normieren.
Erzeugen Sie nun ein weißes gaußverteiltes Rauschsignal $x(k)$, das als Eingangssignal für das entworfene System gilt. Legen Sie die Länge von $x(k)$ mit $4096 + N_{syst}$ fest. Erregen Sie das entworfene System mit $x(k)$. Entfernen Sie dann von $x(k)$ und vom Ausgangssignal $y(k)$ Ein- und Ausschwinganteile.

b) Bestimmen Sie mittels `kkf` die Kreuzkorrelierte von $x(k)$ und $y(k)$ im Zeitintervall $|\kappa| \leq 10$ und überprüfen Sie die Eigenschaft 13 in Tabelle 1.1.4 auf Seite 8, indem Sie die Impulsantwort gegenüberstellen.

c) Ermitteln Sie aus der unter Aufgabenteil a) geschätzten Kreuzkorrelationsfolge die Übertragungsfunktion $H(\mathrm{e}^{j\Omega})$ des Systems. Stellen Sie ihren Betrag graphisch dar und vergleichen Sie diese Schätzung mit dem wahren Betragsfrequenzgang. Tragen Sie weiterhin eine aus der *Auto*korrelationsfolge $\hat{r}_{YY}(\kappa)$ abgeleitete Betragsübertragungsfunktion des Systems ein. Berechnen Sie aus der KKF-Schätzung von $H(\mathrm{e}^{j\Omega})$ die Gruppenlaufzeit des Systems $\tau_g(\Omega)$ – hierzu steht Ihnen die Routine `gruplauf` zur Verfügung – und vergleichen Sie das Ergebnis mit der wahren Gruppenlaufzeit.

d) Abschließend wird eine Systemidentifikation unter additivem Rauscheinfluß untersucht. Hierzu ist ein weißes gaußverteiltes Rauschsignal zu erzeugen und dem System-Ausgangssignal zu überlagern; dabei soll ein Signal-Störabstand von 6 dB realisiert werden. Führen Sie erneut eine Systemschätzung mit Hilfe der Kreuzkorrelierten durch und stellen Sie den daraus gewonnenen Betragsfrequenzgang sowie den theoretischen Verlauf dar. Ermitteln Sie wie unter Aufgabenteil c) eine Schätzung des Betragsfrequenzgangs aus der *Auto*korrelationsfolge am Systemausgang und stellen Sie diese gegenüber. Interpretieren Sie die Ergebnisse.

Lösung Aufgabe 1.1.1

Aufgabenteil a)
Die Fouriertransformierte des einseitigen, kausalen, reellen Exponentialimpulses lautet für $\alpha > 0$

$$\mathcal{F}\{x_{ex+}(t)\} = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\alpha t} \cdot \mathrm{e}^{-j\omega t} dt = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-(\alpha + j\omega)t} dt = \frac{1}{\alpha + j\omega}. \tag{1.1.17}$$

Zur Herleitung einer allgemeinen Beziehung für $\mathcal{F}\{x(-t)\}$ schreibt man

$$\mathcal{F}\{x(-t)\} \quad = \quad \int_{-\infty}^{\infty} x(-t) \cdot \mathrm{e}^{-j\omega t} dt = \int_{+\infty}^{-\infty} x(t') \cdot \mathrm{e}^{-j\omega(-t')}(-dt')$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t') \cdot \mathrm{e}^{-j(-\omega)t'} dt' = X(-j\omega). \tag{1.1.18}$$

Die symmetrische zweiseitige Exponentialfunktion läßt sich durch eine kausale und eine antikausale Exponentialfunktion ausdrücken.

$$x_{ex\pm}(t) = \mathrm{e}^{-\alpha|t|} = x_{ex+}(t) + x_{ex+}(-t)$$

Wegen der Linearitätseigenschaft können auch die zugehörigen Fouriertransformierten überlagert werden

$$X_{ex\pm}(j\omega) = X_{ex+}(j\omega) + X_{ex+}(-j\omega) = \frac{1}{\alpha + j\omega} + \frac{1}{\alpha - j\omega} = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}, \tag{1.1.19}$$

womit die in Tabelle 1.1.3 angegebene Korrespondenz bestätigt ist.

Aufgabenteil b)
Der Impuls $x_{ex+}(t)$ ist in **Bild 1.1.1a** dargestellt, der Betrag des mittels f_trafo errechneten Spektrums in **Bild 1.1.1b**. Die leichten Abweichungen gegenüber dem nach (1.1.17) exakt berechneten Spektrum erklären sich mit der Verletzung des Abtasttheorems: Trotz der hohen gewählten Abtastfrequenz von $f_A = 50\,\mathrm{kHz}$ ist das Spektrum bei $f_A/2$ noch nicht hinreichend gut abgeklungen.

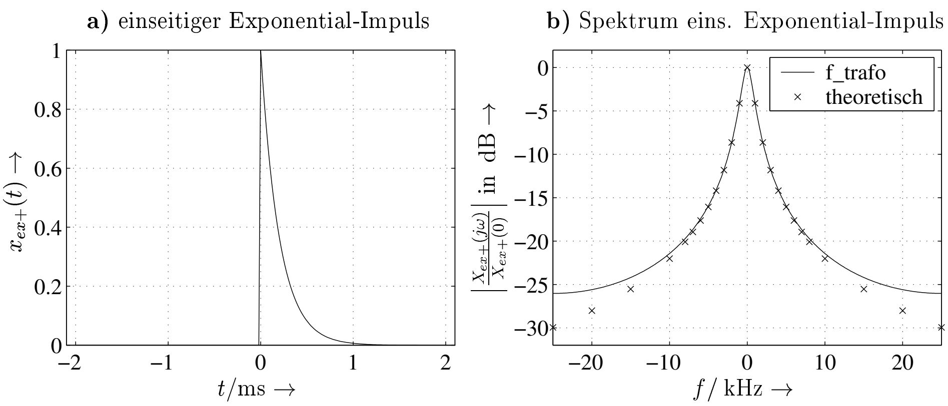

Bild 1.1.1: Einseitiger Exponentialimpuls mit Spektrum

Aufgabenteil c)
Bild 1.1.2a zeigt den unsymmetrischen zweiseitigen Exponentialimpuls ($\alpha = 5/\,\mathrm{ms}$, $\beta = 8/\,\mathrm{ms}$); gegenübergestellt (gestrichelt eingetragen) ist der symmetrische Impuls mit $\alpha = \beta = 5/\,\mathrm{ms}$. Die beiden zugehörigen Spektren zeigt **Bild**