

halber ein gedächtnisfreier Kanal angenommen wird, Intersymbol-Interferenzen also ausgeklammert werden.

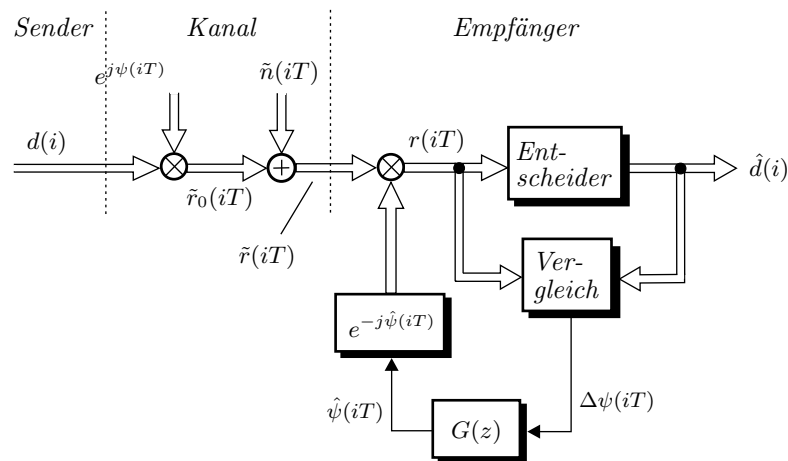
Hierbei beschreibt  $\tilde{n}(iT)$  die zu den Zeitpunkten  $t = iT$  abgetastete additive Rauschgröße am Matched-Filter-Ausgang; **vor der endgültigen Phasenkorrektur**  $\psi(iT)$  fasst die vorhandenen Phasenstörungen zusammen, also

$$\psi(iT) = \Delta\omega T \cdot i + \psi_j(iT), \quad \psi_j(iT) \hat{=} \text{Phasenjitter.} \quad (10.3.14)$$

Die Wirkung des Kanalrauschens auf die Phasenschätzung lässt sich wie folgt formulieren: Am Entscheidereingang ist das Rauschsignal

$$n(iT) = \tilde{n}(iT) \cdot e^{-j\hat{\psi}(iT)} \quad (10.3.15)$$

überlagert, dessen statistische Eigenschaften gegenüber  $\tilde{n}(iT)$  bei langsamen Veränderungen von  $\psi(iT)$  unverändert sind (vgl. Rotationsinvarianz schwach stationärer komplexer Prozesse, Seite 43). Die Schätzung der Phasenabweichung unter Rauschein-



**Bild 10.3.6:** Symboltakt-Modell eines Übertragungssystems

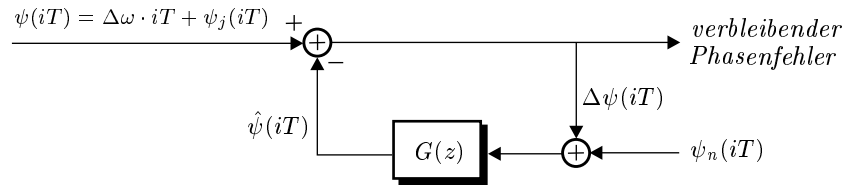
fluss ergibt mit (10.3.12) für  $\hat{d}(i) = d(i)$

$$\begin{aligned} \frac{1}{|d(i)|^2} \cdot \text{Im}\{r(iT) \cdot d^*(i)\} &= \frac{1}{|d(i)|^2} \cdot \text{Im}\{[\tilde{r}_0(iT) + n(iT)] \cdot d^*(i)\} \\ &= \sin(\Delta\psi(iT)) + \text{Im}\left\{\frac{n(i)}{d(i)}\right\} \approx \Delta\psi(iT) + \psi_n(iT). \end{aligned} \quad (10.3.16)$$

Betrachtet man die Nutzdaten und das Kanalrauschen als Zufallsprozesse  $D(i)$  und  $N(iT)$  und nimmt deren statistische Unabhängigkeit an, so erhält man für die Leistung des Phasenrauschens infolge  $N(iT)$

$$\sigma_{\psi_n}^2 = \frac{\sigma_N^2}{2} \cdot \text{E} \left\{ \frac{1}{|D(i)|^2} \right\}; \quad (10.3.17)$$

für ein QPSK-Signal gilt z.B.  $\sigma_{\Psi_n}^2 = \sigma_N^2/2$ . Aus den vorangegangenen Betrachtungen ist das in **Bild 10.3.7** wiedergegebene linearisierte Ersatzsystem für den Phasenregelkreis abzuleiten.



**Bild 10.3.7:** Linearisiertes Ersatzsystem für den Phasenregelkreis

### 10.3.4 Statischer Phasenfehler infolge Frequenzverwerfung

Aus dem linearen Ersatzsystem sind auf einfache Weise die verschiedenen Komponenten des nach der Regelung verbleibenden Phasenfehlers zu errechnen. Wir betrachten zunächst den Einfluss einer *Frequenzverwerfung* und setzen dazu

$$\psi(iT) = \Delta\omega T \cdot i; \quad (10.3.18a)$$

die Z-Transformierte dieses Eingangssignals des Phasenregelkreises ist

$$Z\{\psi(iT)\} = \Delta\omega T \cdot \frac{z}{(z-1)^2}. \quad (10.3.18b)$$

Die Z-Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises lautet

$$F(z) = \frac{1}{1+G(z)}. \quad (10.3.19a)$$

Setzt man ein *Schleifenfilter 1. Ordnung* gemäß (10.3.13) an, so ergibt sich hieraus

$$F_1(z) = \frac{z-1}{z-1+a_0}. \quad (10.3.19b)$$

Zur Sicherstellung der Stabilität des Phasenregelkreises muss für den Koeffizienten  $a_0$  gelten

$$0 < a_0 < 2. \quad (10.3.19c)$$

Am Ausgang des Phasenregelkreises 1. Ordnung erhält man mit (10.3.18b) und (10.3.19b)

$$Z\{\Delta\psi(iT)\} = \Delta\omega T \cdot \frac{z}{(z-1)(z-1+a_0)}, \quad (10.3.20)$$

woraus sich durch Anwendung des Endwertsatzes [KK02] der Z-Transformation der folgende statische Phasenfehler ergibt:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta\psi} &= \lim_{i \rightarrow \infty} \Delta\psi(iT) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \cdot Z\{\Delta\psi(iT)\} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{\Delta\omega T z}{z-1+a_0} \\ \overline{\Delta\psi} &= \frac{\Delta\omega T}{a_0}. \end{aligned} \quad (10.3.21)$$