

9.3.2 Spektren orthogonaler FSK-Signale

Als nichtlineare Modulationsarten wurden in Abschnitt 9.2 die FSK-Modulation mit der orthogonalen Spezialform MSK, das GMSK und schließlich allgemeine Formen der CPM eingeführt. Die Berechnung der Spektren solcher Modulationssignale ist erheblich komplizierter als bei den linearen Modulationsarten, insbesondere deshalb, weil aufgrund der Phasenkontinuitätsbedingung ein Gedächtnis in diese Signale eingebracht wird. In der Literatur werden verschiedene Methoden der Spektralanalyse nichtlinearer Modulationssignale diskutiert (vgl. z.B. [Pan65, AAS86, Pro01]). Wir wollen zunächst die einfacheren Fälle zweier orthogonaler FSK-Verfahren geschlossen behandeln und anschließend im nächsten Abschnitt für allgemeine CPM eine numerische Lösungsmethode angeben.

MSK. Dieses Verfahren wurde ursprünglich unter die nichtlinearen Modulationsformen eingeordnet, da es sich um eine Sonderform der CPFSK-Modulation mit dem speziellen Modulationsindex $\eta = 0,5$ handelt. In Abschnitt 9.2.2 stellte sich jedoch heraus, dass es als eine besondere Form der Offset-QPSK interpretiert werden kann – also als *lineares* Modulationsverfahren – so dass eine geschlossene Berechnung des Leistungsdichtespektrums relativ einfach möglich ist. Für die Komplexe Einhüllende gilt (9.2.17), wobei für den Elementarimpuls $g_{\text{MSK}}(t)$ ein Kosinus-Impuls anzusetzen ist.

$$g_{\text{MSK}}(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} \cos(\pi t/2T) & \text{für } -T \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (9.3.12)$$

Für das Spektrum dieses Impulses ergibt sich

$$G_{\text{MSK}}(j\omega) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\cos(\omega T)}{1 - (\omega T \cdot 2/\pi)^2} \quad (9.3.13a)$$

und für die spektrale Leistungsdichte

$$S_{SS_{\text{MSK}}}(j\omega) = \frac{16T}{\pi^2} \cdot \left[\frac{\cos(\omega T)}{1 - (\omega T \cdot 2/\pi)^2} \right]^2. \quad (9.3.13b)$$

In **Bild 9.3.1** ist diese Spektralfunktion wiedergegeben. Zum Vergleich ist das Spektrum eines QPSK- (bzw. OQPSK-) Signals mit Rechteck-Impulsformung gegenübergestellt. Die Frequenzachse wurde auf $1/T_{\text{bit}}$ normiert, wobei zu berücksichtigen ist, dass im Falle von MSK $T = T_{\text{bit}}$ gilt, während bei QPSK $T_{\text{bit}} = T/2$ beträgt. Man sieht, dass die Bandbreite zwischen den ersten Nulldurchgängen bei QPSK geringer ist als bei MSK (QPSK: $\Delta f \cdot T = \pm 0,5$; MSK: $\Delta f \cdot T = \pm 0,75$), während sich im weiteren Verlauf der Spektren für MSK ein schnellerer Abfall ergibt.

FSK mit dem Modulationsindex eins. In dem hier betrachteten Sonderfall der FSK beträgt der Phasenhub während eines Symbolintervalls π (vgl. **Bild 9.3.2**). Ein solches Signal ist daher mit Hilfe zweier getrennter komplexer Oszillatoren zu realisieren, die jeweils die Frequenzen

$$f_+ = 1/2T \quad \text{und} \quad f_- = -1/2T$$