FREQUENZ – Zeitschrift für Telekommunikation, Vol. 54?, pp. ??-??, Jan./Febr. 1995

Geschlossene Lösungen zur blinden Entzerrung und Systemidentifikation

Closed-Form Solutions to Blind Equalization and System Identification

K.D. Kammeyer

Technische Universität Hamburg-Harburg, Arbeitsbereich Nachrichtentechnik
Eissendorfer Str. 40, 21071 Hamburg, Tel.: 040/7718-3128, Fax: 040/7718-2281

Übersicht: Diese Arbeit behandelt die Probleme der *blinden* Entzerrung und Systemidentifikation, d.h. adaptive Verfahren, bei denen keine Referenzsignale benötigt werden. Im Mittelpunkt steht die Formulierung einer geschlossenen Eigenvektorlösung für die blinde Entzerrung. Hiervon ist unmittelbar ein modifiziertes Eigenwertproblem abzuleiten, das die geschlossene Lösung der blinden Systemidentifikation beinhaltet. Auf der Basis dieser Beziehungen lassen sich iterative Algorithmen entwickeln, die gegenüber allen bisher bekannten Verfahren deutliche Vorteile bezüglich der Konvergenzgeschwindigkeit, der Robustheit bei Systemgrad-Überschätzung und den Auswirkungen additiver gaußscher Störungen aufweisen.

Abstract: In this paper the problems of *blind* equalization and system identification are discussed, i.e. adaptive algorithms which do not use any training sequence. The main result is a closed-form eigenvector solution to blind equalization. This relationship leads directly to a closed-form solution to blind system identification which is an eigenvector problem, too. On the basis of these results iterative algorithms can be developed which show very fast convergence speeds compared with alternative methods known so far and, furthermore, are very robust with respect to a system order overfit and the influence of additive gaussian noise.

Für die Dokumentation:
Statistik höherer Ordnung, Kumulanten, blinde Entzerrung, blinde Systemidentifikation

1 Einleitung

Das Problem der blinden Entzerrung sowie Kanalschätzung ist mit Hilfe der klassischen Statistik *zweiter Ordnung* (Auto- und Kreuzkovarianzfolgen, Leistungsdichtespektren) prinzipiell nur dann zu lösen, wenn bestimmte a-priori Kenntnisse über die Phaseneigenschaften des Übertragungskanals vorliegen. So basieren die klassischen Spektralschätzverfahren z.B. auf der Annahme minimalphasiger Kanäle [1]. Man spricht demgemäß von der *Phasenblindheit der Statistik zweiter Ordnung.* Erst mit der Nutzung der Statistik höherer Ordnung [2, 3, 4] lassen sich ohne Hinzunahme des gesendeten Signals Phaseninformationen aus dem Empfangssignal gewinnen. In der vorliegenden Arbeit wird deshalb von Momenten (bzw. den davon abgeleiteten "Kumulanten") *vierter Ordnung* Gebrauch gemacht[1].

Zunächst wird das Problem der **blinden Entzerrung** behandelt. In der Literatur finden sich hierzu verschiedene Lösungen, z.B. [5, 6, 7], die jedoch fast ausnahmslos auf dem stochastischen Gradientenverfahren basieren und somit entsprechend lang-

[1]Momente dritter Ordnung werden nicht verwendet, da sie bei symmetrisch verteilten Signalen verschwinden.

sam konvergieren. Solche Algorithmen entsprechen im Bereich der klassischen (Referenzsignal-basierten) Entzerrung dem bekannten "Least-Mean-Squares"-(LMS)-Algorithmus. Eine wesentliche Steigerung der Konvergenzgeschwindigkeit erreicht man im Bereich der klassischen Verfahren mit dem "Recursive-Least-Squares"-(RLS)-Algorithmus. Dies ist darin begründet, daß man anstelle des Gradientenverfahrens von der geschlossenen "Minimum-Mean-Square-Error"-(MMSE)-Lösung Gebrauch macht.
Sucht man also nach blinden Algorithmen mit optimalen Konvergenzeigenschaften, so ist zunächst eine *geschlossene "blinde Lösung"* zu formulieren; eine solche Beziehung wird in der vorliegenden Arbeit hergeleitet. Sie besteht aus einem verallgemeinerten Eigenwertproblem. Hiervon läßt sich dann der iterative Algorithmus **EVA** (EigenVektor-Algorithmus) ableiten, der außerordentlich günstige Konvergenzeigenschaften aufweist.

Es liegt auf der Hand, daß das Problem der **blinden Systemidentifikation** aufs engste mit der Entzerrung verknüpft ist: Eine einfache Lösung würde man z.B. erhalten, indem nach vollzogener Berechnung des Entzerrer-Übertragungssystems direkt das hierzu inverse System bestimmt wird. Dieses Verfahren weist jedoch zwei gravierende Nachteile auf. Zum einen kann der Entzerrergrad im Falle "kritischer Kanäle" – also solcher mit Nullstellen in der Nähe des Einheitskreis – sehr hoch werden. Die Identifikation eines so einfachen Kanals wie $H(z) = 1 + z^{-1}$ würde bei solchen Verfahren große Probleme bereiten. Der zweite Nachteil besteht im Einfluß von additiven gaußschen Störungen. Die EVA-Lösung führt zum bekannten MMSE-Resultat, was für die Entzerrung eine optimale Lösung bedeutet. Das hierzu inverse System entspricht jedoch unter Rauscheinfluß nicht der Kanalübertragungsfunktion; die Kanalschätzung wäre also bei additiven Störungen *nicht erwartungstreu*. Aus diesen Gründen wird hier eine neue Beziehung für die blinde Systemidentifikation hergeleitet, die die geschilderten Probleme nicht aufweist. Sie ergibt sich unmittelbar aus der EVA-Grundgleichung und erfordert ebenso die Lösung eines verallgemeinerten Eigenwertproblems. Auch für die Systemidentifikation wird ein iteratives Verfahren angegeben, das mit **EVI** (EigenVektor-Identifikation) bezeichnet wird.

