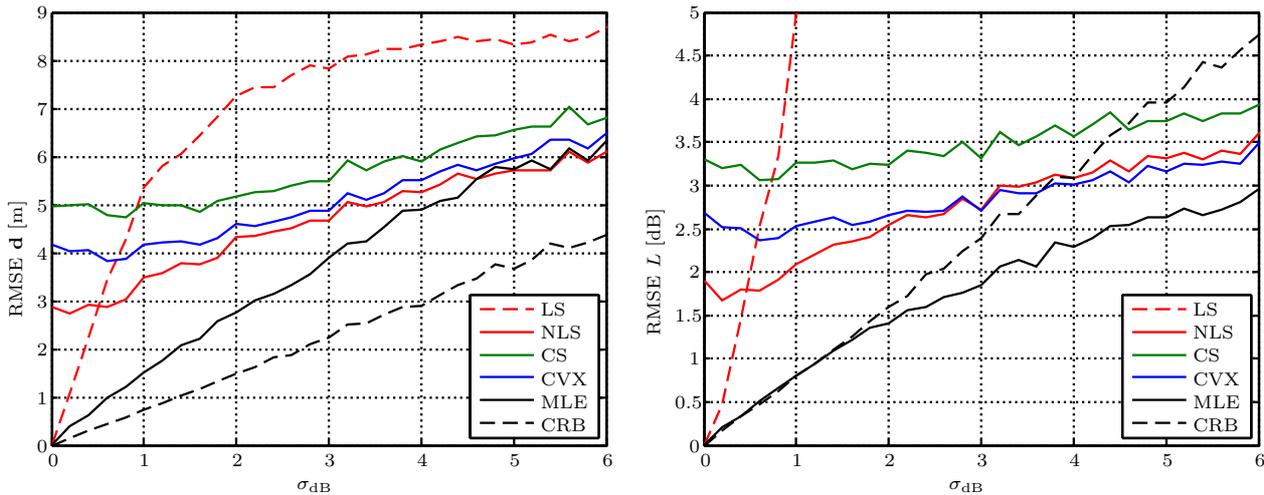


Abbildung 5.6.: Links RMSE von Position \mathbf{d} und rechts von Sendeleistung L in dB für die einzelnen Lokalisationsalgorithmen unter Variation der Standardabweichung des Log-normal Shadowing-Terms σ_{dB} bei zufälligem Auswürfeln der Orte der $J = 9$ CRs.

2.6 dB und CS 5 m bzw. 3.3 dB, sodass von einem solchen Fehler in der Position und Sendeleistung ausgegangen werden sollte. Diese Rangfolge in der Genauigkeit setzt sich für höheres Rauschen fort, wobei der Abstand im RMSE von NLS und CVX in beiden betrachteten Größen sinkt und beide zuletzt fast dieselbe Performance aufweisen.

Unter Rauscheinfluss demonstriert der MLE die Überlegenheit des globalen Ansatzes, da der RMSE in der Position klar unter dem der anderen rangiert. Dasselbe kann bei der Sendeleistung erkannt werden: Der RMSE bewegt sich hier zunächst sogar entlang der theoretischen Grenze, die durch die CRB vorgegeben wird. Dass dieser ab $\sigma_{\text{dB}} = 2$ unterhalb dieser Kurve weiterverläuft, deutet ganz klar auf einen Bias, einen systematischen Fehler, hin. Auch bei den anderen Verfahren ist dies für hohe Standardabweichungen der Fall. Generell weisen RSS-basierte Methoden einen Bias auf [Pat05], was mithilfe des Falles veranschaulicht werden kann, wenn der Sender einem CR sehr nahe kommt, während die anderen weiter entfernt sind: Dann tragen im Extremfall die entfernteren CRs kaum Informationen zur Ortsbestimmung bei und der Sender kann nur noch in einem Kreis um das nahe CR lokalisiert werden. Dadurch liegt im Mittel immer ein Fehler vor, der nicht verschwindet. Der Bias kann auch mit einem Versagen aller Methoden ab der normalerweise mindestens vorliegenden Standardabweichung von 5 dB in Zusammenhang gebracht werden: Der MLE bietet hier dieselbe niedrige Genauigkeit von 6 m wie die anderen Verfahren, was auf ein Versagen bei der Lösung des Lokalisationsproblems hindeutet.

Ein Einsatz der Lokalisation unter moderaten Einfluss von Log-normal Shadow Fading und bei wenigen $J = 9$ kooperierenden Sekundärnutzern, die zufällig verteilt und für Zwecke des Cooperative Sensing ausreichend sind, erscheint daher unabhängig vom betrachteten Algorithmus als nicht lohnenswert.

Festes Netzwerk

Deswegen wurde auch die Performance bei gleichmäßiger Verteilung der CRs im betrachteten Koordinatennetz untersucht. Die betrachteten Größen können Abb. 5.7 entnommen werden. Diese weisen daraufhin, dass eine feste und gleichmäßige Positionierung der CRs einen großen Vorteil bei der Lokalisation und Schätzung der Sendeleistung bietet. NLS, CVX und MLE weisen eine stark verbesserte und beinahe identische Performance bezüglich des RMSEs in der Position und Sendeleistung auf, denn z.B. für $\sigma_{\text{dB}} = 3$ liegt ein RMSE von 2.8 m bzw. 1.1 dB anstatt von 5 m bzw. 2.75 dB bei NLS und CVX sowie einer von 4 m bzw. 2 dB bei MLE vor. Die Konvexifizierung (CVX) senkt aber die Genauigkeit

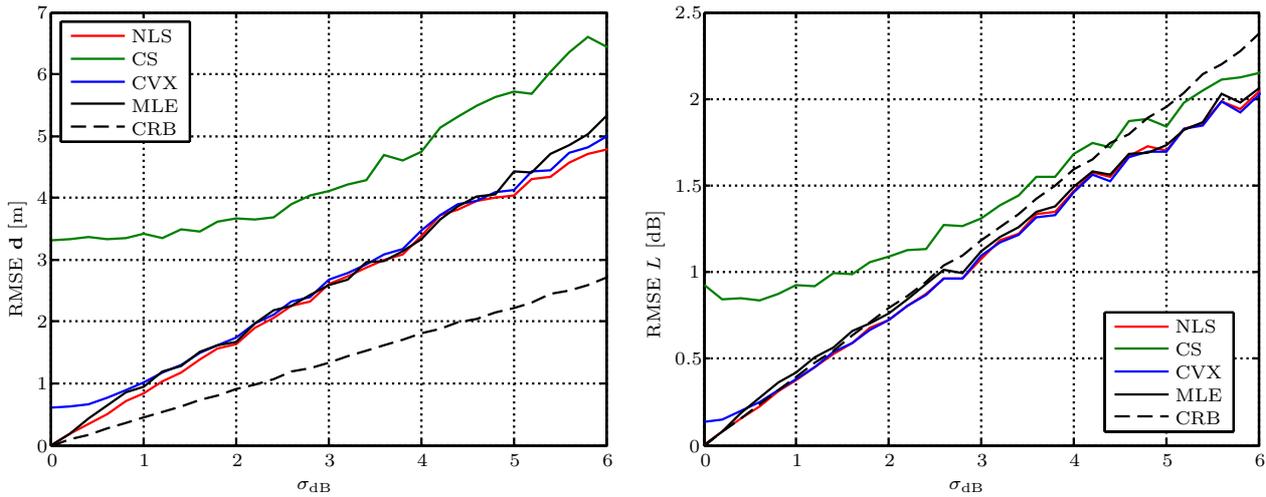


Abbildung 5.7.: Links RMSE von Position \mathbf{d} und rechts von Sendeleistung L in dB für die einzelnen Lokalisationsalgorithmen unter Variation der Standardabweichung des Log-normal Shadowing-Terms σ_{dB} bei fester Ortszuweisung der $J = 9$ CRs.

ohne Rauschen ab, während das lokale Verfahren NLS stark vom installierten Netzwerk profitiert und keine Abweichung mehr zulässt. Dass die Linien vom RMSE der Sendeleistung nahezu der Linie der CRB folgen, ist bemerkenswert. Weil diese knapp unterboten wird, kann auch in dieser Konfiguration ein Bias beobachtet werden. Der CS-Ansatz zeigt ebenfalls eine höhere Performance, bleibt aber in dieser weit hinter den anderen Verfahren zurück. Zum Beispiel für $\sigma_{\text{dB}} = 3$ beträgt der RMSE nun 4 m bzw. 1.25 dB im Vergleich zu 5.5 m bzw. 3.3 dB.

Größe des Netzwerkes

Zuletzt soll noch der Einfluss der Anzahl der kooperierenden CR-Nutzer bestimmt werden, um den besten Algorithmus unter verbesserten Bedingungen ermitteln zu können. Die Ergebnisse, welche für zufällige Positionen der CRs und $\sigma_{\text{dB}} = 5$ bestimmt wurden, sind in Abb. 5.8 dargestellt.

Bei dieser in der Praxis auftauchenden Standardabweichung kann ab $J = 15$ CRs von einer plausiblen Ortsschätzung ausgegangen werden, da hier erst der MLE, das per Definition beste Verfahren, genauer wird als die anderen Verfahren. Davor ist auch die Ungenauigkeit mit $\text{RMSE} > 5$ m für Anwendungen viel zu hoch. Ab $J = 25$ kann angenommen werden, dass die Verfahren erwartungstreu werden. Der RMSE in der Sendeleistung des ML-Schätzers unterschreitet die CRB nicht mehr, sondern liegt geringfügig über der Grenze. Daher kann davon ausgegangen werden, dass die Verfahren asymptotisch erwartungstreu mit steigender Anzahl der CRs sind. Generell weist der MLE im relevanten Bereich $J \geq 15$ die mit Abstand beste Performance auf: Die Schätzung der Position ist ungefähr um 1.5 m und die der Sendeleistung um 0.5 dB genauer als die der anderen Methoden, welche sich untereinander nur geringfügig in der Leistungsfähigkeit unterscheiden. Während die Sendeleistung fast optimal geschätzt wird, weil der RMSE auf der CRB liegt, nähert sich der RMSE der Position mit steigender Anzahl der Sekundärnutzer immer weiter bis auf 0.5 m bei $J = 100$ an. Dabei beträgt der Absolutwert nur noch 1 m. Damit kann die theoretische Vorhersage des besten Lokalisationsalgorithmus bestätigt werden. Im linken Graphen aus Abb. 5.9 kann die empirische Verteilungsfunktion $F(\|\hat{\mathbf{d}} - \mathbf{d}\|_2)$ der Abweichung zwischen geschätzter und wahrer Position für $J = 20$ eingesehen werden. Auch mit dieser lassen sich die gemachten Aussage unterstreichen, wobei auf eine Darstellung der Verteilung der Sendeleistung verzichtet wurde, da sich dasselbe qualitative Verhalten im Verlauf zeigt. In 90% der Fälle ist die Abweichung kleiner als 5 m, wogegen bei den anderen Verfahren nur 7.5 m gewährleistet werden können.

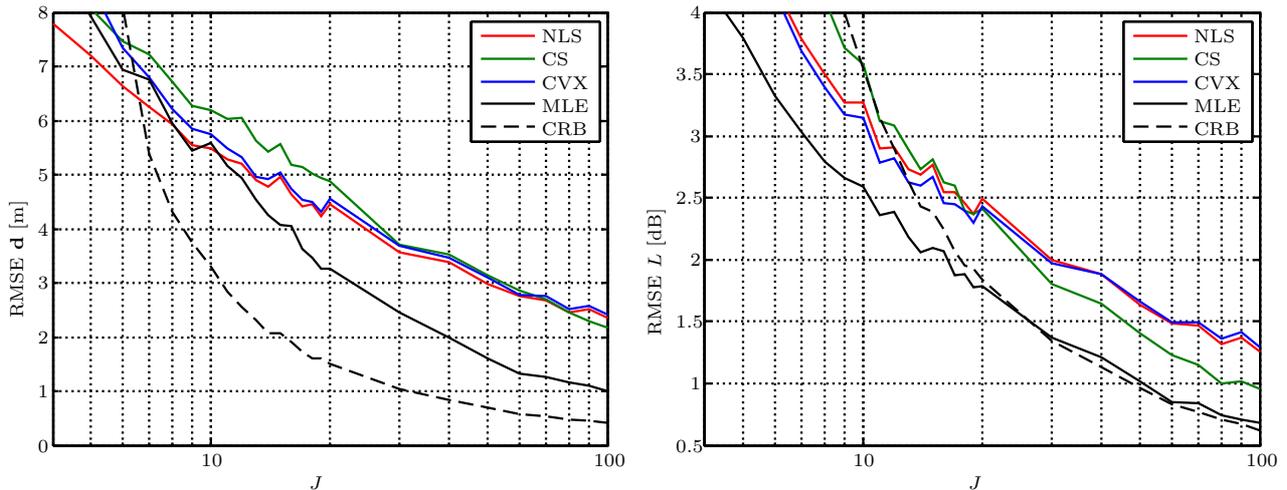


Abbildung 5.8.: Links RMSE von Position d und rechts von Sendeleistung L in dB für die einzelnen Lokalisationsalgorithmen unter Variation der Anzahl der CRs J bei zufälligem Auswürfeln der Orte und $\sigma_{dB} = 5$.

Zwischen den in der Praxis leicht anwendbaren Verfahren NLS und CVX ist der Unterschied im RMSE und in der Verteilung nahezu vernachlässigbar. Es wird sichtbar, dass beide den nichtlinearen LS-Ansatz zur Grundlage haben, wobei CVX sich um die vorgenommene Konvexifizierung unterscheidet. Bei beiden können lokale und damit schnelle Lösungsverfahren verwendet werden, sodass sogar Unterschiede hinsichtlich der benötigten Rechenzeit bzw. -leistung minimal sein sollten.

