

Verlauf ist zufällig. Solche *stochastischen Signale* sind nur durch ihre Statistik, also durch bestimmte Erwartungswerte oder Wahrscheinlichkeiten, festgelegt. Ändert sich die Statistik mit der Zeit nicht, so nennt man den Prozess *stationär*. Neben den rauschartigen Störsignalen sind auch die Nutzsignale von zufälliger Natur, da ja unbekannte (zufällige) Nachrichten zum Empfänger übermittelt werden. Führt man an einem stochastischen Prozess individuelle Messungen durch, so erhält man sogenannte *Musterfunktionen* – verschiedene einem stationären Prozess entnommene Musterfunktionen weisen völlig unterschiedliche, eben zufällige zeitliche Verläufe auf, wobei jeweils die gleiche Statistik zugrunde liegt.

Im Folgenden ist zwischen dem abstrakten Prozess, also der Gesamtheit aller möglichen Musterfunktionen, und seinen Realisierungen, d.h. den individuell gemessenen Musterfunktionen, begrifflich zu unterscheiden. Im Rahmen dieses Buches werden

- Prozesse durch Großbuchstaben, z.B. $N(t)$
- Musterfunktionen durch Kleinbuchstaben, z.B. $n(t)$

gekennzeichnet.

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Die Betrachtung des Prozesses zu einem vorgegebenen Zeitpunkt t_1 führt zu der Zufallsvariablen $N(t_1)$. Für die Zufallsvariable kann die *Amplitudenverteilung* angegeben werden, die als Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion definiert ist⁸.

$$p_N(n, t_1) = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta n} \Pr\{n < N(t_1) \leq n + \Delta n\} \quad (1.6.1a)$$

Ist der betrachtete Prozess stationär, so ergibt sich für jeden Zeitpunkt die gleiche Verteilung; vereinfachend kann man dann schreiben

$$p_N(n) = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta n} \Pr\{n < N \leq n + \Delta n\}. \quad (1.6.1b)$$

Wichtig ist noch die *Verbund-Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion*, kurz die Verbunddichte, zweier oder mehrerer Zufallsvariablen. Für die beiden Variablen N_1 und N_2 schreiben wir⁹

$$p_{N_1, N_2}(n_1, n_2) = \Pr\{n_1 < N_1 \leq n_1 + \Delta n, n_2 < N_2 \leq n_2 + \Delta n\}; \quad (1.6.2a)$$

für *statistisch unabhängige* Zufallsvariablen gilt insbesondere

$$p_{N_1, N_2}(n_1, n_2) = p_{N_1}(n_1) \cdot p_{N_2}(n_2). \quad (1.6.2b)$$

Mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion können verschiedene Erwartungswerte (Mittelwerte) definiert werden.

- *linearer Mittelwert (Moment erster Ordnung):*

$$E\{N\} \triangleq m_N = \int_{-\infty}^{\infty} n \cdot p_N(n) \, dn \quad (1.6.3a)$$

⁸ $\Pr\{\mathcal{E}\}$ gibt die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses \mathcal{E} an.

⁹ $\Pr\{\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2\}$ beschreibt die Verbundwahrscheinlichkeit der Ereignisse \mathcal{E}_1 und \mathcal{E}_2 .