Dieser Artikel untergliedert sich in zwei Hauptabschnitte, in denen Lösungsansätze zur blinden Entzerrung (Abschnitt 2) bzw. MA-Systemidentifikation (Abschnitt 3) vorgestellt werden.
In Abschnitt 2.1 wird zunächst eine geschlossene Eigenvektorlösung für die blinde Entzerrung hergeleitet. Hieraus gewinnt man den effizienten iterativen Algorithmus EVA (Abschnitt 2.2). Die Konvergenzeigenschaften werden in Abschnitt 2.3 anhand eines Simulationsbeispiels demonstriert und mit dem optimalen RLS-Algorithmus sowie mit Verfahren, die auf dem stochastischen Gradientenansatz basieren, verglichen.
In Abschnitt 3.1 wird die Grundgleichung zur blinden Systemidentifikation aufgestellt, woraus ebenfalls ein iterativer Algorithmus abgeleitet wird (EVI, Abschnitt 3.2). Simulationsbeispiele zur blinden Kanalschätzung belegen in Abschnitt 3.3 die guten Konvergenzeigenschaften dieses Algorithmus im Vergleich zu anderen Verfahren. Dies gilt auch für den Fall additiver gaußscher Kanalstörungen. Die Arbeit schließt mit einer kurzen Zusammenfassung.

2 Blinde Entzerrung

2.1 Eigenvektorlösung (EVA)

Die im folgenden hergeleitete geschlossene Lösung zur blinden Entzerrung basiert auf der Systemkonfiguration gemäß **Abbildung 1**.

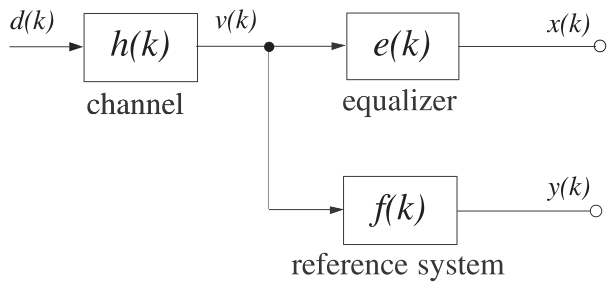

Abbildung 1: Symboltaktmodell eines Datenübertragungssystems mit Entzerrer und Referenzsystem

Die gesendete Datenfolge $d(k)$ bestehe aus stationären, nicht gaußverteilten, mittelwertfreien, statistisch unabhängigen Zufallsvariablen. Der Kanal wird durch die Impulsantwort $h(k)$ beschrieben. Am Empfänger wird neben einem Entzerrer mit der Impulsantwort $e(k)$ noch ein "Referenzsystem" $f(k)$ vorgesehen. Die Wahl dieses Referenzsystems wird sich später als entscheidend für die Beeinflussung der Konvergenzeigenschaften erweisen; vorerst sei $f(k)$ beliebig festgelegt.

Zur Formulierung der blinden Entzerrerlösung benötigt man bestimmte komplexe *Kreuzkumulanten* zwischen dem Empfangssignal $v(k)$ und seiner gefilterten Version $y(k)$ am Ausgang des Referenzsystem, die definiert sind als

$$\begin{aligned} c_4^{yv}(\ell,m,n) := & E\{y^*(k)\, v^*(k+\ell)\, y(k+m)\, v(k+n)\} \\ & - E\{y(k)v(k+\ell)\}\, E\{y(k+m)v(k+n)\} \\ & - r_{yy}(m)\, r_{vv}(n-m) - r_{yv}(n)\, r_{yv}^*(\ell-m). \end{aligned}$$

Hieraus ist eine spezielle *Kreuzkumulantenmatrix*

$$\mathbf{C}_4^{yv} := \begin{bmatrix} c(0,0) & [c(-1,0)]^* & \cdots & [c(-\ell,0)]^* \\ c(-1,0) & c(-1,-1) & \cdots & [c(-\ell,-1)]^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c(-\ell,0) & c(-\ell,-1) & \cdots & c(-\ell,-\ell) \end{bmatrix} \quad (1)$$

mit $c(i,j) := c_4^{yv}(i,0,j)$ zu bilden, die die Grundlage für die kompakten Eigenvektorlösungen zur blinden Entzerrung und Identifikation bilden wird.

Definiert man die Gesamtimpulsantworten

$$\begin{aligned} s(k) &:= h(k) * e(k) \\ \text{und} \qquad w(k) &:= h(k) * f(k), \end{aligned}$$

so ergibt sich bei statistisch unabhängigen Daten $d(k)$ die folgende Beziehung für die Kreuzkumulanten zwischen dem Ausgangssignal des Entzerrers und demjenigen des Referenzsystems:

$$c_4^{xy}(\ell,m,n) = \gamma_4^d \sum_k s^*(k)\, w^*(k+\ell)\, s(k+m)\, w(k+n),$$

wobei γ_4^d die sogenannte "Kurtosis" $c_4^{dd}(0,0,0)$ des gesendeten Datensignals bezeichnet.

Im weiteren werden der spezielle Kreuzkumulant

$$c_4^{xy}(0,0,0) = \gamma_4^d \sum_k |s(k)|^2 |w(k)|^2 \qquad (2)$$

und die Leistung am Entzerrerausgang benötigt

$$r_{xx}(0) = \sigma_d^2 \sum_k |s(k)|^2\,, \qquad (3)$$

wobei σ_d^2 die Leistung der gesendeten Daten bezeichnet.

Die Ausdrücke (2) und (3) lassen sich über die Ungleichung

$$\sum_k |s(k)|^2 |w(k)|^2 \leq \max_k\{|w(k)|^2\} \cdot \sum_k |s(k)|^2. \quad (4)$$

verknüpfen.
Unter der Bedingung, daß die Gesamtimpulsantwort $w(k)$ aus Kanal und Referenzsystem *nur einen betragsmaximalen Abtastwert* enthält

$$|w(k)| \begin{cases} = w_m := \max_k\{|w(k)|\} & \text{für } k = k_m \\ < w_m & \text{sonst} \end{cases} \qquad (5)$$

gilt in der Ungleichung (4) dann und nur dann das *Gleichheitszeichen,* wenn

$$s(k) = s(k_m) \cdot \delta(k-k_m), \qquad (6)$$

d.h. im Falle der perfekten Entzerrung. Damit erhält man für die optimale Entzerrereinstellung die skalare Zielfunktion

$$\text{maximiere} \quad |c_4^{xy}(0,0,0)| \quad \text{mit} \quad r_{xx}(0) = \sigma_d^2. \quad (7)$$