Im Gegensatz zu den vorigen Simulationsergebnissen zeigt nun auch der CS-Ansatz Anwendungspotential. Ab einer Anzahl von $J = 30$ erreicht dieser die Leistungsfähigkeit des nichtlinearen LS-Ansatzes in Form von NLS und CVX und unterbietet diesen daraufhin erst im RMSE der Sendeleistung und ab $J = 90$ auch im RMSE der Position. Dies stimmt mit Beobachtungen der Kohärenz überein, welche erst bei hohen Anzahlen von CRs $J > 150$ signifikant unter 1 absinkt und auf gute Rekonstruktionen hinweist. Damit zeigt CS die Robustheit gegenüber Rauschen und, dass es generell einsetzbar ist in der Lokalisation. Bei geringen Zahlen der Sekundärnutzer kann der CS-Ansatz jedoch nicht genutzt werden, denn die Ungenauigkeit ist selbst ohne Rauschen viel zu hoch.

Als in der Praxis am leichtesten anwendbare Verfahren können NLS und CVX bezeichnet werden, welche einen Kompromiss zwischen Genauigkeit und leichter Berechenbarkeit bieten. Zudem können die Verfahren auch bei geringen Zahlen von CRs J vor allem in einer festen Positionszuweisung genutzt werden, bei der die Performance von NLS und CVX an die optimale Performance des MLE heranreicht. Insgesamt muss aber der Schluss gezogen werden, dass die Lokalisation und Schätzung der Sendeleistung des Primärnutzers wegen der hohen durch Abschattungseffekte bedingten Abweichung im Pfadverlust nur für eine hohe Anzahl an CRs auf akzeptable Genauigkeiten führt. Selbst bei hohem $J = 20$ und noch moderatem $\sigma_{dB} = 5$ kann der MLE mit 90%-Wahrscheinlichkeit nur eine Genauigkeit von 5 m in der Position gewährleisten. Cooperative Sensing dagegen profitiert schon dann enorm von dem Austausch im Netzwerk, wenn eine geringe Anzahl von $J = 3$ CRs verfügbar ist, wie in Abschnitt 5.2.5 gezeigt. Hier liegt eine Detektionsrate von 98% vor und das, obwohl der Dynamikbereich nur dafür ausreicht, dass ein CR im Mittel verschiedene Signale, deren Sender 2.6 m auseinanderliegen, gemeinsam detektieren kann. Deswegen kann eine Lokalisierung auf Basis der empfangenen Signalstärken nur als Ergänzung verstanden werden, die nicht besonders zuverlässig ist und besonders dann gut funktioniert, wenn der Raum eine möglichst isotrope Verteilung der elektromagnetischen Strahlung zulässt und Abschattungseffekte minimal werden.

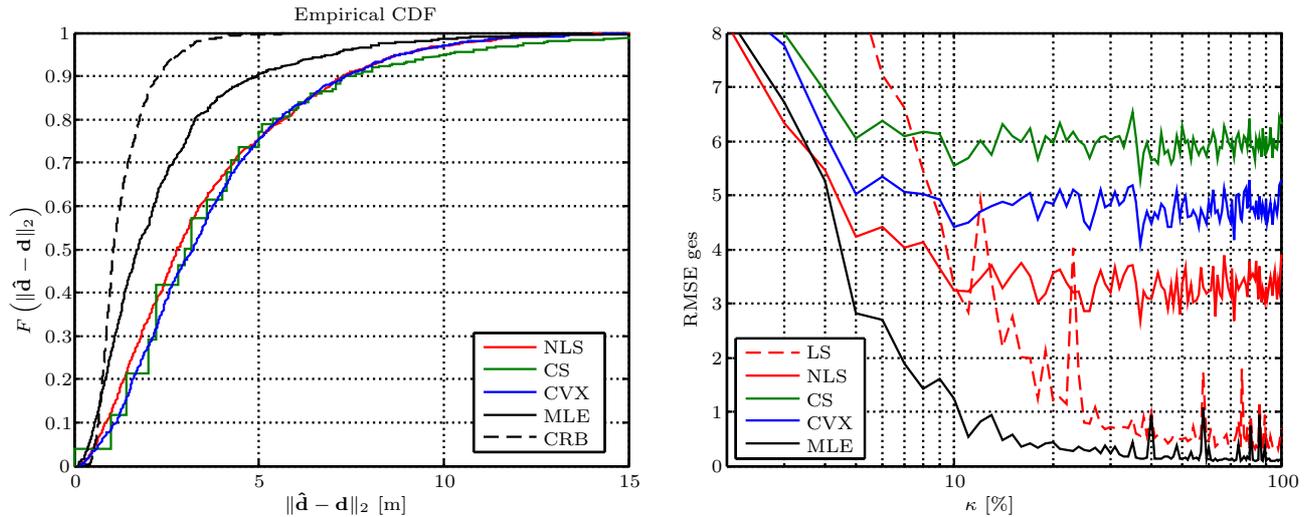


Abbildung 5.9.: Links Verteilung der Abweichung zwischen geschätzter und wahrer Position für $J = 20$ und $\sigma_{\text{dB}} = 5$ bei unterschiedlichen Lokalisationsmethoden und rechts RMSE der Lokalisation nach Spektralschätzung unter Variation der Kompression κ .

Cooperative Sensing und Lokalisierung

Zu guter Letzt sollen Simulationen untersucht werden, in denen Cooperative Sensing mithilfe der direkten Kantenrekonstruktion (CS II) und kollaborativer Kantendetektion zusammen mit der Lokalisierung und Schätzung der Sendeleistung der Primärnutzer angewendet wird, was die erste Untersuchung dieser Art darstellt. Die Ergebnisse der Spektralschätzung werden also den Lokalisationsalgorithmen zugeführt, wodurch bestimmt werden kann, ob die Genauigkeit der Spektralrekonstruktion in Form der gemessenen PSD-Level zum Zwecke der Lokalisierung und Schätzung der Sendeleistung ausreichend ist und inwiefern die Kompression diese hierüber beeinflusst. Die kollaborative Kantendetektion wurde ausgewählt, da diese zu einer einheitlichen Aufteilung des Spektrums in der Frequenz führt, mit der Trägerhöhen und damit Leistungen zwischen zwei Kanten einfach zwischen den CRs ausgetauscht werden können. Bei koll. Spektrumsdetektion liegen nur belegte Frequenzen vor; ein Übereinkommen über die Anzahl und Bereiche der Primärnutzer im Spektrum muss erst noch erreicht werden, weil jedes CR eine eigene Aufteilung des Spektralbereiches sieht. Dadurch, dass die koll. Kantendetektion ohne Modifikation direkt mit der Lokalisierung verwendet werden kann, wird ein praktischer Vorteil gegenüber der koll. Spektrumsdetektion deutlich.

Es wurden dieselben Einstellungen wie in Abschnitt 5.2.5 verwendet und nur die Stärke des Grundrauschens zu $\sigma_n^2 = 10^{-6}$ angepasst, damit dasselbe minimale Träger-Rausch-Verhältnis auch bei den unterschiedlichen Sendeleistungen von -20 bis 30 dBW eingehalten wird. Kanaleinfluss und Log-normal Shadow Fading wurden ausgeblendet, um nur den Effekt der Ungenauigkeit in der Rekonstruktion zu erfassen und den Einfluss anderer Fehlerquellen zu minimieren bzw. auszuschließen. Weiterhin wurde von den zwei zu detektierenden Primärnutzern einer zufällig zur Lokalisation ausgesucht. Wenn mehrere Messreihen pro Band vorlagen, wurde ebenfalls zufällig gewählt, wobei diese nach der ermittelten Trägerfrequenz bzw. dem Schwerpunkt einem wahren Band zugeordnet wurden. Die Messungen, die keine Information liefern, da z.B. mit einem kleinen DNR wegen der erhöhten Entfernung im Vergleich zu einem anderen Sender nur die Klassifizierung von Rauschen im betrachteten Band möglich ist, wurden aussortiert, sodass die effektive Anzahl an kooperierenden CRs variieren kann.

Diese beträgt in den Simulationen bis zu einer Kompression von $\kappa = 5\%$ nahezu konstant $J = 8.2$ und fällt dann geringfügig auf 6. Die Messanzahl entspricht damit fast der optimalen Zahl 9. Selbst bei dem niedrigen DNR der Spektrumsdetektion von 8.32 dB kann also bei einer Belegung von zwei Bändern noch eine hohe Anzahl von Messungen gewährleistet werden, sodass der Einfluss als gering bezeichnet

werden kann. Die Ergebnisse in Form des gesamten RMSE, in den Fehler in Position und Sendeleistung eingehen, können dem rechten Graphen aus Abb. 5.9 entnommen werden. Es zeigt sich, dass die Genauigkeit der Spektralschätzung selbst für den LS-Ansatz ausreicht, der sehr empfindlich gegenüber Abweichungen ist. Bis zu einer hohen Kompression $\kappa = 25\%$ liegt der RMSE unter 1, sodass von einer guten Lokalisation ausgegangen werden kann, wogegen dann der Fehler stark ansteigt. Denkbar wäre, dass der negative Einfluss einer geringeren Anzahl an Leistungsmessungen nicht mehr durch eine hohe Qualität derselben aufgefangen werden kann. Der ML-Schätzer weist über den gesamten Bereich einen noch kleineren Fehler auf, da Störungen in den Messwerten, die sich mit steigender Kompression verstärken sollten, berücksichtigt werden können, und ermöglicht daher auch noch bis $\kappa = 10\%$ mit $\text{RMSE} < 1$ genaue Schätzungen von Position und Sendeleistung. Auch die anderen Verfahren zeigen diese Robustheit gegenüber den durch die Rekonstruktion bedingten Messwertabweichungen, denn der RMSE bleibt über sämtliche Kompressionen hinweg nahezu konstant. Die starken Schwankungen in den Kurven im Vergleich zu Abb. 5.6 können mit der geringeren Anzahl an Monte-Carlo-Simulationen $N_{\text{it}} = 300$ und der variierenden Messanzahl J erklärt werden. Für NLS stimmt der Wert von $\text{RMSE} = 3.4$ mit dem, der aus Abb. 5.6 über $\sqrt{3^2 + 2^2} \approx 3.6$ bei $\sigma_{\text{dB}} = 0$ und $J = 9$ ermittelt werden kann, grob überein und zeigt sich leicht verbessert, während CVX mit $\sqrt{4^2 + 2.5^2} \approx 4.7$ und CS mit $\sqrt{5^2 + 3.25^2} \approx 6$ nahezu identische Werte aufweisen.

Der Einfluss der Kantenrekonstruktion und -detektion auf die Schätzung des Senderortes und der Sendeleistung kann vor dem Hintergrund einer leicht verringerten Anzahl an Messungen, die hauptsächlich durch den niedrigen DNR der Schwellwertdetektion zustande kommt, deswegen insgesamt als minimal angesehen werden. Es muss daher abschließend festgehalten werden, dass eine Anwendung der Lokalisationsalgorithmen nach Spektralschätzung mithilfe der Kantenrekonstruktion wegen deren Robustheit auch unter hohen Kompressionen erfolgen kann.

Kapitel 6.

Reale Implementierung

In den vorigen Kapiteln wurde die Schätzung des Leistungsdichtespektrums um verschiedene Aspekte in Raum und Zeit erweitert. Es stellt sich die Frage, ob die betrachteten Modelle das Verhalten in der Realität gut wiedergeben können und die gewonnenen Erkenntnisse überhaupt gültig sind. Daher soll in dieser Arbeit in Sektion 6.2 abschließend auch eine Untersuchung der Spektralschätzung mit echter Hardware (siehe Abschnitt 6.1) und unter realen Kanalbedingungen erfolgen. Außerdem wird eine Demonstration der Breitbandabtastung (siehe Abschnitt 6.3) realisiert, mit deren Hilfe der erlaubte Bereich des 2.4GHz-ISM-Bandes unter hohen Kompressionen auf reale Übertragungen hin überprüft werden kann.

6.1. Hardware

Zur Durchführung der realen Übertragungen wird der Lyrtech-Hardware-Demonstrator verwendet, der in Abb. 6.1 illustriert ist. Es stehen jeweils zwei Demonstratoren zur Verfügung, von denen einer für den Sendevorgang und der andere für den Empfang vorgesehen ist. Diese bestehen aus zwei Komponenten:

6.1.1. Funktionsweise

Die erste stellt der Quad Dual-Band RF Transceiver von Comlab dar und ist im Bild oben installiert. Dieser verfügt über 4 parallele Empfangs- bzw. Sendeketten mit 4 Antennen und basiert auf 4 integrierten MAX2829-Single-Chip RF Transceivern, die im 2.4GHz- und 5GHz-ISM-Band betrieben werden können, sodass z.B. der Test von MIMO-Systemen möglich wird. In Abb. 6.2 ist der Ablauf der Verarbeitung der eingehenden Signale im Lyrtech-Hardware-Demonstrator beim Empfang schematisch mit den wichtigsten Betriebsdaten dargestellt. Die Signale in der Luft, die von den Antennen

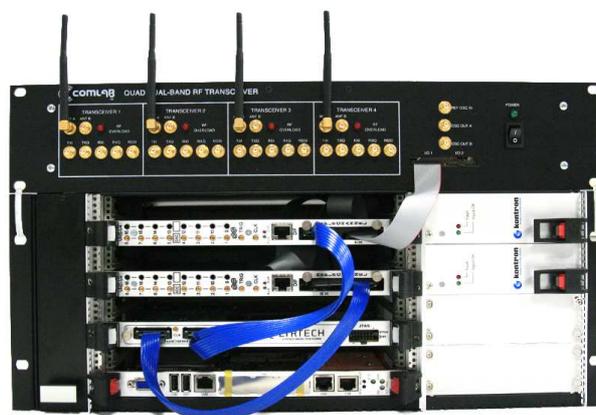


Abbildung 6.1.: Bild des Lyrtech-Hardware-Demonstrators.

