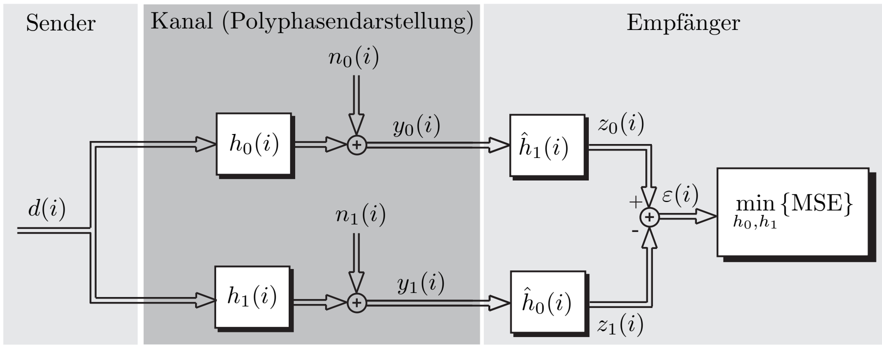

Bild 14.2.4: Polyphasendarstellung zur Herleitung des SRM-Verfahrens ($w = 2$)

mit der Nebenbedingung nicht verschwindender Koeffizientenenergie, um den Trivialfall einer Nullösung zu vermeiden.

$$F_{\mathrm{MSE}} = \mathrm{E}\{|Z_0(i) - Z_1(i)|^2\} = \mathrm{E}\{|\mathbf{Y}_0^T\hat{\mathbf{h}}_1 - \mathbf{Y}_1^T\hat{\mathbf{h}}_0|^2\} \tag{14.2.3a}$$

$$E_h = \hat{\mathbf{h}}_0^H\,\hat{\mathbf{h}}_0 + \hat{\mathbf{h}}_1^H\,\hat{\mathbf{h}}_1 = \text{const.} \tag{14.2.3b}$$

Die Ausmultiplikation von (14.2.3a) liefert die $(\hat{\ell} \times \hat{\ell})$-Auto- und Kreuzkorrelationsmatrizen

$$\mathbf{R}_{Y_0Y_0} = \mathrm{E}\{\mathbf{Y}_0^*\mathbf{Y}_0^T\}, \quad \mathbf{R}_{Y_1Y_1} = \mathrm{E}\{\mathbf{Y}_1^*\mathbf{Y}_1^T\} \tag{14.2.4a}$$

$$\mathbf{R}_{Y_0Y_1} = \mathrm{E}\{\mathbf{Y}_0^*\mathbf{Y}_1^T\}, \quad \mathbf{R}_{Y_1Y_0} = \mathrm{E}\{\mathbf{Y}_1^*\mathbf{Y}_0^T\}. \tag{14.2.4b}$$

Damit lautet die MSE-Zielfunktion

$$F_{\mathrm{MSE}} = \hat{\mathbf{h}}_1^H\mathbf{R}_{Y_0Y_0}\hat{\mathbf{h}}_1 + \hat{\mathbf{h}}_0^H\mathbf{R}_{Y_1Y_1}\hat{\mathbf{h}}_0 - \hat{\mathbf{h}}_1^H\mathbf{R}_{Y_0Y_1}\hat{\mathbf{h}}_0 - \hat{\mathbf{h}}_0^H\mathbf{R}_{Y_1Y_0}\hat{\mathbf{h}}_1. \tag{14.2.5a}$$

Fasst man die beiden gesuchten Impulsantworten zu einem Vektor zusammen, so findet man die kompaktere Form

$$F_{\mathrm{MSE}} = [\hat{\mathbf{h}}_0^H\ \hat{\mathbf{h}}_1^H] \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{Y_1Y_1} & -\mathbf{R}_{Y_0Y_1}^H \\ -\mathbf{R}_{Y_0Y_1} & \mathbf{R}_{Y_0Y_0} \end{bmatrix}}_{\triangleq\,\mathbf{R}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{h}}_0 \\ \hat{\mathbf{h}}_1 \end{bmatrix}}_{\triangleq\,\hat{\mathbf{h}}}. \tag{14.2.5b}$$

Zur Minimierung der MSE-Zielfunktion unter der Nebenbedingung (14.2.3b) nutzt man die schon in Abschnitt 13.4, Seite 517ff, angewendete Lagrangesche Multiplikatorenregel, indem man die um die Nebenbedingung erweiterte Zielfunktion

$$\hat{F}_{\mathrm{SRM}} = \mathbf{h}^H\,\mathbf{R}\,\mathbf{h} - \lambda\,(\mathbf{h}^H\mathbf{h} - E_h) \Rightarrow \min_{\mathbf{h}} \tag{14.2.6}$$

aufstellt. Die Minimierung erfolgt durch Nullsetzen der Ableitung nach $\mathbf{h}^H$, woraus das Eigenwertproblem

$$\mathbf{R}\,\hat{\mathbf{h}} = \lambda\,\hat{\mathbf{h}} \tag{14.2.7}$$

folgt.