$$\mathbf{R}_{XX} = \begin{pmatrix} r_{XX}(0) & r^*_{XX}(1) & \cdots & r^*_{XX}(n) \\ r_{XX}(1) & r_{XX}(0) & \cdots & r^*_{XX}(n-1) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ r_{XX}(n) & & \cdots & r_{XX}(0) \end{pmatrix}. \tag{7.1.16}$$

Die Autokorrelationsmatrix ist eine *hermitesche Toeplitzmatrix*, d.h. es gilt

$$\mathbf{R}_{XX} = \mathbf{R}^H_{XX}. \tag{7.1.17}$$

Der Vektor $\mathbf{r}_{DX}$ in (7.1.15) ist definiert als

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{DX} &= \mathrm{E}\{[X(i)D^*(i-i_0), X(i-1)D^*(i-i_0), \cdots, X(i-n)D^*(i-i_0)]^T\} \\ &= [r_{DX}(i_0), r_{DX}(i_0-1), \cdots, r_{DX}(i_0-n)]^T; \end{aligned} \tag{7.1.18}$$

er enthält also die Werte der Kreuzkorrelierten zwischen den um i_0 verzögerten Quelldaten („Referenzdaten“) und dem Entzerrer-Eingangssignal.

Die Lösung der Minimierungsaufgabe (7.1.12) erhält man wieder durch quadratische Ergänzung entsprechend der Zero-Forcing-Lösung auf Seite 261. Aus (7.1.15) erhält man unter Konjugation sämtlicher Terme

$$\begin{aligned} &\mathbf{e}^H\mathbf{R}_{XX}\mathbf{e} - \mathbf{e}^H\bar{\mathbf{r}}_{DX} - \bar{\mathbf{r}}^H_{DX}\mathbf{e} + \sigma^2_D = [\mathbf{e}^H\mathbf{R}_{XX} - \bar{\mathbf{r}}^H_{DX}]\mathbf{R}^{-1}_{XX}[\mathbf{R}_{XX}\mathbf{e} - \bar{\mathbf{r}}_{DX}] \\ -\;& \bar{\mathbf{r}}^H_{DX}\mathbf{R}^{-1}_{XX}\bar{\mathbf{r}}_{DX} + \sigma^2_D = \min_{(\mathbf{e})}. \end{aligned} \tag{7.1.19}$$

Minimal wird dieser Ausdruck in Abhängigkeit von $\mathbf{e}$ offenbar, wenn

$$\mathbf{e}^H\mathbf{R}_{XX} - \bar{\mathbf{r}}^H_{DX} = \mathbf{0}^T \quad \text{oder} \quad \mathbf{R}_{XX}\mathbf{e} - \bar{\mathbf{r}}_{DX} = \mathbf{0}$$

gesetzt wird. Die MMSE-Lösung eines Symboltakt-Entzerrers lautet für positiv definite Autokorrelationsmatrizen

$$\mathbf{e} = \mathbf{R}^{-1}_{XX}\,\bar{\mathbf{r}}_{DX}. \tag{7.1.20}$$

Die verbleibende Fehlerleistung am Entzerrerausgang ergibt sich aus (7.1.19)

$$\min\{\mathrm{E}\{|Y(i) - D(i-i_0)|^2\}\} = \sigma^2_D - \bar{\mathbf{r}}^H_{DX}\mathbf{R}^{-1}_{XX}\bar{\mathbf{r}}_{DX} = \sigma^2_D - \mathbf{e}^H\bar{\mathbf{r}}_{DX}, \tag{7.1.21}$$

wobei sich diese auf Rest-Intersymbolinterferenz und Entzerrer-Ausgangsrauschen so verteilt, daß sie insgesamt minimal wird.

Aufschlußreich ist ein Vergleich zwischen der MMSE-Lösung (7.1.20) und der Zero-Forcing-Lösung (7.1.9), S. 261. Im rauschfreien Fall gilt für die Autokorrelationsmatrix des Kanal-Ausgangssignals für unkorrelierte Quelldaten $\mathbf{R}_{XX} = \sigma^2_D \cdot \mathbf{H}^H\mathbf{H}$.