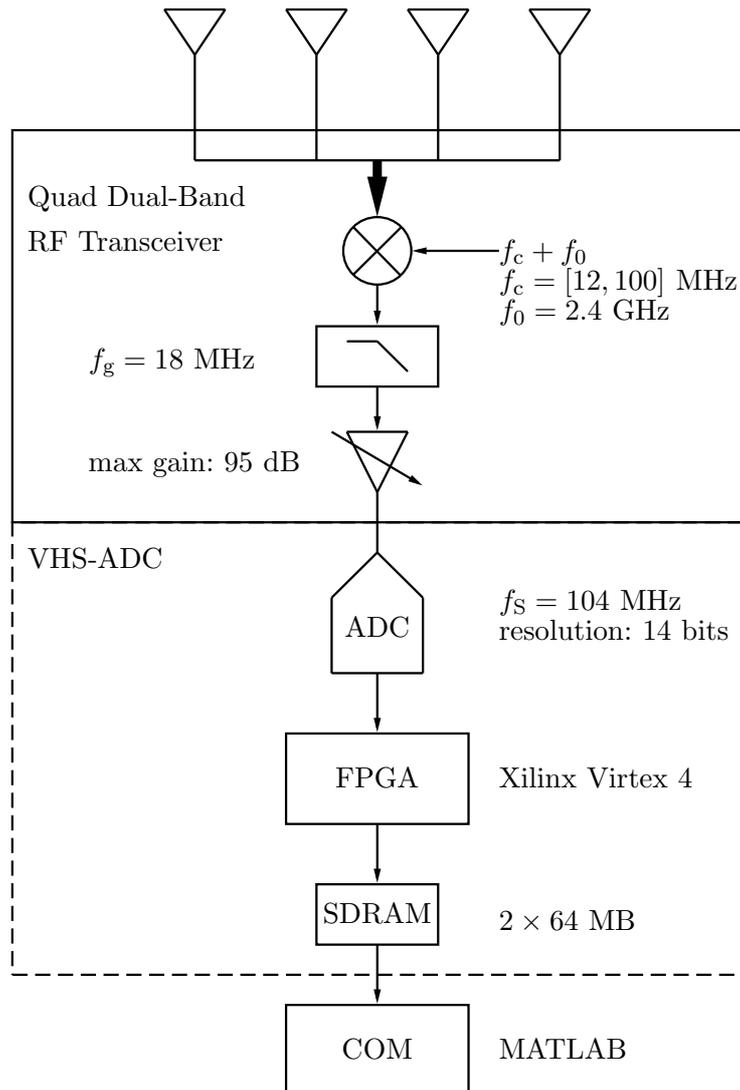


Abbildung 6.2.: Empfängerkette des Lyrtech-Hardware-Demonstrators schematisch dargestellt.

aufgenommen werden, werden in den einzelnen Ketten vom 2.4GHz-ISM-Band ($f_0 = 2.4$ GHz) direkt ins Basisband heruntergemischt, nachdem mit einem Bandpass das ISM-Band gefiltert und verstärkt wurde. Diese Operationen sind nicht eingezeichnet und schematisch mit den nachfolgenden zusammengefasst. Es handelt sich also um einen Direktmischempfänger, bei dem zwischen verschiedenen Trägern im Bereich von $f_c = 12$ bis 100 MHz gewählt werden kann. Im Basisband findet eine Filterung mit einem Tiefpass, bei dem eine Grenzfrequenz von $f_g = 18$ MHz eingestellt wurde, statt, um Aliasing zu reduzieren. WLAN-Signale bis zu einer Bandbreite von 40 MHz können damit empfangen werden. Danach kann das Signal um einen einstellbaren Faktor verstärkt werden, wobei 95 die maximale Verstärkung im Rahmen des VGA (**V**ariable **G**ain **A**djustment) darstellt.

Weiterhin besteht der Demonstrator aus einem VHS-ADC- bzw. VHS-DAC-Board, welches unter dem Transceiver in einer Halterung fixiert ist. Dieses weist 8 ADCs bzw. DACs (**D**igital-**t**o-**A**nalog-**C**onverter) auf, deren Eingänge mit den Ausgängen des Transceivers in Form der In-Phase- und Quadraturanteile verbunden sind, wodurch Real- und Imaginärteil digitalisiert werden bzw. in ein analoges Signal umgewandelt werden können. Betrieben werden diese bei einer Abtastfrequenz von $f_S = 104$ MHz, die weit über der im Basisband erreichbaren liegt und damit als ausreichend eingeschätzt werden kann. Die Auflösung des Wertebereiches beträgt 14 Bit. Mithilfe des sich anschließenden FPGAs (**F**ield **P**rogrammable **G**ate **A**rray), dem Xilinx Virtex 4, können die Daten in Echtzeit verarbeitet werden. Dazu muss die gewünschte Funktion über die Hardwarebeschreibungssprache VHDL ausgedrückt und auf das FPGA programmiert werden. Genutzt wird dieser zum Downsampling, weil nicht die volle Bandbreite der ADC-Daten Informationen enthält: Die Anzahl der Abtastpunkte wird um den Faktor 4 verringert, sodass sich die effektive Abtastrate auf 26 MHz reduziert. Wenn mehrere Bänder gleichzeitig betrachtet werden, ist davor eine weitere Tiefpassfilterung aufgrund der Tatsache vonnöten, dass die Bandbreite auf 26 MHz beschränkt wurde, aber vor dem Downsampling noch ca. 40 MHz verfügbar waren, wodurch sich Aliasing aus den benachbarten Bändern bemerkbar macht. Diese wird digital auf dem FPGA realisiert. Anschließend werden die Daten in ein SDRAM (**S**ynchronous **D**ynamic **R**andom **A**ccess **M**emory) geschrieben, das aus zwei Bänken zu je 64 MB Speicherkapazität besteht und auf das mit einem Computer zugegriffen werden kann. Auf diesem erfolgt innerhalb der Software MatLab das Aufrufen von Funktionen, die diesen Zugriff durchführen, und denen, die einen Austausch zwischen Sender und Empfänger zum Zwecke der Realisierung eines Simulationsablaufes ermöglichen.

Nachdem auf den Empfangsvorgang eingegangen wurde, soll auch kurz die Sendekette erläutert werden, die reziprok funktioniert: Zuerst werden die in MatLab generierten Daten in den SDRAM geladen. In dem FPGA findet ein Upsampling der Daten, die für eine Bandbreite von 26 MHz vorgesehen sind, statt, damit diese durch den DAC in ein analoges Signal umgewandelt werden können. Um Aliasing in benachbarten Bändern zu vermeiden, ist auch hier bei Breitbandabtastung eine Tiefpassfilterung notwendig. Das analoge Signal kann dann um maximal 30 dB verstärkt werden und wird nach Basisbandfilterung auf den vorgesehenen Träger moduliert.

6.1.2. Nichtidealitäten

Der Einfluss der Hardware auf die Spektralschätzung aufgrund von Nichtidealitäten in RF- und Analogkomponenten kann als gering bewertet werden, weil die Spektralleistungsdichte in groben Auflösungen gemessen werden soll. Phasenrauschen, das sich in zufälligen Schwankungen der Phasenlage äußert und dadurch bedingt ist, dass der Oszillator neben der beabsichtigten Frequenz weitere Spektralanteile aufweist, hat deswegen keinen Effekt, da nicht die Phase, sondern nur die Leistung des Signals betrachtet wird. Es kann mit -97 dBc/Hz außerdem als sehr gering bezeichnet werden. Durch einen Trägerfrequenzoffset, welcher wegen Abweichungen der Oszillatorfrequenz oder des Dopplereffektes entsteht, kommt es lediglich zu einer Verschiebung der Spektren im Frequenzbereich. Solange diese mit $f_{\text{off}} \leq \Delta f = 0.5 \cdot f_S/N$ etwas geringer ist als die betrachtete Auflösung, kann diese Nichtidealität ebenfalls vernachlässigt werden. Aus demselben Grund kann auch die Folge eines

Offsets in der Abtastfrequenz als geringfügig angesehen werden. Neben der geringfügig veränderten Maximalfrequenz ändern sich die betrachteten Frequenzen gegenüber den angenommenen minimal. IQ Imbalance stellt insbesondere bei Direktmischempfänger ein Problem dar: In-Phase- und Quadraturanteil werden hier unterschiedlich stark verstärkt und weisen einen Offset in der Phase auf, was zu Inter-Träger-Interferenz (engl. **Inter-Carrier Interference**, ICI) führt. Im Spektrum überlagern sich dadurch jeweils bei zwei Frequenzen symmetrisch um den Träger herum Leistungsdichteanteile. Der Quad Dual-Band RF Transceiver verfügt über eine Kalibrierung dieses Effekts und der Abweichung der Lokalen-Oszillator-Frequenz, weswegen auch diese Auswirkungen minimiert sein sollten. Weiterhin besitzen Leistungsverstärker nichtlineare Eigenschaften, was im Falle von starken Signalpegelschwankungen dazu führt, dass Intermodulationsprodukte entstehen können. Wegen der Filterung vor Einsatz der Verstärker kann der Einfluss aber als gering eingeschätzt werden. Außerdem kann bei der Digitalisierung der Werte eine Nichtidealität genannt werden: Durch die Quantisierung liegen leicht verfälschte Werte vor, die von sogenanntem Quantisierungsrauschen überlagert sind. Die Verstärkungen sollten bei der Spektralschätzung daher so gewählt werden, dass der Dynamikbereich des ADCs vollständig ausgenutzt wird, um Leistungsunterschiede feiner auflösen zu können. Als letzte nicht ideale Komponente sollen Filter genannt werden, die keine ideale Flanke besitzen, sondern endlich abfallen, sodass starke Signale, die sich am Rand des benachbarten Bands befinden, durchaus noch nach der Filterung abgeschwächtes Aliasing herbeiführen können.

6.2. Praktische Simulation

Mit dem Wissen über die verwendete Hardware und deren Einflüsse können nun Simulationen diskutiert werden. Diese wurden analog zu den Standardsimulationen mit den 5 Bändern nach dem WLAN-Belegungsschema durchgeführt. Dabei wurden einzelne Bänder über eine der vier MIMO-Antennen gesendet, damit diese über unabhängige Kanäle zum Empfänger gelangen. Für den Empfang wurde nur eine Antenne verwendet. Sender und Empfänger wurden in einem Raum, in dem sich Tische und Schränke befanden, in einer Entfernung von 8 m aufgestellt und wiesen eine direkte Sichtverbindung zueinander auf. Als Trägerfrequenz wurde $f_c = 2484$ MHz gewählt, weil in diesem für normale Anwendungen verbotenen Band wenige Störungen ausgemacht werden konnten. Ferner wurde für die Messungen die Verstärkung so gewählt, dass der Dynamikbereich der ADCs vollständig genutzt werden konnte und das Rauschen minimal wurde. Die Unterabtastung ist nicht in der Hardware umgesetzt und wurde daher, wie in den Standardsimulationen, über eine Multiplikation mit der Gauß-Zufallsmatrix \mathbf{V} implementiert.

Während in den Standardsimulationen eine Bandbreite von 100 MHz des 2.4GHz-ISM-Bandes angenommen wurde, um Breitbandabtastung zu realisieren, konnte in den praktischen Messungen auf Hardware zurückgegriffen werden, die problemlos eine Abtastrate bzw. Bandbreite von 26 MHz ermöglicht. Dies ist insofern von Relevanz, als dass sich der Kanal hierdurch im Vergleich zu Abschnitt 3.6 verändert. Hier wurde von einem Delay-Spread von bis zu 100 ns ausgegangen, sodass wegen der verringerten Abtastfrequenz Verzögerungen mit 38.5 ns ungefähr um ein Viertel länger sind als 10 ns zuvor und folglich ein Kanal mit maximal 3 Elementen entsteht. Um die praktischen Messungen mit theoretischen vergleichen zu können, wurden auch für einen Kanal mit 3 Elementen Simulationen vorgenommen, wobei die Varianzen dieser komplex normalverteilten Zufallsvariablen, die Rayleigh-Fading realisieren, gleichgesetzt wurden und eine starke Verformung des Spektrums die Folge ist. Zusätzlich wurde die Leistung des Kanals auf 1 normiert, sodass im Mittel keine Verstärkung oder Abschwächung vorliegt.

