Erfüllt das Gesamtsystem die erste Nyquistbedingung, so ist das ungestörte Empfangsfilter-Ausgangssignal nach der Symbolabtastung für die Normierung $T\,g(T_0) = 1$ identisch mit den verzögerten Sendedaten:

$$r_0(iT) = T\,g(T_0) \cdot d(i - i_0) = d(i - i_0). \tag{8.3.20b}$$

An die Datenwerte d_0 und d_1 sowie an ihre Auftrittswahrscheinlichkeiten seien zunächst keine speziellen Bedingungen geknüpft. Es wird nun eine additive Rauschstörung auf dem Übertragungswege gemäß Bild 8.3.1 angenommen; am Empfangsfilterausgang erscheint dann die Rauschgröße $n(iT)$, der wir einen weißen Prozess[8] mit der Verteilungsdichtefunktion $p_N(n)$ zuordnen wollen. Damit lassen sich zwei *bedingte Verteilungsdichtefunktionen* formulieren in Abhängigkeit davon, ob das aktuelle Datum d_0 oder d_1 empfangen wird. Es wird noch unterstellt, dass der Rauschprozess $N(iT)$ unabhängig vom Datensignal ist. Es gilt

$$p_{R|d_0}(r) \;\stackrel{\Delta}{=}\; p_0(r) = p_N(r - d_0); \;\; \text{Signalverteilung, falls } d(i) = d_0 \tag{8.3.21a}$$

$$p_{R|d_1}(r) \;\stackrel{\Delta}{=}\; p_1(r) = p_N(r - d_1); \;\; \text{Signalverteilung, falls } d(i) = d_1. \tag{8.3.21b}$$

Die Verteilungsdichtefunktionen werden in **Bild 8.3.4** verdeutlicht. Dabei wurde zunächst willkürlich eine Schwelle S für den Datenentscheider eingetragen, die im folgenden hinsichtlich minimaler Fehlerwahrscheinlichkeit optimiert werden soll. Dazu werden zunächst die bedingten Wahrscheinlichkeiten von Fehlentscheidungen Q_0 und Q_1 unter den beiden möglichen Annahmen für die aktuellen Daten formuliert.

$$d(i) = d_0 \qquad \Rightarrow \qquad Q_0 = \int_{+S}^{\infty} p_0(r)\,dr \tag{8.3.22a}$$

$$d(i) = d_1 \qquad \Rightarrow \qquad Q_1 = \int_{-\infty}^{S} p_1(r)\,dr \tag{8.3.22b}$$

Mit der Definition der *A-priori-Wahrscheinlichkeiten* der Daten[9] d_0 und d_1

$$P_0 \stackrel{\Delta}{=} \Pr\{D(i) = d_0\}, \quad P_1 \stackrel{\Delta}{=} \Pr\{D(i) = d_1\} \tag{8.3.23}$$

lässt sich für die Bitfehlerwahrscheinlichkeit am Entscheiderausgang schreiben

$$P_b = P_0 \cdot Q_0 + P_1 \cdot Q_1 = P_0 \int_S^{\infty} p_0(r)\,dr + P_1 \int_{-\infty}^{S} p_1(r)\,dr. \tag{8.3.24}$$

Allgemein gilt

$$\int_S^{\infty} p_0(r)\,dr = 1 - \int_{-\infty}^{S} p_0(r)\,dr,$$

[8] Das Rauschsignal am Empfangsfilter-Ausgang ist nach der Symbolabtastung dann weiß, wenn das Empfangsfilter eine Wurzel-Nyquist-Charakteristik aufweist (siehe hierzu die Betrachtungen in Abschnitt 12.1.1, Bild 12.1.2).

[9] $\Pr\{\mathcal{A}\}$ bezeichnet die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $\mathcal{A}$.