Der Kumulant $c_4^{xy}(0,0,0)$ ist also zu maximieren, während die Entzerrer-Ausgangsleistung konstant gehalten wird. Dieses könnte z.B. mit Hilfe des stochastischen Gradientenverfahrens erfolgen, was jedoch die genannten Nachteile aufweist. Stattdessen wird die skalare Zielfunktion durch die Statistik der Signale am *Entzerrereingang*, nämlich durch die Kreuzkumulanten des Empfangssignals $v(k)$ und dessen gefilterter Version $y(k)$ am Referenzsystem-Ausgang ausgedrückt. Dabei ist es in Hinblick auf die angestrebte geschlossene Formulierung entscheidend, daß der Kreuzkumulant $c_4^{xy}(0,0,0)$ einen *quadratischen Ausdruck* bezüglich des gesuchten Entzerrer-Koeffizientenvektors $\mathbf{e}$ ergibt. Es gilt[2]

$$\begin{aligned} c_4^{xy}(0,0,0) &= \mathbf{e}^* \mathbf{C}_4^{yv} \mathbf{e} \\ r_{xx}(0) &= \mathbf{e}^* \mathbf{R}_{vv} \mathbf{e}, \end{aligned}$$

[2] Das Symbol "$*$" kennzeichnet transponierte Vektoren mit konjugiert komplexen Elementen (d.h. transjugiert).

wobei $\mathbf{C}_4^{yv}$ die oben definierte Kreuzkumulantenmatrix (1) und $\mathbf{R}_{vv}$ die Autokorrelationsmatrix des Empfangssignals bezeichnen; der Vektor $\mathbf{e}$ enthält die Werte der Entzerrer-Impulsantwort

$$\mathbf{e} := [e(0), e(1); \cdots, e(\ell)]^T .$$

Die Zielfunktion (7) ist damit zu schreiben als

$$\text{maximiere} \quad |\mathbf{e}^* \mathbf{C}_4^{yv} \mathbf{e}| \quad \text{mit} \quad \mathbf{e}^* \mathbf{R}_{vv} \mathbf{e} = \text{const.} \tag{8}$$

Diese Maximierungsaufgabe führt auf das verallgemeinerte Eigenwertproblem

$$\boxed{\mathbf{C}_4^{yv} \mathbf{e}_{EVA} = \lambda \mathbf{R}_{vv} \mathbf{e}_{EVA}} \qquad EVA \tag{9}$$

mit $|\lambda| = \max\{|\lambda_0|, \cdots, |\lambda_\ell|\}$.

Die Lösung $\mathbf{e}_{EVA}$ ist identisch mit der optimalen MMSE-Lösung, falls das Referenzsystem die ideale Bedingung

$$w(k) = w(k_m) \cdot \delta(k - k_m) \tag{10}$$

erfüllt. Da die Kanalimpulsantwort zu Beginn der Entzerrereinstellung nicht bekannt ist, kann eine solche Bedingung nicht garantiert werden. Es stellt sich also die Frage nach dem Einfluß eines nichtideal gewählten Referenzsystems. Nähere Untersuchungen in [8] zeigen, daß sich unter Einhaltung der Bedingung (5) im allgemeinen Lösungen ergeben, die sehr nahe an der optimalen MMSE-Lösung liegen – vorausgesetzt der Entzerrergrad ist für eine hinreichende Approximation des inversen Kanals genügend hoch. Probleme entstehen allerdings, wenn die Bedingung (5) verletzt ist, wenn also $w(k)$ zwei oder mehrere betragsmaximale Werte enthält. In diesen Fällen besteht $\mathbf{e}_{EVA}$ aus der Überlagerung mehrerer zeitlich versetzter MMSE-Impulsantworten; eine Entzerrung tritt dann nicht mehr ein.

Zur Illustration dieser Zusammenhänge wird der Eigenvektor-Entzerrerlösung eine Kanalimpulsantwort mit zwei gleichen betragsmaximalen Werten zugrundegelegt.

$$\begin{aligned} |h(k)| &= 0.4\,\delta(k) + \delta(k-1) + \delta(k-2) \\ &\quad +0.5\,\delta(k-3) + 0.3\,\delta(k-4) \end{aligned} \tag{11}$$

Als Impulsantwort des Referenzsystems wird

$$f(k) = \delta(k - k_0) - f(1) \cdot \delta(k - k_0 - 1)$$

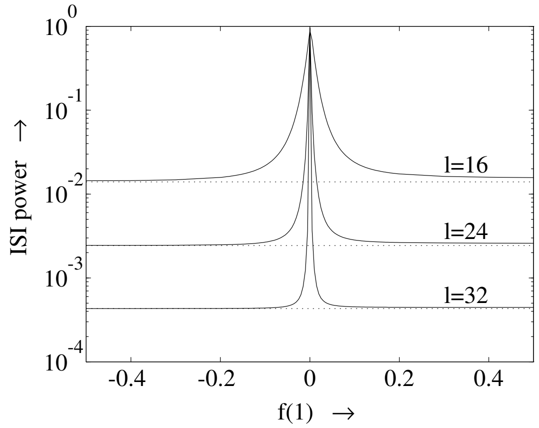

Abbildung 2: Einfluß des Referenzsystems auf die Eigenvektorlösung der Entzerrung

angesetzt.

In **Abbildung 2** wird die Leistung der Intersymbolinterferenz am Entzerrerausgang in Abhängigkeit von $f(1)$ wiedergegeben. Für $f(1) = 0$ ist offensichtlich keine Entzerrung möglich, was darin begründet liegt, daß die Impulsantwort $w(k)$ hier gleich $h(k - k_0)$ ist und somit gemäß (11) zwei betragsmaximale Werte aufweist. Andererseits verdeutlicht das Bild aber auch, daß bei genügend hohem Entzerrergrad in unmittelbarer Umgebung dieses "singulären Falles" sehr schnell die optimale MMSE-Lösung erreicht wird.

2.2 Iterative Einstellung des Referenzsystems

Im letzten Abschnitt wurde gezeigt, daß bei ungünstiger Wahl des Referenzsystems nicht eindeutige Entzerrungsresultate entstehen; das optimale MMSE-Resultat erhält man unter der Bedingung (10). Ein solches Referenzsystem läßt sich mit Hilfe der folgenden *iterativen Prozedur* einstellen, wobei während der Iteration derselbe Datenblock $v(k), \cdots, v(k + L - 1)$ zugrundeliegt.

EigenVektor-Algorithmus **EVA**:

- Wahl des Referenzsystems zu $f(k) = \delta(k - k_0)$ und Schätzung der für Gleichung (9) erforderlichen Kreuzkumulanten und AKF-Werte.
- Berechnung der suboptimalen Entzerrer-Impulsantwort $e_0(k)$ gemäß Gleichung (9) durch

Auswahl des zum betragsmaximalen Eigenwert gehörigen Eigenvektors.