Die Ergebnisse der simulierten und praktischen Messungen können in Abb. 6.3 eingesehen werden. Aus dem linken Graphen wird ersichtlich, dass die Kantenrekonstruktion (real oracle) mit Orakelschätzung der Anzahl der Kanten in den realen Übertragungen Detektionsraten von ca. $\mathbb{P}_D = 90\%$ bis zu hohen relevanten Kompressionen von $\kappa = 4\%$ bieten kann. In der Simulation (sim oracle) beträgt diese im

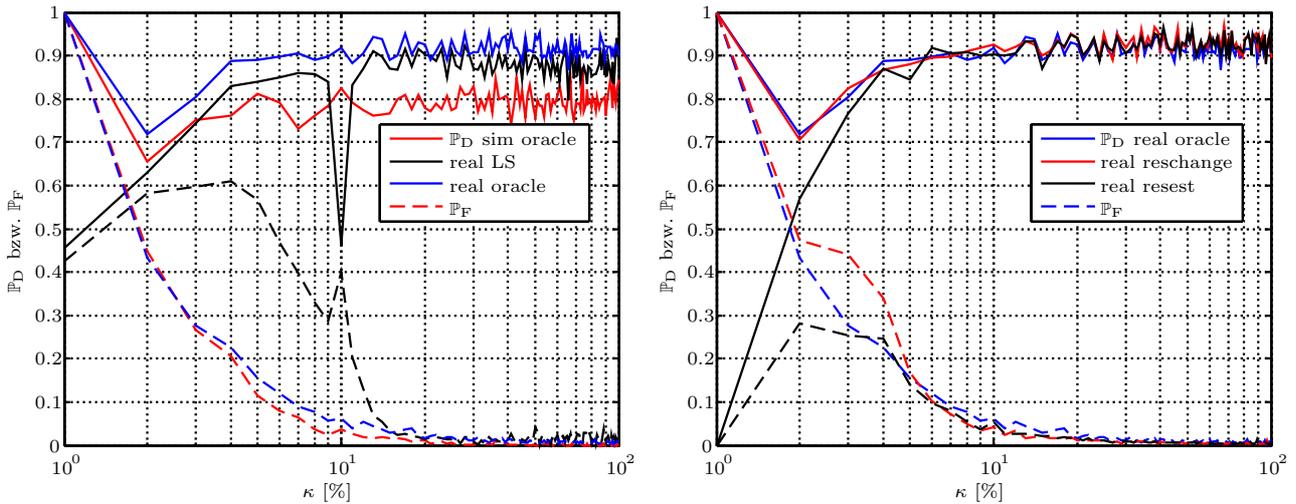


Abbildung 6.3.: Detektions- und Falschalarmraten von CS II mit Orakelschätzung bei realer Übertragung (real oracle) im Vergleich zum LS-Ansatz (LS) und den praktischen Rekonstruktionsverfahren (reschange/reset) sowie der Kanalsimulation (sim oracle) unter Variation der Kompression κ .

Vergleich dazu maximal 80%, wobei der Unterschied in den Falschalarmraten minimal ausfällt. Erklärt werden kann dies damit, dass zwischen Sender und Empfänger eine Sichtverbindung vorliegt. Dadurch resultiert Rice-Fading, während in den Simulation Rayleigh-Fading angenommen wurde. Eine direkte Sichtverbindung begünstigt die zuverlässige Übertragung von Daten und wirkt sich positiv auf die Kanalrealisierungen aus, sodass höhere Detektionsraten gemessen werden können. Führt man sich vor Augen, dass 90% Detektionen erreicht werden, wenn von den 40 belegten Punkten jeweils nur zwei an den Rändern der beiden Bänder nicht erfasst werden, so müssen diese als äußerst hoch beurteilt werden. Die LS-Lösung weist geringfügig kleinere Detektionsraten von 86% und höhere Falschalarmraten von 1% auf, jedoch kann hierbei maximal nur eine Kompression von 15% erreicht werden. Die Approximation des Spektrums mithilfe von Rechteckformen erweist sich damit wie bereits in Abschnitt 3.6 als gültig und vorteilhaft zur Detektion und Kompression. Die praktischen Kantenrekonstruktionsverfahren, deren Raten im rechten Graphen dargestellt sind, stehen in der Leistung der der Orakelschätzung in nichts nach und können dieselben hohen Detektionsraten gewährleisten. Es können bei hohen Kompressionen zwischen $\kappa = 6\%$ und 20% sogar weniger Falschalarme erreicht werden. Dabei kann zwischen der Wahl der direkten Schätzung des Residuums (reset) und der Änderung des Residuums (reschange) als Abbruchkriterium kein Unterschied festgestellt werden. Beide ermöglichen nämlich eine adaptive Anpassung an den Spektralverlauf. Die minimale Änderung im Algorithmus reschange wurde auf $\eta_{\text{reschange}} = 0.5\%$ des Anfangswertes festgelegt, während reset mit einem Faktor von 2 einen Bereich bis zum Doppelten des Quadrates des Residuums abdeckt.

Damit hat sich gezeigt, dass die theoretischen Modelle das Verhalten der Kanäle in der Realität sehr gut beschreiben, da die Ergebnisse für jegliche Kompressionen in beiden Fällen nicht stark voneinander abweichen und dies sogar mit einer direkten Sichtverbindung erklärt werden kann. Auch eine gleiche Gewichtung der Kanalelemente, wie diese in der Simulation angenommen wurde, erscheint nicht realistisch und bildet den Worst-Case ab. Eine Nutzung der Spektralschätzung in der Realität erscheint daher sehr realistisch, insbesondere vor dem Hintergrund der ausgezeichneten Ergebnisse der praktischen Abbruchkriterien. Die Auswirkungen der Nichtidealitäten der Hardware können weiterhin als gering betrachtet werden.

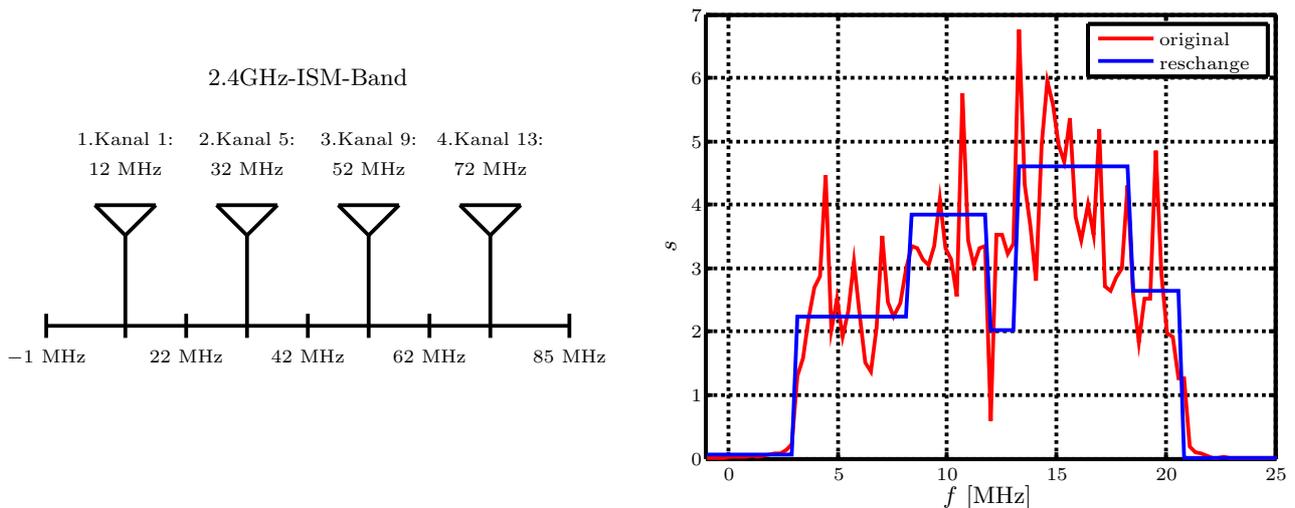


Abbildung 6.4.: Links Darstellung der abgetasteten Bandbreitebereiche in der Demonstration und rechts WLAN-Spektrum nach 802.11n-Standard im ersten Band im Vergleich zur Kantenrekonstruktion (reschange) mit Kompression $\kappa = 15\%$.

6.3. Demonstration: Wideband Sensing

In den praktischen Simulationen konnte wegen den Hardwarebeschränkungen eine im Vergleich zum gesamten 2.4GHz-ISM-Band geringe Bandbreite von 26 MHz genutzt werden. Außerdem wurden keine realen Signale betrachtet. Um das volle Potential des in dieser Arbeit betrachteten Ansatzes zu erfassen, wurde deswegen eine Demonstration entworfen, in der eine Breitbandabtastung realisiert ist und Übertragungen im ISM-Band detektiert werden können. Hierfür müssen die 4 einzelnen Transceiver des MIMO-Systems zusammenschaltet werden, was auf den zweiten populären Ansatz zur Erfassung einer hohen Bandbreite, die Filterbank, führt [SNWC13]. Mithilfe der einzelnen Filterbänke werden bei jedem an den Antennen empfangenen Signal verschiedene Bandbreitebereiche des ISM-Bandes ins Basisband verschoben und tiefpassgefiltert, wonach eine Abtastung mit dem ADC und ein Downsampling auf 26 MHz stattfindet. Die Trägerfrequenzen und betrachteten Bereiche können in Abb. 6.4 links eingesehen werden. Diese wurden so gewählt, dass der gesamte erlaubte Bereich des ISM-Bandes von 0 - 84 MHz abgedeckt wird.

Dadurch wird das Konzept der Filterbank schon heute in Geräten mit MIMO-Transceivern, wie Laptops und Smartphones nutzbar, ohne dass mit besonderer Hardware nachgerüstet werden muss. Hierbei kann die höhere Anzahl an Antennen auch zur Verbesserung der Qualität der Spektralschätzung, wenn z.B. Unsicherheit über die Belegung in einem Band vorliegt, eingesetzt werden, weil sich der Kanaleinfluss nach Abschnitt 3.6 bei Einsatz mehrerer Antennen herausmittelt. Liegen weniger Antennen als Bänder vor, muss die Abtastung jedoch nacheinander erfolgen, was die Dauer der Spektralschätzung um den Faktor des Verhältnisses vergrößert.

6.3.1. Implementierung

Damit es nicht zu Aliasing mit benachbarten Bändern kommt, muss auf dem Lyrtech-Hardware-Demonstrator vor dem Downsampling noch eine Filterung auf dem FPGA erfolgen. Diese wurde mit einem Tschebyschow-FIR-Filter (**F**inite **I**mpulse **R**esponse **F**ilter) der Ordnung 35, der nach dem Parks-McClellan-Algorithmus in der direkten Form designet wurde, digital auf dem FPGA realisiert. Unter der Vorgabe der normierten Kreisfrequenzen des Passbandes bzw. Stopbandes von 0 bis 0.2 und von 0.25 bis 1 ergibt sich eine Grenzfrequenz von $f_g = 11.12$ MHz, die ausreichend ist für eine

Bandbreite von 22.24 MHz. Die Toleranz im Passband beträgt ± 0.75 dB, was einer Abweichung von $\pm 20\%$ der Größe des eigentlichen Wertes entspricht, während im Stopband minimal um 21 dB gedämpft wird. Dadurch wird das Spektrum etwas verformt, jedoch ist dies aufgrund des Kanaleinflusses ohnehin der Fall.

Wegen der Überlappung der einzelnen Bänder um 6 MHz, erweist sich die Grenzfrequenz als geeignet: So kann z.B. Kanal 1 mit der effektiven Abtastfrequenz von 26 MHz einen Bereich bis 25 MHz erfassen, während sich die untere Bereichsgrenze von Kanal 5 bei 19 MHz befindet. Diese Überlappung wird eliminiert, indem den beiden Kanälen ein Bereich bis 22 MHz zugeordnet und folglich bei beiden jeweils ein Abschnitt von 3 MHz entfernt wird (siehe links in Abb. 6.4). Die Grenzfrequenz $f_g = 11.12$ MHz liegt damit knapp außerhalb der maximalen Frequenz von 10 MHz, sodass effektiv eine Bandbreite von 1 – 83 MHz wahrgenommen werden kann.

Eine Emulation der Breitbandabtastung wird bei der Prozessierung der Empfangsdaten \mathbf{x}_i der Empfängerketten vorgenommen, indem bei einer gewählten Auflösung N der einzelnen Bänder i zu einem gegebenen Zeitpunkt aus diesen ein künstliches Signal \mathbf{x} mit der vollen Bandbreite erzeugt wird. Die Daten \mathbf{x}_i sind gemäß der Nummerierung der Antennen aus Abb. 6.4 zugeordnet. Für die Emulation wird in den Amplitudenspektren zunächst eine Permutation \mathbf{P}_π von Anfangs- und Endteil vorgenommen, da in der Realität eine Verschiebung der Signale ins Basisband symmetrisch um $f = 0$ erfolgt und negative Frequenzanteile periodisch nach den positiven erscheinen, und dann der Überlappungsbereich der Länge N_0 mit den Selektionsmatrizen \mathbf{V}_i herausgerechnet:

$$\mathbf{c} = \left[(\mathbf{V}_1 \mathbf{P}_\pi \mathbf{F} \mathbf{x}_1)^T, (\mathbf{V}_2 \mathbf{P}_\pi \mathbf{F} \mathbf{x}_2)^T, (\mathbf{V}_3 \mathbf{P}_\pi \mathbf{F} \mathbf{x}_3)^T, (\mathbf{V}_4 \mathbf{P}_\pi \mathbf{F} \mathbf{x}_4)^T \right]^T \quad (6.1)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_\pi &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N/2} & \mathbf{I}_{N/2} \\ \mathbf{I}_{N/2} & \mathbf{0}_{N/2} \end{bmatrix} \\ \mathbf{V}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N-N_0} & \mathbf{0}_{(N-N_0) \times N_0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_3 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(N-2N_0) \times N_0} & \mathbf{I}_{N-2N_0} & \mathbf{0}_{(N-2N_0) \times N_0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{V}_4 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(N-N_0) \times N_0} & \mathbf{I}_{N-N_0} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Problematisch ist die Tatsache, dass die überlappende Bandbreite von 3 MHz nicht bei jeder Auflösung in ganzen N_0 Punkten dargestellt werden kann, weswegen auf eine ganze Zahl gerundet werden muss:

$$N_0 = \left\lfloor \frac{3}{26} N + 0.5 \right\rfloor \quad (6.2)$$

Die Überlappungen werden also derart herausgerechnet, dass Abschnitte zwischen zwei Bändern einerseits nicht größer als der doppelte Normalabstand sein dürfen, andererseits beliebig klein werden können. Dadurch ist der Übergang zwischen zwei Bändern nicht äquidistant, sodass eine weitere Nichtidealität resultiert, deren Bedeutung aber als gering eingeschätzt werden kann, weil die Form des Spektralverlaufes zum Zwecke der Rekonstruktion nicht stark beeinflusst wird. Bei der Auftragung der Achsen findet dieser Sachverhalt zudem Beachtung.