- Übernahme der Entzerrer-Impulsantwort in das Ref.system: $f_1(k) = e_0(k)$ und erneute Schätzung der benötigten Kreuzkumulanten.
- Erneute Berechnung der Entzerrer-Impulsantwort $e_1(k)$ gemäß Gleichung (9)
- Aktualisierung des Ref.systems: $f_2(k) = e_1(k)$
- Wiederholte Durchführung dieser Schritte

Nach wenigen Iterationen weisen Entzerrer und Ref.system in etwa gleiche Impulsantworten auf, die die Bedingungen (6) bzw. (10) in guter Näherung erfüllen: die Entzerrung ist dann erreicht.

In **Bild 3** wird der Iterationsprozeß veranschaulicht; es liegt die für den EVA ungünstige Kanalimpulsantwort (11) und ein QPSK-Datensignal zugrunde.

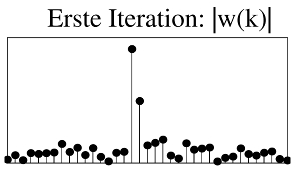

Abbildung 3: Iterative Einstellung des Ref.systems

2.3 Simulationsbeispiel

In **Abbildung 4** werden die Konvergenzeigenschaften des EVA denjenigen des optimalen RLS-Algorithmus (mit Verwendung einer Referenzdatensequenz) sowie des stochastischen Gradienten (nach [6]) gegenübergestellt. Als Datensignal wurde ein zufälliges QPSK-Signal gewählt. Man erkennt, daß der EVA fast die Adaptionsgeschwindigkeit des RLS erreicht, während der stochastische Gradientenalgorithmus erwartungsgemäß sehr viel langsamer ist. *Der EVA stellt also ein blindes Entzerrungsverfahren mit nahezu idealen Konvergenzeigenschaften dar.*

In **Bild 4** ist weiterhin das durch den EVA entzerrte QPSK-Signal bei $L = 150$ Datenwerten dargestellt.

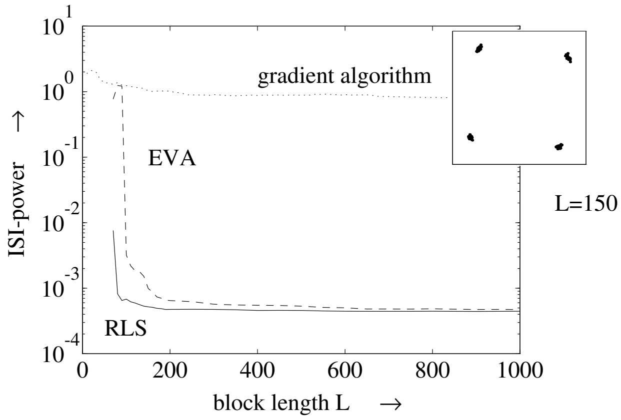

Abbildung 4: Einlaufverhalten dreier verschiedener adaptiver Entzerrungsalgorithmen

Schließlich ist noch darauf hinzuweisen, daß der EVA derart verallgemeinert werden kann, daß er auf Entzerrerstrukturen mit Mehrfachabtastung [9, 10] sowie auch auf nichtlineare Strukturen nach dem Prinzip der "Quantisierten Rückführung" anwendbar wird. Daneben erlaubt diese Verallgemeinerung auch die Entzerrung zeitvarianter Kanäle. In [11] wird diese Erweiterung des EVA im einzelnen dargestellt.

3 Blinde Systemidentifikation

3.1 Eigenvektorlösung (EVI)

Zum Problem der blinden Systemidentifikation sind in den vergangenen Jahren zahlreiche Publikationen erschienen. Wichtige Beiträge bezüglich nichtrekursiver Systeme (MA-Modelle, "Moving Average") wurden z.B. von Giannakis und Mendel geleistet [12]. Ihr Verfahren beinhaltet die LEAST-SQUARES-Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems, in dem Kumulanten höherer Ordnung und Autokorrelationswerte enthalten sind. Entscheidende Nachteile dieses Algorithmus sind einerseits singuläre Fälle des Gleichungssystems bei Systemgrad-Überschätzung sowie die für eine zuverlässige Schätzung erforderliche extrem große Anzahl von Datenwerten. In [13] wurde dieses Verfahren so modifiziert, daß die Problematik der Singularitäten weitgehend gelöst ist – das Problem der großen Datenblöcke bleibt jedoch bestehen. Dieser Nachteil existiert auch bei der Methode des "Cumulant Zero Matching" (CZM) [14].

Andere Verfahren nutzen die enge Verwandtschaft der Systemidentifikation mit der Entzerrung: Ist der Entzerrer bekannt, so lassen sich hieraus prinzipiell Rückschlüsse auf den Übertragungskanal ziehen. In der Einleitung wurde allerdings erläutert, weswegen eine einfache Inversion der Entzerrer-Übertragungsfunktion nicht günstig ist. Daher wurde in [15] eine geschlossene Lösung zur blinden MA-Systemidentifikation entwickelt, die diese Nachteile umgeht. Sie wird im folgenden skizziert.

Die EVA-Eigenwertgl. (9) läßt sich schreiben als

$$\mathbf{e}_{EVA} = \frac{1}{\lambda}\mathbf{R}_{vv}^{-1}\mathbf{C}_4^{yv}\mathbf{e}_{EVA}. \qquad (12)$$

Es wurde bereits darauf hingewiesen, daß das EVA-Resultat der optimalen MMSE-Lösung sehr nahe kommt; diese Optimallösung wird durch die bekannte Normalgleichung

$$\mathbf{e}_{MSE} = \mathbf{R}_{vv}^{-1}\mathbf{r}_{dv} \approx \mathbf{e}_{EVA}. \qquad (13)$$

beschrieben, wobei der Vektor $\mathbf{r}_{dv}$ die Kreuzkorrelation zwischen gesendeten Daten $d(k)$ und dem Empfangssignal $v(k)$ beschreibt:

$$\mathbf{r}_{dv} := E\{\mathbf{v} \cdot d(k-k_0)\}\,.$$

Hierbei beinhaltet k_0 eine vorgebbare Verzögerung der entzerrten Daten am Entzerrerausgang. Der Kreuzkorrelatiosvektor $\mathbf{r}_{dv}$ wird im Zusammenhang mit der *blinden* Entzerrung naturgemäß nicht explizit berechnet; ein Vergleich zwischen (13) und (12) zeigt jedoch, daß der Ausdruck $\mathbf{C}_4^{yv}\mathbf{e}_{EVA}/\lambda$ offensichtlich diesem Kreuzkorrelationsvektor entspricht. Berücksichtigt man weiterhin, daß bei einem weißen Eingangssignal die Kreuzkorrelation zwischen den Ein- und Ausgangsignalen eines linearen Systems die Impulsantwort dieses Systems beschreibt, so gilt offensichtlich der Zusammenhang

$$\mathbf{r}_{vd} = \sigma_d^2 \cdot \mathbf{h} \approx \frac{1}{\lambda}\mathbf{C}_4^{yv}\mathbf{e}_{EVA}\,, \qquad (14)$$

wobei $\mathbf{h} = [h^*(k_0), h^*(k_0-1), \ldots, h^*(0), 0, \ldots, 0]^T$ sämtliche konjugiert komplexen Werte der Kanalimpulsantwort in reverser Reihenfolge enthält, wenn die Verzögerung k_0 hinreichend hoch gewählt wird. Für einen MA-Kanal der Ordnung q muß also $k_0 \geq q$ gesetzt werden.

Multipliziert man die EVA-Grundgleichung (12) nun von links mit der Matrix $\mathbf{C}_4^{yv}$

$$\mathbf{C}_4^{yv}\mathbf{e}_{EVA} = \frac{1}{\lambda}\mathbf{C}_4^{yv}\mathbf{R}_{vv}^{-1}\mathbf{C}_4^{yv}\mathbf{e}_{EVA}. \qquad (15)$$

und setzt gemäß Gleichung (14) für $\mathbf{C}_4^{yv}\mathbf{e}_{EVA}$ den Ausdruck $\lambda\,\sigma_d^2\,\mathbf{h}_{EVI}$ ein, so ergibt sich schließlich

$$\boxed{\lambda\mathbf{h}_{EVI} = \mathbf{C}_4^{yv}\mathbf{R}_{vv}^{-1}\mathbf{h}_{EVI}} \qquad EVI, \qquad (16)$$

also wiederum ein *verallgemeinertes Eigenwertproblem.*

Diese Beziehung kann als elementare Grundgleichung zur blinden MA-Systemidentifikation verstanden werden. Die hier enthaltenen Matrizen können am Empfänger ohne Zuhilfenahme des gesendeten Signals geschätzt werden. Allerdings muß zur Berechnung von $\mathbf{C}_4^{yv}$ ein geeignetes Referenzsystem $f(k)$ vorliegen. Aus diesem Grunde ist die im letzten Abschnitt beschriebene *EVA-Iteration* voranzustellen. Für diese Voriteration kann ein relativ geringer Entzerrergrad ℓ angesetzt werden, da keine perfekte Entzerrung sondern lediglich die ungefähre Einstellung des Referenzsystems angestrebt wird, das die ideale Bedingung (10) hinreichend gut approximiert.

3.2 Lösung mit reduzierten Matrixdimensionen; Iterativer Algorithmus

Da die EVI-Beziehung von der geschlossenen Form der blinden Entzerrung abgeleitet wurde, ist für die in Gleichung (16) enthaltene Autokorrelationsmatrix zunächst die am *Entzerrergrad* ℓ orientierte Dimension, also $\dim\{\mathbf{R}_{vv}\} = (\ell+1)\times(\ell+1)$, vorzusehen. Der Entzerrergrad ℓ ist bei kritischen Kanälen sehr hoch, so daß das Problem der Inversion einer hochdimensionalen Matrix besteht. Andererseits stellt sich die Frage, ob diese Matrixdimensionen reduziert werden können, da es nicht um perfekte Entzerrung, sondern – bei einem MA-Kanal q-ter Ordnung – um die Identifikation von (nur) $q+1$ Kanalkoeffizienten geht. Genauere Untersuchungen in

[16] zeigen, daß dies möglich ist, ohne daß die EVI-Lösung hiervon beeinflußt wird. So ist zunächst das lineare Gleichungssystem

$$\tilde{\mathbf{R}}_{vv}\mathbf{r}_i = \mathbf{i} := [\underbrace{0,\ldots,0}_{2q},1,\underbrace{0,\ldots,0}_{2q}]^T \qquad (17)$$

nach $\mathbf{r}_i := [r_i(-2q)\ldots r_i(2q)]^T$ aufzulösen, wobei für die Matrix $\tilde{\mathbf{R}}_{vv}$ die Dimension $(4q+1)\times(4q+1)$ festzulegen ist. Diese modifizierte Autokorrelationsmatrix ist auch unter kritischen Kanalbedingungen stets nichtsingulär, so daß das Gleichungssystem (17) problemlos gelöst werden kann. Mit Hilfe des Ergebnisvektors $\mathbf{r}_i$ wird dann die folgende $(4q+1)\times(2q+1)$-Matrix $\tilde{\mathbf{R}}_i$ aufgebaut.

$$\tilde{\mathbf{R}}_i := \begin{bmatrix} r_i(-q) & \ldots & r_i(-2q) & & 0 \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \\ r_i(q) & & \ddots & & r_i(-2q) \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ r_i(2q) & & \ddots & & r_i(-q) \\ & \ddots & & \ddots & \vdots \\ 0 & & r_i(2q) & \ldots & r_i(q) \end{bmatrix} \qquad (18)$$

Die ursprügliche inverse Autokorrelationsmatrix $\mathbf{R}_{vv}^{-1}$ in Gleichung (16) ist nun durch $\tilde{\mathbf{R}}_i$ zu ersetzen, anstelle der Kreuzkumulantenmatrix $\mathbf{C}_4^{yv}$ wird die Submatrix $\tilde{\mathbf{C}}_4^{yv}$ eingesetzt. Damit erhält man die vereinfachte EVI-Beziehung

$$\boxed{\lambda\mathbf{h}_{EVI} = \tilde{\mathbf{C}}_4^{yv}\tilde{\mathbf{R}}_i\mathbf{h}_{EVI}} \qquad EVI \qquad (19)$$

mit

$$\begin{aligned} \dim\{\tilde{\mathbf{C}}_4^{yv}\} &= (2q+1)\times(4q+1) \\ \dim\{\tilde{\mathbf{R}}_i\} &= (4q+1)\times(2q+1). \end{aligned}$$

Die Dimensionen der beiden hier enthaltenen Matrizen hängen nunmehr allein von der Ordung q des Kanals ab; die Approximationsgüte des inversen Systems ist bedeutungslos geworden.

Zur Durchführung der Systemidentifikation nach dem EVI-Algorithmus sind nunmehr folgende Schritte durchzuführen.