6.3.2. Beispielhafte Messungen

Nachdem die Breitbanddaten mit der Gesamtauflösung von N_1 , die wegen der 6 überlappenden Bereiche der Länge N_0 von $4N$ auf $N_1 = 4N - 6N_0$ verringert ist, pro Zeiteinheit $\Delta t = NT_A$ generiert wurden, können die unterabgetasteten Autokorrelationsmatrizen mit Q wiederholten Messungen gebildet werden und die nachfolgenden Verarbeitungsschritte im Rahmen der Rekonstruktion und Detektion erfolgen. In der Demo wurde die Auflösung eines Bandes zu $N = 100$ gewählt, was auf $N_1 = 328$ Spektralpunkte führt, und die Anzahl der Messungen zu $Q = 100$ festgelegt. Daraus resultiert eine Dauer

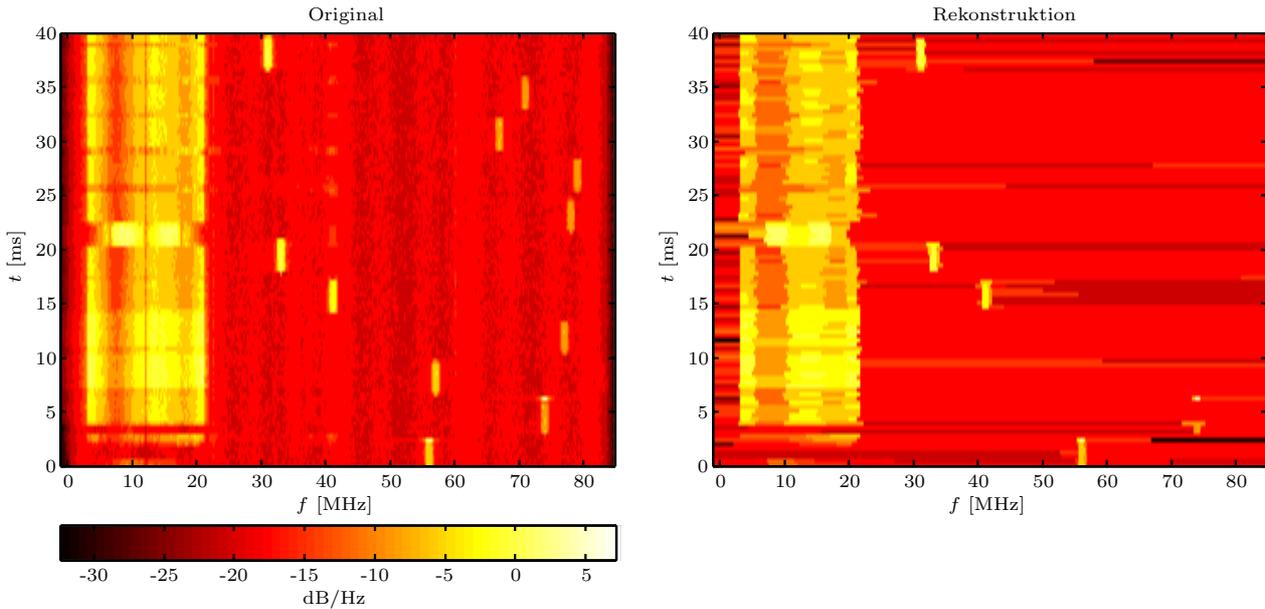


Abbildung 6.5.: Spektrogramme des 2.4GHz-ISM-Bandes, die mit der Wideband-Sensing-Demonstration erstellt wurden. Original und Kantenrekonstruktion bei Unterabtastung mit Kompression $\kappa = 15\%$ im Vergleich.

von $\Delta t = QNT_A = 0.3846$ ms für die Ermittlung der Daten zur Spektralschätzung. Rechts in Abb. 6.4 ist das aufgenommene Spektrum eines WLAN-Signals nach dem 802.11n-Standard auf Kanal 1 mithilfe der Wideband-Sensing-Demonstration illustriert, wobei auf die Darstellung des gesamten Bereiches wegen fehlender Information verzichtet und sich auf den Bereich der ersten Empfängerkette beschränkt wurde. Das Original, das über die Approximation des Erwartungswertes in Gleichung (2.11) über den Mittelwert bestimmt wurde, ist dem Ergebnis der Kantenrekonstruktion bei einer Kompression von $\kappa = 15\%$ gegenübergestellt. Als praktisches Abbruchkriterium wurde eine Änderung des Residuums um $\eta_{\text{reschange}} = 0.1\%$ relativ zum Anfangsresiduum gewählt (reschange).

Es wird ersichtlich, dass die Kantenrekonstruktion den Verlauf des WLAN-Spektrums sehr gut wiedergeben kann. Zum einen stimmen die Kanten mit denen des Originals überein und führen mit $B = 17.42 \approx 17.5$ MHz auf eine belegte Bandbreite eines Signals nach n-Standard, zum anderen werden die unterschiedlichen Stärken der Träger, die durch Tiefpassfilter und Kanal bedingt sind, nachgebildet, sodass sogar der Nullträger bei der Trägerfrequenz von 12 MHz sichtbar wird. Trotz des Vorliegens eines Schutzintervalles, das eine Verschmälerung der einzelnen Unterträger verursacht, sodass deren Form deutlicher zu Tage tritt, ist die Approximation durch Rechteckformen weiterhin gültig und gelingt. Da diese zum Zwecke der Detektion vollkommen ausreicht, zeigt sich, dass die Kantenrekonstruktion zur Reduzierung der Abtastrate auch in der Praxis problemlos anwendbar ist.

Es kann auch der zeitliche Verlauf des Spektrums des 2.4GHz-ISM-Bandes dargestellt werden, wofür Spektrogramme (auch Wasserfalldiagramm) verwendet werden. Hier werden die einzelnen ermittelten Spektren übereinander aufgetragen und die Trägerstärken mithilfe von Farben und Helligkeitsunterschieden gekennzeichnet, sodass sich eine zweidimensionale Darstellungsform ergibt. Ein Beispiel kann in Abb. 6.5 in logarithmischer Skalierung eingesehen werden, bei dem für die Erzeugung des Spektrums ein großer Download auf einem Laptop und eine Bluetooth-Übertragung von Smartphone zu Laptop initiiert wurde.

Im linken Wasserfalldiagramm ist das originale Spektrum des ISM-Bandes zu sehen, in dem Kanal 1 ab $t = 2.5$ ms von WLAN-Signalen belegt wird. Es hebt sich nämlich gut vom Rauschteppich ab, dessen Trägerstärke mit ca. -20 dB nahezu gleichförmig über Frequenz und Zeit ist und auf eine rote Färbung führt. Darauf, dass es sich um WLAN-Signale handelt, deutet die zeitliche Kontinuität

und die hohe Bandbreite von $B = 17.5$ MHz hin, welche für ein WLAN-Signal nach dem 802.11n-Standard charakteristisch ist. Unterbrochen werden die sich abzeichnenden Pakete anscheinend von kurzen Acknowledge-and-Request-Phasen des Empfängers, welcher in den Lücken als schwächeres Signal sichtbar wird, aber bei dieser Zeitauflösung nahezu vernachlässigt werden kann. Es erweist sich also mit der langen Signaldauer nicht nur das 2D - Power Spectrum Sensing - Modell aus Kapitel 4 als realistisch, sondern auch Mustererkennung kann anhand von Zeit und Frequenzmaßen vorgenommen werden. So dürfte mit dem a-priori-Wissen in den kurzen Pausen, selbst wenn der Empfänger nicht sichtbar wäre, keine Übertragung stattfinden bis die Standardzeit der Übertragung vorübergegangen ist. Selbst die Form des Spektrums lässt sich zur Mustererkennung heranziehen: Der Nullträger lässt sich wegen der niedrigen Trägerhöhe leicht erkennen und zieht sich als Strich bei der Trägerfrequenz $f_c = 12$ MHz durch die WLAN-Übertragung, was zur Erkennung des Kanals 1 genutzt werden kann. Erschwert wird die Erkennung von Merkmalen durch Nichtidealitäten in der Hardware oder durch Abschwächungen durch den Kanal. Bei einer Frequenz von $f = 7$ MHz weist die Übertragung nach dem n-Standard vermutlich wegen letzterem Grund eine signifikante Abschwächung auf.

Auffällig ist, dass ein Signal mit einer geringeren Bandbreite von $B = 15$ MHz die Übertragung des Downloads zum Zeitpunkt von $t = 20$ ms unterbricht. Hierbei kann es sich nur um ein WLAN-Signal nach dem 802.11b-Standard von einer unbekanntenen Quelle handeln, dessen Bandbreite von $B = 22$ MHz durch eine notwendige SRRC-Filterung in der Praxis verringert wird. Darauf deutet auch der langsame Anstieg der PSD am Anfang hin, der zur Mitte immer steiler wird und auf eine rundliche Form führt. Im Gegensatz zu den OFDM-Signalen sind die Kanten nicht klar erkennbar, wogegen der Träger in der Praxis ebenfalls zu Null gesetzt wird. Dies geschieht, weil DC-Offsets in der Hardware schwierig herausgerechnet werden können und dann z.B. der Arbeitspunkt von Transistoren identisch bleibt. Eine ideale halbrunde Form liegt also nicht vor; auf der anderen Seite kann dieses Merkmal zur Erkennung des Trägers genutzt werden.

In den anderen Kanälen des ISM-Bandes fallen schmalbandige Signale ins Auge, die zudem zeitlich begrenzt an unterschiedlichen Trägern erscheinen. Die fast äquivalenten Trägerstärken und die Tatsache, dass zu jedem Zeitpunkt Träger vorliegen, weisen darauf hin, dass es sich um ein und dasselbe Signal und zwar die initiierte Bluetooth-Übertragung handelt. Die Signale springen gemäß des Bluetooth-Belegungsschemas nämlich zufällig zwischen ganzzahligen Frequenzen im Bereich von $[2, 80]$ MHz und belegen dabei eine Bandbreite von ungefähr $B = 1$ MHz. Die Dauer zur Übertragung eines Pakets beträgt $T_P = 625 \mu s$, wobei 1,3 oder 5 Pakete hintereinander gesendet werden können. In diesem Fall werden 5 Pakete in einem Stück übertragen, weil die Signale ungefähr 3.125 ms lang sind. Die Möglichkeiten zur Mustererkennung werden erneut eindrucksvoll unter Beweis gestellt.

Zuletzt sei darauf hingewiesen, dass die nicht ideale Erfassung von Anfang und Ende einer Übertragung in der diskreten Zeit nur geringen Einfluss auf die Qualität der Spektralschätzung ausübt, wenn diese Möglichkeiten ausgenutzt werden. Anfang und Ende der Übertragungen sowie die Form der Spektren können deutlich erkannt werden.

Im rechten Spektrogramm aus Abb. 6.5 kann die Rekonstruktion mithilfe der direkten Kantenrekonstruktion eingesehen werden. Der Verlauf und die Trägerhöhe der WLAN-Signale wird sehr gut wiedergegeben und ermöglicht selbst bei einer Kompression von $\kappa = 15\%$ eine Detektion. Sogar das Detail der Abschwächung durch den Kanal und die Unterbrechung durch das Signal nach dem b-Standard sind erkennbar. Zwar ist der Nullträger nicht mehr erkennbar, aber über die scharfe Lokalisation der Kanten und die daraus bestimmbare Bandbreite kann dieser einfach berechnet werden. Die Bluetooth-Signale dagegen können nicht vollständig rekonstruiert werden. Nur noch die stärksten, deren Trägerstärke sich in der Größenordnung von der der WLAN-Spektren befindet, können detektiert werden. Bei höheren Frequenzen sind die Signale schwächer, was in Verbindung mit dem verringerten Dynamikbereich, der durch die hohe Kompression zustande kommt, bedeutet, dass eine Rekonstruktion im Gegensatz zum Fall mit allen Abtastwerten nicht mehr möglich ist. Die Abschwächung kann wegen des festen Ortes nur mit der Hardware, die eine Variation von höchstens 3 dB im gesamten Frequenzbereich garantiert,

und Kanaleinflüssen begründet werden.

An dieser Stelle stellt sich wieder heraus, dass Cooperative Sensing hervorragend dafür geeignet ist, die Verringerung des DNR durch Anwendung einer Kompression sowie jegliche Kanaleinflüsse und Abschattungseffekte auszugleichen. Aus letzterem schwerwiegendem Grund ist ohnehin ein Einsatz erforderlich, weswegen die mögliche Erhöhung der Kompression zur Vergrößerung der betrachteten Bandbreite als angenehmer Nebeneffekt angesehen werden kann.

Abschließend kann die Aussage getroffen werden, dass der erfolgreiche Einsatz der Kantenrekonstruktion bei realen Signalen durch die Implementierung der Wideband-Sensing-Demonstration und das konkrete Beispiel des ISM-Bandes eindrucksvoll unter Beweis gestellt wurde und in der Praxis realisiert werden kann. Hierbei wurden auch die Möglichkeiten zur Mustererkennung und zum Einbringen von a-priori-Wissen deutlich, die eine Erhöhung der Detektionsraten und des Datendurchsatzes ermöglichen.

Kapitel 7.

Fazit

In dieser Arbeit sollten die theoretischen Grundlagen der Spektralschätzung aus der Vorarbeit vertieft werden, um herauszufinden, ob das beschriebene Vorgehen in der Realität von CR-Systemen unter verschärften Anforderungen anwendbar ist und verbessert werden kann.

Zunächst wurden die theoretischen Grundlagen des Power Spectrum Sensing und der Kantenrekonstruktion (siehe Kapitel 2) wiederholt, auf denen sämtliche Betrachtungen dieser Arbeit beruhen. An die Rekonstruktion der PSD schließt sich eine simple Mustererkennung mit WED und ED an, die es erlaubt Übertragungen im Spektrum zu detektieren und angesichts der Anwendung von CS modifiziert werden musste.