EigenVektor-Identifikation **EVI**:

- EVA-Iteration zur Bestimmung eines geeigneten Referenzsystems. Der Entzerrergrad ℓ kann relativ gering gewählt werden, da keine perfekte Entzerrung erreicht werden muß.
- Aufstellung der Matrizen $\tilde{\mathbf{C}}_4^{yv}$ und $\tilde{\mathbf{R}}_i$ (nach der Inversion der $(4q+1)\times(4q+1)$ Autokorrelationsmatrix $\tilde{\mathbf{R}}_{vv}$).
- Lösung des Eigenvektorproblems (19).
- Auswahl des zum betragsmaximalen Eigenwert gehörigen Eigenvektors. Der umgekehrte Eigenvektor mit konjugiert komplexen Elementen repräsentiert die geschätzte Kanalimpulsantwort.

3.3 Simulationsbeispiele

3.3.1 Schätzung eines Funkkanals

Zur Demonstration der Konvergenzeigenschaften des EVI wird ein Funkkanal vom Typ "bad urban" zugrundegelegt. Seine Betragsimpulsantwort sowie die zugehörige Nullstellenverteilung sind in **Bild 5** dargestellt. Die Kanalschätzung wird anhand einer

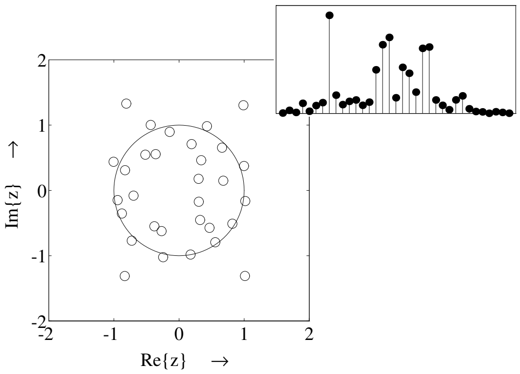

Abbildung 5: Nullstellenverteilung und Betragsimpulsantwort eines Funkkanals ("bad urban")

QPSK-Übertragung vorgenommen, wobei auf dem Übertragungswege zunächst kein Rauschen überlagert wird. In **Bild 6** wird das Einlaufverhalten des EVI (oberes Halbbild) mit dem der Least-Squares Lösung von Giannakis und Mendel [12] (unteres Halbbild) verglichen. Dargestellt sind jeweils oben die komplexen Koeffizientenebenen bei

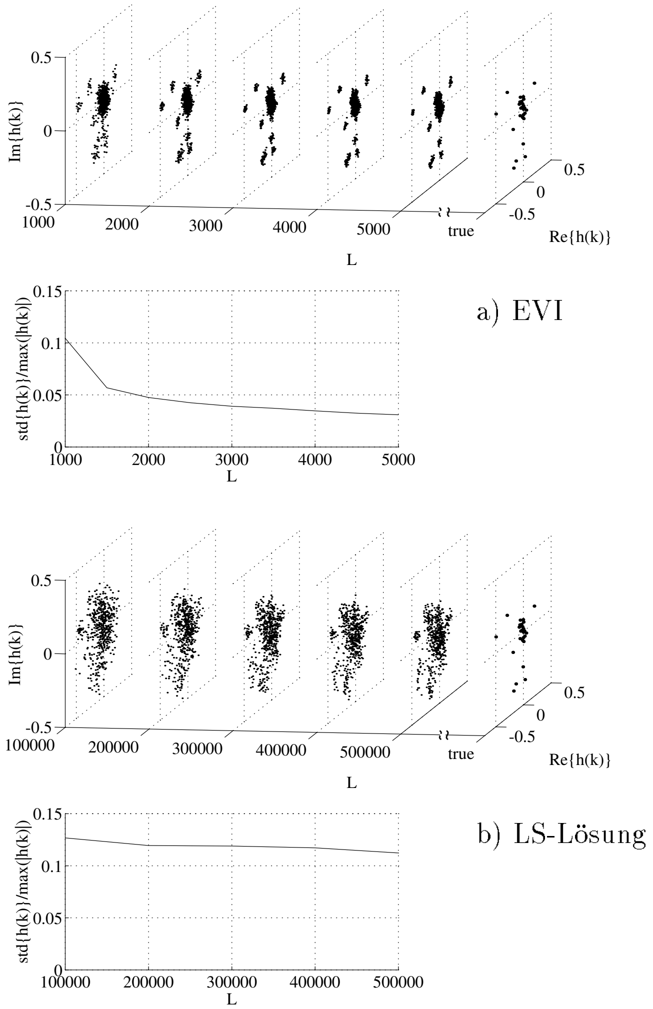

Abbildung 6: Schätzung eines Funkkanals (QPSK-Übertragung)

verschiedenen Datenblocklängen L sowie darunter die Standardabweichungen der geschätzen Koeffizienten als Funktion von L (jeweils 100 Monte-Carlo-Simulationen). Man sieht, daß der EVI bereits mit 3000 Datenwerten eine gute Schätzung der Impulsantwort liefert, während das LS-Verfahren selbst bei $L = 500000$ Datenwerten nicht konvergiert.

3.3.2 Einfluß von additivem gaußschem Rauschen

Im Gegensatz zur Kovarianzfolge (Statistik zweiter Ordnung) werden Kumulanten vierter Ordnung durch gaußsches Rauschen nicht beeinflußt. Da in der Eigenvektorgleichung (16) des EVI sowohl die Autokorrelationsmatrix $\mathbf{R}_{vv}$ als auch die Kreuzkumulantenmatrix $\mathbf{C}_4^{yv}$ auftritt, ist eine Verschlechterung des EVI-Schätzergebnisses bei gaußschem Rauschen zu erwarten (dies gilt übrigens auch für den LS-Ansatz). Die folgenden Beispiele werden jedoch zeigen, daß der EVI relativ robust gegenüber Rauschen dieser Art ist.

Zunächst wird ein gemischtphasiger Kanal fünfter Ordnung unter AWGN-Einfluß betrachtet (additive white Gaussian noise). Die Leistungsfähigkeit des EVI wird in **Bild 7** in Abhängigkeit vom Stör-Signal-Verhältnis dargestellt (*noise to signal* $= N/S$). Bei Abb. 7a wurden wahre Autokovarianzwerte mit überlagertem Rauschen sowie wahre Kumulanten zur Lösung der Eigenwertaufgabe benutzt. Man erkennt eine vernachlässigbare Verschlechterung der geschätzten Koeffizienten bis zu N/S-Verhältnissen von 0.5 (-3dB). Die negativen N/S-Werte sind zunächst noch ohne Belang. Abb. 7c gibt die Schätzergebnisse von 100 Monte-Carlo-Simulationen auf der Basis von jeweils 5000 Datenwerten wieder. Aus Bild 7b ist zu erkennen, daß die geschätzten Nullstellen sogar im Fall $S/N = 3$dB den wahren sehr gut entsprechen.