In Kapitel 3 wurden verschiedene Erweiterungen der Grundlagen vorgenommen. Zuerst wurden die Ergebnisse aus der Vorarbeit wegen Nicht-Übereinstimmung mit dem theoretisch vorhergesagten Verhalten überprüft. Hierbei zeigte sich, dass die direkte Kantenrekonstruktion, welche in der Form der Vorarbeit eine neue Realisierung darstellt, unter veränderten Rahmenbedingungen im WLAN-Belegungsschema der Standardsimulation tatsächlich die beste Rekonstruktionsqualität unter sehr hohen Kompressionen bis $\kappa \approx 5\%$ im Vergleich zum direkten CS- und LS-Ansatz bieten kann. Als Hauptgründe für die schlechte Performance zuvor kann eine numerische Instabilität aufgrund der Verwendung der Glättungsoperation des WEDs und eine zu hohen Anzahl an Iterationen des OMP genannt werden. Es wurde die deutliche Überlegenheit gegenüber dem Standard-CS-Ansatz, der direkt auf das Spektrum angewendet wird, und dem LS-Ansatz deutlich. Eine höhere mögliche Kompression sowie eine geringere Anzahl an benötigten Iterationen angesichts der geringeren Belegung des Kantenspektrums zeigen einerseits, dass eine höhere Bandbreite abgetastet werden kann, und andererseits, dass die Berechnungsdauer drastisch gesenkt werden kann. Weiterhin wurde deutlich, dass Rekonstruktionsgarantien im Rahmen von CS pessimistische Aussagen für den Anwendungsfall liefern und nicht zur Einstellung von Schwellwerten von WED oder ED verwendet werden sollten. Die hierbei augenscheinlich gewordene schlechte Kohärenz der Abtastmatrizen des Kantenspektrums deutete auf den Umstand hin, dass eine Analyse der Kantenrekonstruktion im Rahmen des relativ jungen Konzepts der Cosparsity erfolgen muss und daher kein Standard-CS-Fall vorliegt. Da sich das Rauschen bei Rekonstruktion der PSD aufgrund der Erfassung der Autokorrelationsmatrizen grundlegend vom in der Signalverarbeitung üblichen unterscheidet, wurden ausführlich die Unterschiede aufgezeigt und es wurde der Schätzfehler hergeleitet. In Simulationen zeigte sich, dass der Erwartungswert des Schätzfehlers auch ohne die gemachte Annahme von AWGN näherungsweise bestimmt werden kann, um mit der Gesamtleistung das Residuum eingrenzen zu können. Dieses ist notwendig, um in der Praxis ein Abbruchkriterium für den OMP definieren zu können, und führt auf das erste praktische Rekonstruktionsverfahren (resest), das in dieser Arbeit vorgeschlagen wird. Das zweite bedient sich der Änderung des Residuums (reschange), um Iterationen, die nur noch Rauschen hinzufügen würden, zu unterbinden. Beide Verfahren konnten in den Standardsimulationen eine Performance erkennen lassen, die nahe der der Orakelschätzung liegt und damit als eindrucksvoll bezeichnet werden kann. Ein wichtige Untersuchung dieser Arbeit stellt die Anwendbarkeit der Kantenrekonstruktion auf reale Signale dar: Aus diesem Grunde wurde das Signalmodell der Vorarbeit mithilfe des 2.4GHz-ISM-Bandes überprüft und es wurden Simulationen mit den hier häufig vorkommenden WLAN- und Bluetooth-Signalen vorgenommen. Es zeigte sich nicht nur, dass die hohen Detektions- und Falscha-

larmraten der Standardsimulationen auch im Fall von WLAN-Signalen gewährleistet werden können und hohe Kompressionen bis $\kappa = 15\%$ mit nahezu perfekten Raten möglich sind, sondern auch, dass die schmalbandigen Bluetooth-Signale eine höhere Empfindlichkeit der Rekonstruktionsverfahren und damit niedrigere Kompressionen erforderlich machen. Eine hierfür notwendige adaptive Anpassung an den Spektralverlauf konnte durch Einsatz der praktischen Verfahren erreicht werden. Außerdem wurden aufgrund der charakteristischen Spektralverläufe und belegten Bandbreiten die Möglichkeiten zur Mustererkennung deutlich, die für eine Erhöhung des Datendurchsatzes genutzt werden kann. Der Übertragungskanal stellt einen Aspekt dar, der bei drahtlosen Übertragungen durch die Luft nicht vernachlässigt werden kann, weswegen detailliert auf dessen Einfluss eingegangen und eine Herleitung im Rahmen des Standardmodells dieser Arbeit vorgenommen wurde. Selective Fading stellte sich als großes Problem heraus, da es Spektralanteile stark abschwächen kann und den Spektralverlauf verformt, sodass die Annahme von stückweise-konstanten Spektren, die eindeutige Kanten aufweisen, ungültig wird. In Simulationen konnte der negative Einfluss bestätigt werden, der eine vollständige Detektion aller Spektralpunkte verhindert, wobei augenscheinlich wurde, dass die Detektionsraten beinahe unabhängig von der Kompression sind und somit die Rechteckapproximation der Kantenrekonstruktion selbst mit Kanal als valide angesehen werden kann. Als positiver Kanaleffekt konnte Fast Fading herausgestellt werden, welches wegen der räumlichen Diversität die Spektralschätzung verbessert und auf die neue Idee des MIMO - Spectrum Sensing führt: Ein Signal, das über mehrere Antennen gesendet und empfangen wird, gelangt über unterschiedliche Kanäle zum Empfänger, deren Einflüsse sich im Mittel aufheben, wodurch wieder volle Detektionsraten erreicht werden könnten.

Eine Erweiterung in der Dimension Zeit erfolgte in Kapitel 4. Hier wurde der begrenzten Stationarität von Signalen in der Praxis Rechnung getragen, indem das Standardmodell dieser Arbeit um zyklstationäre Signale erweitert wurde. Dabei stellte sich heraus, dass der Aufwand zur Bestimmung der zyklstationären Merkmale bei Breitbandabtastung viel zu groß ist, um eine Verbesserung der Detektionsqualität zu rechtfertigen. Einerseits muss nämlich die Anzahl der Abtastpunkte stark erhöht werden, damit diese überhaupt aufgelöst werden können, und andererseits müssen spektrale Korrelationen und somit viel mehr Unbekannte bestimmt werden. Zudem wird ein großer Vorteil der Cyclostationary Feature Detection im Vergleich zum Energy Detector aufgrund der Tatsache, dass die Kantenrekonstruktion das Problem des hohen Rauschgleichanteils bei niedrigem SNR löst, angezweifelt. Bei groben Auflösungen, die bei Breitbandabtastungen normalerweise gewählt werden, kann das bisherige Modell weiterhin als gültig angenommen und somit eine schnelle Spektralschätzung realisiert werden. Ferner konnte die dünne Besetzung von Kanten in der Zeitdimension, die aus der stückweise-konstanten Stationarität von Übertragungen hervorgeht, genutzt werden, um den neuartigen Ansatz des 2D - Power Spectrum Sensing mithilfe der 2D-Total-Variation-Norm in Frequenz und Zeit zu begründen und eine nochmalige Absenkung der Abtastrate zu erwirken. Simulationen enthüllten die Überlegenheit des Verfahrens gegenüber dem eindimensionalen Ansatz der Kantenrekonstruktion, welche jedoch wegen der längeren Abtastzeit mit einem höheren Delay bis zur Entscheidungsfindung verbunden ist. Auch Grundgedanken bezüglich der dynamischen Änderungen im Spektrum und der Effizienz des Datendurchsatzes wurden geäußert, die eine Anwendung von Power Spectrum Sensing realistisch erscheinen lassen.

Die Probleme des Einsatzes von CR mit Hinblick auf die Dimension Raum wurden in Kapitel 5 dargelegt und mündeten in einem umfangreichen und realistischen Übertragungsmodell, welches die Erfordernis von Cooperative Sensing vor allem vor dem Hintergrund von Log-normal Shadow Fading aufzeigt. Dieses wurde genutzt, um neue Ansätze im Rahmen von Cooperative Sensing zu testen, die die Ergebnisse von [Tia08] auf die PSD übertragen: Die kollaborative Spektrumsdetektion, bei der lediglich Information über die Belegung zwischen kooperierenden Nutzern ausgetauscht wird, erwies sich gegenüber der koll. Spektralrekonstruktion in theoretischer und praktischer Hinsicht wegen deren Einfachheit als überlegen. Schon eine relativ geringe Anzahl an CRs genügt bei geringer Belegung des Spektrums, um perfekte Detektionsraten auch unter schlechten Bedingungen zu gewährleisten. Die Möglichkeit zur Erhöhung der Kompression aufgrund der Tatsache, dass der geringe DNR eines Nutzers ausgeglichen werden kann, kann hierbei als positiver Nebeneffekt genutzt werden und unterstreicht

das Anwendungspotential von Wideband Sensing. Die neue Idee einer koll. Kantendetektion kann zwar noch bessere Detektionsqualität bieten; die geringe Verbesserung kann den Einsatz einer zweiten Kommunikationsrunde, die die Dauer der Spektralschätzung weiter erhöht, jedoch nicht rechtfertigen. Da Cooperative Sensing Kommunikationskanäle und -protokolle verwirklicht und der Ansatz einer Breitbandabtastung verfolgt wird, wurde der Einsatz einer Lokalisation und Schätzung der Sendeleistungen der Primärnutzer zur Verbesserung der Falschalarmsraten im Raum und zur Berücksichtigung des Hidden-Terminal-Problems vorgeschlagen, die auf den über die simple Mustererkennung erfassten unabhängigen Signalpegeln basiert. Ausführlich wurden mehrere Lokalisationsalgorithmen in Simulationen getestet, wobei deutlich wurde, dass erst bei einer hohen Anzahl von CR-Nutzern die Genauigkeit in Position und Sendeleistung für Anwendungen in der Realität aufgrund von Log-normal Shadow Fading ausreichend ist. Ein erstmaliger kombinierter Einsatz von Cooperative Sensing und Lokalisation ließ erkennen, dass die Verringerung der Qualität der Spektralrekonstruktion durch hohe Kompressionen kein Problem für die robusten Algorithmen darstellt.

Zuletzt wurde in Kapitel 6 auf die reale Implementierung der Spektralschätzung im 2.4GHz-ISM-Band eingegangen, die im Rahmen dieser Arbeit mithilfe des Lyrtech-Hardware-Demonstrators verwirklicht wurde. In praktischen Simulationen wurde deutlich, dass die betrachteten Modelle das Verhalten in der Realität sehr gut wiedergeben und sich auch hier ein negativer Kanaleinfluss in Form von Selective Fading bemerkbar macht. Mithilfe der erstellten Demonstration Wideband Sensing, die wegen der geringen erreichbaren effektiven Abtastfrequenz über ein Zusammenschalten paralleler Empfangsketten emuliert wurde, konnten auch Spektren von realen WLAN- und Bluetooth-Signalen erfasst werden. Es stellte sich heraus, dass auch unter realen Hardware- und Kanaleinflüssen ein Einsatz der direkten Kantenrekonstruktion auf reale Signale selbst unter hohen Kompressionen möglich ist und, wie sich bereits in den Betrachtungen zuvor abgezeichnet hat, sich damit die Rechteckapproximation von Spektren, die zum Zwecke der Detektion vollkommen ausreichend ist, als gültig erweist. Die Kantenrekonstruktion besitzt zudem eine geringe Komplexität und ist sehr schnell, weswegen ein Einsatz in CR-Systemen als sehr realistisch eingeschätzt werden kann.

Zukünftige Arbeiten sollten sich mit der praktischen Realisierung beschäftigen, um eine Vielzahl von weiteren Fragen, die sich in dieser Arbeit aufgetan haben, beantworten zu können, wobei noch offene theoretische Aspekte bezüglich der Kantenrekonstruktion vorliegen. Auch die Ideen, welche in dieser Arbeit geäußert wurden, können weiterverfolgt werden: Als vielversprechende Ansätze zur weiteren Verbesserung der CR-Systeme können z.B. Mustererkennung und MIMO - Spectrum Sensing eingeschätzt werden.

Ergebnisse

Die Hauptergebnisse dieser Arbeit lassen sich folgendermaßen charakterisieren:

- Beweis erbracht, dass die Kantenrekonstruktion (CS II) im Vergleich zu den anderen betrachteten Methoden die beste Rekonstruktions- und Detektionsqualität unter hohen Kompressionen bietet und eine kürzere Rechendauer aufweist
- Beweis der Anwendbarkeit von CS II auf reale Signale am Beispiel des 2.4GHz-ISM-Bandes
- Einfluss des Übertragungskanals auf Spektralschätzung hergeleitet und untersucht
- Cyclostationary Feature Detection erfordert zu hohe Auflösungen und zu hohen Berechnungsaufwand
- 2D - Power Spectrum Sensing begründet und hergeleitet: ermöglicht höhere Kompressionen als im 1D-Fall
- Cooperative Sensing im Rahmen eines realistischen Übertragungsmodells an PSD erprobt: einfache koll. Spektrumsdetektion liefert beste Performance bei schon relativ geringen Nutzerzahlen

-
- Lokalisierung und Schätzung der Sendeleistungen der Primärnutzer wird erst bei einer hohen Anzahl an Nutzern ausreichend genau
 - Beweis der Anwendbarkeit der Kantenrekonstruktion auf reale Signale unter realen Übertragungsbedingungen im Rahmen einer Hardware-Demo

Anhang A.

Simulationseinstellungen

Der Simulationsablauf und die Simulationseinstellungen, mit denen die Leistungsfähigkeit des Spektralschätzers unter unterschiedlichen Bedingungen erfasst werden soll, wird an dieser Stelle beschrieben. Dieser unterscheidet sich geringfügig von dem der Vorarbeit [Bec16].