Für **Abbildung 8** wurde ein Kanal mit vier Nullstellen auf dem Einheitskreis angenommen. Obwohl die Schätzvarianzen auch hier sehr klein sind, ist bei sehr geringen S/N-Verhältnissen doch eine Verschlechterung der Ergebnisse erkennbar. In der mittleren Abbildung sind die Trajektorien der geschätzten Nullstellen für die N/S-Verhältnisse von 0 bis 0.5 dargestellt. Dabei ist anzumerken, daß die vier Kanalnullstellen in ihren wahren Positionen verharren, aber weitere nicht-kritische Nullstellen infolge der hier angenommenen Gradüberschätzung hinzukommen. Bei $S/N = 0.5$ (3dB) erreichen diese Nullstellen die Positionen, die durch Pluszeichen gekennzeichnet sind.

Dieses Phänomen kann wie folgt erklärt werden. Wie in [16] gezeigt wird, kann die EVI-Schätzung der Kanalimpulsantwort dargestellt werden durch

$$\begin{aligned} h_{EVI}(k) &\approx h(k) * g(k) \\ H_{EVI}(z) &\approx H(z) \cdot G(z), \end{aligned} \qquad (20)$$

wobei $h(k)$ die wahre Kanalimpulsantwort ist und $g(k)$ eine bestimmte Gewichtungsfolge bezeichnet,

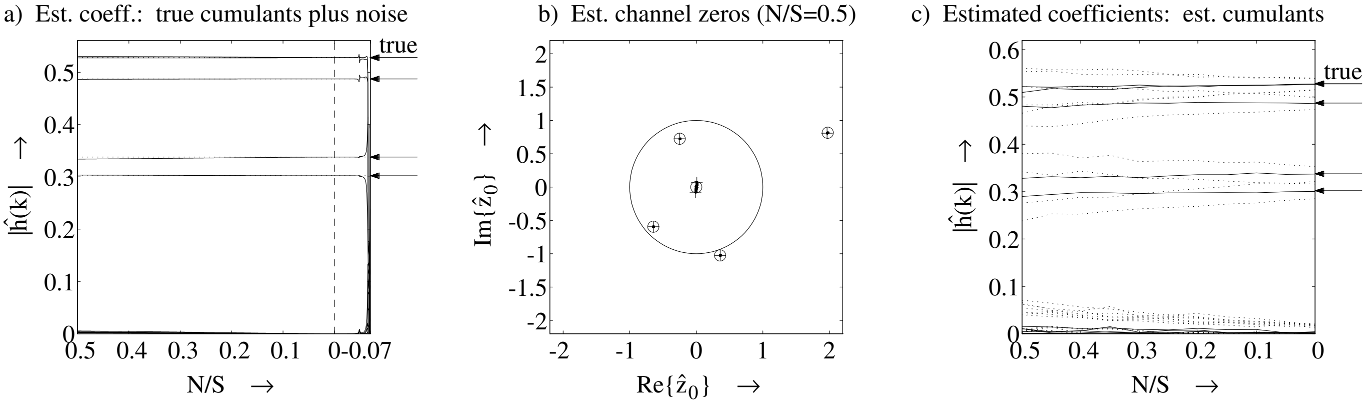

Abbildung 7: EVI-Identifikation unter AWGN-Einfluß

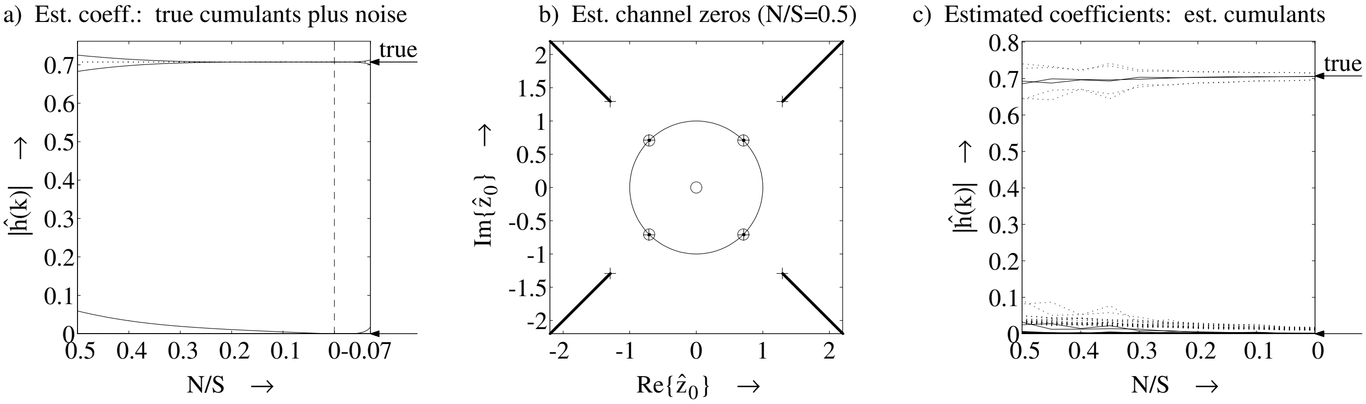

Abbildung 8: Schätzung eines kritischen Kanals unter AWGN-Einfluß

die im Falle eines idealen Referenzsystems $f(k)$ gleich einem Einheitsimpuls ist. Infolge additiven Rauschens ist das Referenzsystem nicht-ideal und damit $g(k)$ ungleich einem Einheitsimpuls, so daß das Schätzergebnis verfälscht wird. Dennoch zeigt Gleichung (20), daß das geschätzte System die wahren Kanalnullstellen sowie weitere, durch $G(z)$ eingeführte Nullstellen enthält. Der Einfluß dieser zusätzlichen Nullstellen ist jedoch sehr klein, da sie weit vom Einheitskreis äquidistant auf konzentrischen Kreisen liegen.

Ist die Autokovarianzfolge des Rauschens bekannt, so kann der Rauscheinfluß kompensiert werden. Die Autokovarianzfolge kann z.B. mittels einer alternativen Methode geschätzt werden, die auf Kumulanten vierter Ordnung beruht [14]. Im Gegensatz zur konventionellen Schätzung der Autokovarianzfolge beinhalten die Schätzungen nach dieser Methode nicht das gaußsche Rauschen. Aus der Differenz der beiden Schätzungen erhält man die Autokovarianz des Rauschens.