A.1. Eingehende Daten und Testspektrum

In Abschnitt 2.1 wurden zur Rekonstruktion der Spektralleistungsdichte Signale angenommen, die weiß und stationär im weiteren Sinne sind. Deswegen wird als Signal \mathbf{x} in der Simulation standardmäßig weißes Rauschen verwendet, das mit einem idealen Tiefpass gefiltert und auf den Träger moduliert wird. Dadurch resultiert ein Testspektrum, das belegte und leere Bänder mit Grenzen $\{f_i\}_{i=0}^U$ aufweist und hiermit gekennzeichnet ist. Weil diese Annahmen nur näherungsweise gültig sind, erfolgt in dieser Arbeit auch eine Analyse der Leistungsfähigkeit bei in der Praxis vorkommenden Spektren.

Angenommen wird eine Übertragung im 2.4GHz-ISM-Band und eine Belegung von Kanälen nach dem WLAN-Schema, um ein Signal zu erzeugen, das in der Praxis vorkommt und sich zur Leistungsmessung der verwendeten Algorithmen eignet. Auf die Implementierung der Modulation um 2.4 GHz wird aufgrund eines fehlenden Effektes auf die Simulation verzichtet und damit ein Spektralbereich von $f_0 = 0$ MHz bis $f_U = B = 100$ MHz betrachtet. Darin befinden sich nach Belegung des 802.11g/n-Standards im Basisband die Kanäle bei 12, 32, 52 und 72 MHz und nehmen eine Bandbreite von jeweils 20 MHz ein. Damit noch ein in der Realität verbotenes Band zur Erhöhung der Belegung in der Simulation hinter dem letzten, üblichen Band hinzugefügt werden kann, erfolgt die Belegung nach 10, 30, 50, 70 und zusätzlich 90 MHz und unterscheidet sich hierdurch nur geringfügig von der Originalbelegung. Das Schema kann in Abb. A.1 eingesehen werden.

Die Signale gelangen dann jeweils über einen Kanal \mathbf{H} , der, wenn nicht anders angegeben, nicht frequenzselektiv ist, zum Spektralschätzer des CRs und werden von AWGN mit einer PSD von σ_n^2 überlagert. Daraufhin erfolgt die Spektralschätzung, deren Ablauf in Kapitel 2 in Abschnitt 2.6 ausführlich dargelegt ist. Am Ende liegen die Bandgrenzen $\{\hat{f}_i\}_{i=0}^{\hat{U}}$ und die spektralen Belegungen vor. Letztere sind in Form eines Binärvektors $\hat{\mathbf{b}}$ repräsentiert.

A.2. Auswertung

Die Ergebnisse werden zur Auswertung mit den originalen, bei der Signalgenerierung vorliegenden Charakteristika des Spektrums verglichen, um die Performance des Spektralschätzers zu messen. Da die Bandgrenzen unterschiedlich geschätzt werden können und ein direkter Vergleich der Besetzung in diesem Fall nicht möglich ist, wird jeder einzelne Punkt des Spektrums betrachtet und mit dem Originalspektrum auf Besetzung hin verglichen, sodass ein Binärvektor \mathbf{b} bzw. $\hat{\mathbf{b}}$ der Länge N gemäß der Bandgrenzen erhalten wird. Die Falschalarmrate \mathbb{P}_F der gesamten Simulation ergibt sich dabei,

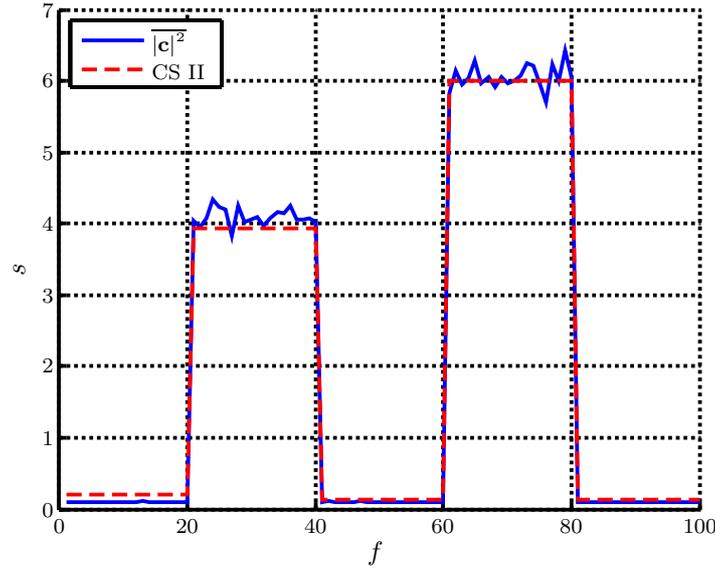


Abbildung A.1.: Beispiel eines Spektrums mit Schätzfehler und einer Kantenrekonstruktion.

wenn Punkte, die eigentlich unbesetzt sind, betrachtet werden und ins Verhältnis zu den von diesen aber als besetzt gekennzeichneten gesetzt werden:

$$\mathbb{P}_F = \mathbb{E} \left[\frac{(\mathbf{1} - \mathbf{b})^T (\mathbf{b} \neq \hat{\mathbf{b}})}{N - \mathbf{1}^T \mathbf{b}} \right]. \quad (\text{A.1})$$

Analog kann die Detektionsrate

$$\mathbb{P}_D = \mathbb{E} \left[\frac{\mathbf{b}^T (\mathbf{b} = \hat{\mathbf{b}})}{\mathbf{1}^T \mathbf{b}} \right] \quad (\text{A.2})$$

als Verhältnis von tatsächlich besetzten Spektralpunkten und davon als besetzt erkannten Punkten definiert werden.

Als weitere nützliche Messgröße wird die mittlere quadratische Abweichung (engl. **Mean-Square-Error**, MSE) zum Originalspektrum \mathbf{s} eingeführt, um die Güte der Schätzung $\hat{\mathbf{s}}$ bzw. der Rekonstruktionsalgorithmen zu ermitteln:

$$\text{MSE} = \frac{\|\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}\|_2^2}{N}. \quad (\text{A.3})$$

Der MSE wird also in Bezug auf einen einzelnen Punkt im Spektrum definiert, sodass der Gesamtfehler durch die Anzahl der Punkte N geteilt werden muss, wogegen im Falle von 2D-Sensing diese Anzahl KN beträgt. Dabei kann es sich beim Referenzspektrum \mathbf{s} entweder um das ideale Spektrum oder um das über den Mittelwert der quadrierten Absolutbeträge des Amplitudenspektrums und die endliche Anzahl an Abtastwerten bestimmte Spektrum, welches folglich einen Schätzfehler aufweist, handeln. Hierdurch gibt das letztere die maximale Leistungsfähigkeit unter Kenntnis aller Abtastwerte an und stellt eine Benchmark für die Rekonstruktionsalgorithmen dar.

In den Simulationen auftretenden Effekte machen sich in einer Änderung der verschiedenen Messgrößen bemerkbar, wodurch es möglich sein sollte, diese wahrzunehmen und auf mögliche Ursachen für diese zu schließen. Auch Unterschiede in den einzelnen Verarbeitungsschritten der Spektralschätzung können erfasst werden, sodass Rekonstruktion und Klassifikation getrennt bewertet werden können. Ein wichtiger Aspekt in der Simulation stellt die zufällige Wahl der Projektionsmatrix \mathbf{V} dar, bei der es sich im Normalfall um eine Gauß-Zufallsmatrix handelt: Um für eine Kompressionsrate ein aussagekräftiges Simulationsergebnis zu bekommen, müssen aufgrund des Zufallsvorgangs mehrere Simulationen durchgeführt werden, aus denen Mittelwerte der Auswertungsgrößen berechnet werden und

zuverlässige Ergebnisse erhalten werden können, sodass Monte-Carlo-Simulationen realisiert werden. Die Anzahl der Mittelungswerte und der damit betrachteten Projektionsmatrixrealisierungen wird in dieser Arbeit auf $N_{\text{it}} = 100$ festgelegt.

A.3. Design- und Simulationsparameter

In Tabelle A.1 oben finden sich die Parameter, die im Entwurf des Designs frei gewählt und sogar zur Laufzeit geändert werden können.

Variable	Parameter	Standardwert
N	# Auflösungspunkte im Spektrum	100
Q	# wiederholter Messungen bzw. Frames	1000
κ	Kompressionsrate	15%
\mathbb{P}_F	Falschalarmrate bei Kantenerkennung	0.1%
β	Belegung des Spektrums	40%
σ_n^2	Grundrauschen	0.1
CNR	Carrier-to-Noise Ratio	≥ 40
N_{it}	Anzahl zur Mittlung betrachteter Zufallsmatrizen	100

Tabelle A.1.: Einstellbare Parameter des Spektralschätzers (oben) und Simulationsparameter (unten) mit Standardwerten, die gültig sind, wenn nicht anders angegeben.

Die Auflösung wird auf 1 MHz festgelegt, sodass sich $N = 100$ Frequenzpunkte im Spektrum ergeben. Wenn nicht anders angegeben, wird die Kompressionsrate auf $\kappa = 15\%$ und die Anzahl wiederholter Messungen auf $Q = 1000$ eingestellt. Mit der Falschalarmrate der Kantenerkennung $\mathbb{P}_F = 0.1\%$ ergibt sich der Standardschwellwert zu

$$\eta_{\text{W}} = -\sqrt{\frac{2}{1000}} \cdot F_{\mathcal{N}}^{-1}\left(\frac{0.001}{2}\right) \cdot \max(\mathbf{s}) = 0.1472 \cdot \max(\mathbf{s}) . \quad (\text{A.4})$$

Signale, die eine Trägerhöhe aufweisen, die geringer ist als ungefähr 15% des höchsten vorkommenden Spektralanteils werden damit nicht erkannt, wenn kein Rauschen vorliegt, wodurch nur ein maximaler Dynamikbereich von 8.32 dB in der Spektrumsdetektion resultiert.

Die Größen, die sich in Tabelle A.1 unten befinden, sind zur Messung der Performance des Spektralschätzers bei Veränderung des Spektrums gedacht und sind in der Praxis nicht beeinflussbar. Hierzu zählen die Belegung des Spektrums $\beta = \|\mathbf{s}\|_0/N$, bei der dieses zufällig generiert wird, das bereits erwähnte Grundrauschen σ_n^2 und damit zusammenhängend das Träger-Rausch-Verhältnis CNR. In den Simulationen wird ein zufälliges Spektrum gemäß der vorgegebenen Belegung und Kanäle generiert, weswegen bei einer Belegung von $\beta = 40\%$ zwei der fünf WLAN-Kanäle besetzt sind. Um nicht in jeder Konfiguration den Dynamikbereich des Detektors mitzutesten, aber dennoch kein zu leichtes Problem zu definieren, werden im Standardfall die Träger aus dem Bereich $\sigma_s^2 = [4, 6, 8, 10, 12]$ zufällig gewählt, woraus sich das minimale CNR = 40 ergibt.

Die Anzahl der aus der zufälligen Wahl der Projektionsmatrix und verschiedenen Spektrumsrealisierungen resultierenden Monte-Carlo-Simulationen ist, wie bereits erwähnt, $N_{\text{it}} = 100$, um einerseits aussagekräftige Mittelungswerte der Performancegrößen und andererseits eine akzeptable Simulationszeit zu erhalten.

Abkürzungsverzeichnis

ADC	Analog-to-Digital Converter
AWGN	Additive White Gaussian Noise
BPSK	Binary Phase-Shift Keying
CCK	Complementary Code Keying
CDF	Cumulative Distribution Function
CDMA	Code Division Multiple Access
CFD	Cyclostationary Feature Detector
CNR	Träger-Rausch-Verhältnis
CR	Cognitive Radio
CS	Compressed Sensing
CSI	Channel State Information
DAC	Digital-to-Analog Converter
DNR	Dynamic Range
DPSK	Differential Phase-Shift Keying
DSSS	Direct-Sequence Spread Spectrum
ED	Energy Detector
EIRP	Equivalent Isotropically Radiated Power
FHSS	Frequency Hopping Spread Spectrum
FIR	Finite Impulse Response Filter
FPGA	Field Programmable Gate Array
GFSK	Gaussian Frequency-Shift Keying
GLS	Gleichungssystem
GPS	Global Positioning System
GSM	Global System for Mobile Communications
ICI	Inter-Carrier Interference
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
IHT	Iterative Hard Thresholding
ISM	Industrial, Scientific and Medical
KoMe	Kognitive Mediumszugangsalgorithmen für industrielle Funkanwendungen
LS	Least-Squares
LTE	Long Term Evolution
MATLAB	MATrix LABoratory
MIMO	Multiple-Input and Multiple-Output
MISO	Multiple-Input Single-Output
MLE	Maximum Likelihood Estimator
MSE	Mean-Square-Error
NSP	Null Space Property
OFDM	Orthogonal Frequency-Division Multiplexing
OMP	Orthogonal Matching Pursuit
PSD	Power Spectrum Density
PU	Primary User
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
QPSK	Quadrature Phase-Shift Keying
RIP	Restricted Isometry Property

RMSE	Root Mean Square Error
RSS	Received Signal Strength
SCF	Spectral Correlation Function
SDRAM	Synchronous Dynamic Random Access Memory
SIMO	Single-Input Multiple-Output
SNR	Signal-Rausch-Verhältnis
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System
VGA	Variable Gain Adjustment
WED	Wavelet Edge Detector
WLAN	Wireless Local Area Network