Um den Rauscheinfluß zu kompensieren, muß die Matrix $\mathbf{R}_{vv}$ des EVI korrigiert werden. Bei weißem Rauschen muß dessen Leistung nur auf der Hauptdiagonalen abgezogen werden. Um den Einfluß einer *Überkompensierung des Rauschens* abschätzen zu können, wurden in den Abbildungen 7a und 8a *negative N/S-Verhältnisse* einbezogen. Bild 7a verdeutlicht, daß eine Überkompensierung der Rauschleistung zu starken Einbußen bei der Schätzqualität führen kann.

4 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden geschlossene Lösungen für die blinde Entzerrung und die blinde Kanalschätzung entwickelt. Eine besondere Rolle spielte hierbei die Einführung eines Referenzsystems, mit dem es gelang, die in den Zielfunktionen enthaltenen Kumulanten vierter Ordnung in eine quadratische Abhängigkeit von der Entzerrer-Impulsantwort zu überführen. Für die blinde Entzerrung und die Systemidentifikation ergaben sich jeweils Eigenwertprobleme. Auf der Grundlage dieser geschlossenen Lösungen wurden adaptive Algorithmen entwickelt, in deren Mittelpunkt die iterative Einstellung eines günstigen Referenzsystems steht. Es wurde gezeigt, daß der blinde Entzerrungsalgorithmus EVA für PSK-Signale fast die Konvergenzgeschwindigkeit des optimalen RLS-Algorithmus erreicht. Der blinde Algorithmus EVI zur Systemidentifikation wurde mit einem aus der Literatur bekannten LS-Algorithmus verglichen; hierbei zeigte sich die deutliche Überlegenheit des Eigenvektor-Algorithmus.

Abschließend wurde der Einfluß additiver Rauschstörungen auf die Kanalschätzung untersucht. Es wurde gezeigt, daß dieser Einfluß auf die EVI-Lösung äußerst gering ist: Bei Signal-Störverhältnissen von mehr als 3dB wird eine weitgehend erwartungstreue Schätzung erreicht.

Gegenwärtige und zukünftige Arbeiten richten sich auf die blinde Schätzung von zeitvarianten Kanälen (Mobilfunkkanälen) sowie auf eine Erweiterung auf allgemeine ARMA-Modelle, in die der hier vorgestellte EVI integriert ist [17, 18].

Der Autor ist der Deutschen Forschungsgemeinschaft zu Dank verpflichtet, die unsere Arbeiten auf dem Gebiet der Statistik höherer Ordnung im Rahmen von zwei Forschungsprojekten fördert. Weiterhin gebührt den in diesen Projekten beschäftigten Mitarbeitern D. Boss und B. Jelonnek Dank. Sie haben durch ihren engagierten Einsatz und ihre Ideen entscheidenden Anteil am Erfolg unserer bisherigen Arbeiten auf diesem Forschungsgebiet. Auch bei der Abfassung des vorliegenden Aufsatzes habe ich von ihnen tatkräftige Unterstützung erhalten.

Postscript-Dateien dieses Artikels sowie weiterer Publikationen zum Gebiet der Statistik höherer Ordnung können per 'anonymous ftp' vom Rechner 'abnt2.et2.tu-harburg.de' abgerufen werden.

Literatur

[1] K.D. Kammeyer, K. Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung – Filterung und Spektralanalyse*, Teubner-Verlag, Stuttgart, 1989

[2] C.L. Nikias, M.R. Raghuveer: *Bispectrum estimation: a digital signal processing framework*, Proc. IEEE, vol. 75, no.7 (1987), pp. 869-891

[3] J. Mendel: *Use of higher-order statistics in signal processing and system theory: an update*, Advanced Algorithms Architectures Signal Processing III, vol. 975 (1988), pp.126-144

[4] C.L. Nikias, J. Mendel: *Signal processing with higher-order spectra*, IEEE Signal Processing magazine, (1993), pp.10-37

[5] D. Godard: *Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems*, IEEE Trans. on Communications, vol. COM-28, no.11 (1980), pp.1867-1875

[6] O. Shalvi, E. Weinstein: *New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems (channels)*, IEEE Trans. on Inform. Thoery, vol 36, no.2 (1990), pp.312-321

[7] B. Jelonnek, K.D. Kammeyer: *A blind adaptive equalizer based on a lattice/all-pass configuration*, EUSIPCO '92, Brussels (1992), pp. 1109-1112

[8] B. Jelonnek, K.D. Kammeyer: *A closed-form solution to blind equalization*, Signal Processing, vol. 36, issue 3 (1994), pp251-259

[9] G. Ungerboeck: *Fractional tap spacing equaliser and consequences for clock recovery in data modems*, IEEE Trans. on Communications, vol. COM-24, no.8 (1976), pp. 856-867

[10] H. Schenk: *Eine allgemeine Theorie der Entzerrung von Datenkanälen mit nichtrekursiven Systemen*, Internat. Journal of Electronics and Communications (AEÜ), vol.30 (1976), pp. 377-380

[11] B. Jelonnek, K.D. Kammeyer: *A unified approach to blind equalization*, submitted to IEEE Trans. on Signal Processing, January 1994

[12] G. Giannakis, J. Mendel: *Identification of nonminimum phase systems using higher order statistics*, IEEE Trans. Acoust. Speech, Sign. Proc.,vol. 37,no.3 (1989), pp. 360-377

[13] B. Jelonnek, K.D. Kammeyer: *Improved methods for the blind system identification using higher order statistics*, IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 40, no.12 (1992), pp.2947-2960

[14] K.D. Kammeyer, B. Jelonnek: *A cumulant zero matching method for the blind system identification*, Internat. Sign. Proc. Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, July 1991, pp. 103-106

[15] K.D. Kammeyer, B. Jelonnek: *A new fast algorithm for blind MA-System identification based on higher order cumulants*, SPIE Conference 'Advanced Signal Processing: Algorithms, Architectures and Implementations V', San Diego, July 1994

[16] B. Jelonnek, K.D. Kammeyer: *Eigenvector algorithm for blind MA-system identification*, submitted to IEEE Trans. on Signal Processing, January 1994

[17] D. Boss, K.D. Kammeyer: *Blind estimation of ARMA systems*, Proc. EUSIPCO-94, Edinburgh, Scotland, September 1994

[18] D. Boss, K.D. Kammeyer: *Statistical analysis of cumulant estimation errors with regard to an efficient blind ARMA identification*, ATHOS workshop on Higher Order Statistics in Signal Processing, Edinburgh, Scotland, September 1994