Symbolverzeichnis

Lateinische Buchstaben

A	CS-Sensing-Matrix, Koeffizientenmatrix
<i>B</i>	Bandbreite
F	Fouriermatrix
F_N	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung
G	Wavelet-Transformations-Matrix, Analyseoperator
H	Kanalmatrix
$\tilde{\mathbf{H}}$	Kanalmatrix (Amplitudenspektrum)
<i>I</i>	Anzahl von PUs
J	Jacobi-Matrix
<i>J</i>	Anzahl von CRs
<i>K</i>	Anzahl an Zeitschritten
<i>L</i>	Leistungspegel in dB
<i>M</i>	Anzahl an Messungen
<i>N</i>	Anzahl an Auflösungspunkten bzw. Nyquist-Messungen
N_{cd}	Anzahl von Koordinatenpunkten
N_{dim}	Dimension des Ortsvektors
N_L	Länge eines Spektralbereiches
<i>P</i>	Leistung
P	Übergangsmatrix
PL	Pfadverlust
\mathbf{P}_π	Permutationsmatrix
<i>Q</i>	Anzahl wiederholter Messungen bzw. Frames
R	Autokorrelationsmatrix
<i>T</i>	Zeitdauer
T_A	Abtastperiode
T_S	Symboldauer
<i>U</i>	Anzahl von Bändern/Kanten
V	Selektionsmatrix
W, w	Gewichtungsmatrix, Gewichte
b	Binärvektor
c, C	Amplitudenspektrum
d, d	Ortsvektor/Position, Distanz
d_R	Entfernung vom Ursprung/Norm des Ortsvektors
<i>f</i>	Frequenz
f_c	Trägerfrequenz
f_S	Abtastfrequenz

h	Kanalimpulsantwort
k_0	Anzahl der Nicht-Null-Elemente
n	Fehler-/ Rauschvektor
p	Ungerechnete Leistung
r, r	Autokorrelationsvektor, Autokorrelation
s, S	Spektralleistungsdichte
\bar{s}_i	Durchschnittliche Spektralleistungsdichte im i -ten Band
\check{s}	Geglättete Spektralleistungsdichte
t	Zeit
u	Filterskalierung
v	Geschwindigkeit
v_c	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
x	Messungen (bei Nyquistfrequenz)
y	unterabgetastete Messungen
z	Kantenspektrum

Buchstaben mit Doppelstrich

\mathbb{C}	Komplexe Zahlen
\mathbb{E}	Erwartungswertoperator
\mathbb{P}	Wahrscheinlichkeit
\mathbb{P}_D	Detektionswahrscheinlichkeit
\mathbb{P}_F	Falschalarmwahrscheinlichkeit
\mathbb{R}	Reelle Zahlen
\mathbb{Z}	Ganze Zahlen

Kalligrafische Buchstaben

\mathcal{CN}	Komplex zirkulär-symmetrische Normalverteilung
\mathcal{E}	Menge an Kanten eines Graphen
\mathcal{G}	Graph
\mathcal{H}	Hypothese
\mathcal{I}	Fisher-Informationsmatrix
\mathcal{K}	Menge an Knoten eines Graphen
\mathcal{N}	Normalverteilung

Griechische Buchstaben

Γ	Differentialmatrix
Σ	Kovarianzmatrix
Φ	Power Spectrum Sensing Matrix
Φ_{II}	Edge Power Spectrum Sensing Matrix
Ψ	Cyclic Power Spectrum Sensing Matrix
α	Zyklische Frequenz
β	Belegung des Spektrums [%]
γ	Pfadverlustexponent
η	Schwellwert
η_E	Schwellwert in Energy Detection
η_W	Schwellwert in Wavelet Edge Detection

ζ	Effizienz des CR-Systems
ϵ	Residuum
$\boldsymbol{\theta}$	Positions- und Sendeleistungsvektor
κ	Kompression [%]
λ	Lagrange-Multiplikator, Regularisierungsparameter
λ_0	Wellenlänge
μ	Erwartungswert
ν	Kohärenz
σ, σ^2	Standardabweichung, Varianz eines stochastischen Prozesses
σ_{dB}	Standardabweichung des Log-normal-Shadow-Fading-Terms
σ_n^2	Grundrauschen in der PSD
σ_s^2	Trägerhöhe von Signalen in der PSD
τ	Zeitdifferenz
φ	Gaußfilter
ϕ	Invers Fouriertransformierte des Gaußfilters
χ^2	Chi-Quadrat-Verteilung

Mathematische Symbole und Operationen

$\mathbf{0}$	Nullmatrix
$\mathbf{1}$	Einsmatrix
$ \mathbf{a} $	Absolutbetrag von \mathbf{a}
$\arg \min$	Argument des Minimums
\overline{X}	Mittelwert von Zufallsvariable X
\mathbf{A}^*	Komplex Konjugierte der Matrix \mathbf{A}
a^*	Komplex konjugiertes Element a
$\text{diag}\{\mathbf{a}\}, \text{diag}\{\mathbf{A}\}$	Diagonalmatrix mit Elementen des Vektors \mathbf{a} , Diagonale von Matrix \mathbf{A}
\mathbf{A}^H	Hermitische von Matrix \mathbf{A}
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
$\Im(\mathbf{A})$	Imaginärteil von \mathbf{A}
$\mathbf{A} \odot \mathbf{B}$	Khatri-Rao-Produkt
$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$	Kroneckerprodukt
\mathbf{a}_i	i -ter Vektor
a_{ij}, A_{ij}	Element der Matrix \mathbf{A} in Zeile i und Spalte j
$\max\{\mathbf{a}\}$	Maximum von \mathbf{a}
$\text{maxima}_k\{\mathbf{a}\}$	Stellen k der Maxima in Vektor \mathbf{a}
$\min\{\mathbf{a}\}$	Minimum von \mathbf{a}
$\ \mathbf{a}\ _i$	i -te Norm von \mathbf{a}
$\Re(\mathbf{A})$	Realteil von \mathbf{A}
$\text{spark}(\mathbf{A})$	Spark/kleinste Anzahl linear abhängiger Spalten einer Matrix \mathbf{A}
s.t.	subject to (dt. unter der Bedingung)
$\text{tr}(\mathbf{A})$	Trace/Spur einer Matrix \mathbf{A}
\mathbf{A}^T	Transponierte von Matrix \mathbf{A}
$\text{Var}[X]$	Varianz von Zufallsvariable X
$\text{vec}(\mathbf{A})$	Vektorisierung der Matrix \mathbf{A}

Literaturverzeichnis

- [ACE11] Ery Arias-Castro und Yonina C. Eldar. Noise Folding in Compressed Sensing. *IEEE Signal Processing Letters*, 18(8):478–481, August 2011. 33
- [ALB11] Ian F. Akyildiz, Brandon F. Lo und Ravikumar Balakrishnan. Cooperative Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks: A Survey. *Physical Communication*, 4(1):40–62, März 2011. 70, 73, 79
- [ALLP12] Eric Axell, Geert Leus, Erik G. Larsson und H. Vincent Poor. Spectrum Sensing for Cognitive Radio [State-of-the-art and recent advances]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 29(3):101–116, Mai 2012. 1, 15
- [Asm03] Soren Asmussen. *Applied Probability and Queues*. Springer New York, 2003. 64
- [ATL06] Robert Akl, Dinesh Tummala und Xinrong Li. Indoor Propagation Modeling at 2.4 GHz for IEEE 802.11 Networks. In *The Sixth IASTED International Multi-Conference on Wireless and Optical Communications, Wireless Networks and Emerging Technologies*, Juli 2006. 76
- [BDCE14] José M. Bioucas-Dias, Deborah Cohen und Yonina C. Eldar. COVALSA: Covariance Estimation from Compressive Measurements Using Alternating Minimization. In *Proceedings of the 22nd European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Seiten 999–1003, September 2014. 57
- [Bec16] Edgar Beck. Compressed Spectrum Sensing for Cognitive Radio. Master Project, August 2016. 1, 4, 5, 13, 14, 19, 20, 21, 30, 31, 41, 61, 108
- [BS10] Alvaro Barbero und Suvrit Sra. Fast Algorithms for Total-variation Based Optimization. Technischer Bericht 194, Max Planck Institute for Biological Cybernetics, 2010. 63
- [CAAE15] Deborah Cohen, Alon Akiva, Barak Avraham und Yonina C. Eldar. Centralized Cooperative Spectrum Sensing from Sub-Nyquist Samples for Cognitive Radios. In *IEEE International Conference on Communications (ICC)*, Seiten 7486–7491, Juni 2015. 71
- [CE14] Deborah Cohen und Yonina C. Eldar. Sub-Nyquist Sampling for Power Spectrum Sensing in Cognitive Radios: A Unified Approach. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 62(15):3897–3910, August 2014. 4, 6, 9, 10, 12, 26, 31, 47, 57, 70
- [CE17] Deborah Cohen und Yonina C. Eldar. Sub-Nyquist Cyclostationary Detection for Cognitive Radio. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 65(11):3004–3019, Juni 2017. 36, 56, 57, 59
- [CRJ⁺11] Deborah Cohen, Eric Rebeiz, Varun Jain, Yonina C. Eldar und Danijela Cabric. Cyclostationary Feature Detection from Sub-Nyquist Samples. In *4th IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP)*, Seiten 333–336, Dezember 2011. 55, 60, 61
- [EK12] Yonina C. Eldar und Gitta Kutyniok. *Compressed Sensing - Theory and Applications*. Cambridge University Press, 2012. 7, 16, 27, 28, 29

- [Eld15] Yonina C. Eldar. *Sampling Theory: Beyond Bandlimited Systems*. Cambridge University Press, 2015. 26, 29
- [GB16] Michael Grant und Stephen Boyd. CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, version 2.1. <http://cvxr.com/cvx>, März 2016. 26
- [GTS07] Stefan Geirhofer, Lang Tong und Brian M. Sadler. COGNITIVE RADIOS FOR DYNAMIC SPECTRUM ACCESS - Dynamic Spectrum Access in the Time Domain: Modeling and Exploiting White Space. *IEEE Communications Magazine*, 45(5):66–72, Mai 2007. 64
- [KDG09] Seung-Jun Kim, Emiliano Dall’Anese und Georgios B. Giannakis. Sparsity-Aware Cooperative Cognitive Radio Sensing Using Channel Gain Maps. In *Conference Record of the Forty-Third Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Seiten 518–522, November 2009. 85
- [KJM07] Sunghun Kim, Hyongsuk Jeon und Joongsoo Ma. Robust Localization with Unknown Transmission Power for Cognitive Radio. In *IEEE Military Communications Conference (MILCOM)*, Seiten 1–6, Oktober 2007. 81, 82
- [KK12] Karl-Dirk Kammeyer und Kristian Kroschel. *Digitale Signalverarbeitung*. B.G.Teubner Verlag, Stuttgart, 2012. 47, 48
- [KR15] Maryia Kabanava und Holger Rauhut. *Compressed Sensing and its Applications - MATHEON Workshop 2013*, Kapitel Cosparsity in Compressed Sensing, Seiten 315–339. Springer International Publishing, 2015. 12
- [LFP08] Lifeng Lai, Yijia Fan und H. Vincent Poor. Quickest Detection in Cognitive Radio: A Sequential Change Detection Framework. In *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM)*, Seiten 1–5, Dezember 2008. 67
- [Lin90] Tony Lindeberg. Scale-Space for Discrete Signals. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(3):234–254, März 1990. 14
- [MH92] Stephane Mallat und Wen-Liang Hwang. Singularity Detection and Processing with Wavelets. *IEEE Transactions on Information Theory*, 38(2):617–643, März 1992. 10
- [Pat05] Neal Patwari. *Location Estimation in Sensor Networks*. Dissertation, The University of Michigan, 2005. 89
- [PF86] Boaz Porat und Benjamin Friedlander. Computation of the Exact Information Matrix of Gaussian Time Series with Stationary Random Components. *IEEE Transactions On Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 34(1):118–130, Februar 1986. 87
- [PR03] Jacques Palicot und Christian Roland. A New Concept for Wireless Reconfigurable Receivers. *IEEE Communications Magazine*, 41(7):124–132, Juli 2003. 45
- [PWPL09] Yvan L. Polo, Ying Wang, Aashish Pandharipande und Geert Leus. Compressive Wideband Spectrum Sensing. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Seiten 2337–2340, April 2009. 36
- [Sk197] Bernard Sklar. Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems Part I: Characterization. *IEEE Communications Magazine*, 35(9):136–146, September 1997. 76
- [SNWC13] Hongjian Sun, Arumugam Nallanathan, Cheng-Xiang Wang und Yunfei Chen. Wideband Spectrum Sensing for Cognitive Radio Networks: A Survey. *IEEE Wireless Communications*, 20(2):74–81, April 2013. 99
- [TBD15] Slavisa Tomic, Marko Beko und Rui Dinis. RSS-Based Localization in Wireless Sensor

- Networks Using Convex Relaxation: Noncooperative and Cooperative Schemes. *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, 64(5):2037–2050, Mai 2015. 76, 83, 84, 85, 86, 88
- [TG06] Zhi Tian und Georgios B. Giannakis. A Wavelet Approach to Wideband Spectrum Sensing for Cognitive Radios. In *1st International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications*, Juni 2006. 5, 10
- [TG07] Zhi Tian und Georgios B. Giannakis. Compressed Sensing for Wideband Cognitive Radios. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Seiten 1357–1360, April 2007. 8, 12
- [Tia08] Zhi Tian. Compressed Wideband Sensing in Cooperative Cognitive Radio Networks. In *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM)*, Seiten 1–5, Dezember 2008. 36, 70, 71, 75, 105
- [Vuc03] Desimir Z. Vucic. Cyclic Spectral Analysis of OFDM/QAM Modulation Using Stochastic Matrix-based Method. *Facta universitatis - series: Electronics and Energetics*, 16(3):343–353, Dezember 2003. 60
- [XBK07] Lin Xiaoa, Stephen Boyd und Seung-Jean Kim. Distributed average consensus with least-mean-square deviation. *Journal of Parallel and Distributed Computing*, 67(1):33–46, Januar 2007. 73, 74