Die $\sqrt{M}$-ASK-Symbolfehlerwahrscheinlichkeit lautet damit

$$\begin{aligned} P_{\sqrt{M}\text{-ASK}} &= \frac{1}{\sqrt{M}} \cdot \left[(\sqrt{M}-2) \cdot \operatorname{erfc}\left(\sqrt{A^2 \frac{\bar{E}_S}{N_0}}\right) + 1 \cdot \operatorname{erfc}\left(\sqrt{A^2 \frac{\bar{E}_S}{N_0}}\right) \right] \\ &= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3}{2(M-1)} \frac{\bar{E}_S}{N_0}}\right). \end{aligned} \tag{11.4.43}$$

Die Berechnung der QAM-Symbolfehlerwahrscheinlichkeit erfolgt nun entsprechend dem Vorgehen bei der QPSK in Abschnitt 11.4.4 über die Wahrscheinlichkeit der korrekten Entscheidung. Wegen der Unabhängigkeit von Real- und Imaginärteil des QAM-Signals gilt

$$P_c = \left(1 - P_{\sqrt{M}\text{-ASK}}\right)^2 ; \tag{11.4.44a}$$

für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich daraus

$$P_S|_{M\text{-QAM}} = 1 - \left(1 - P_{\sqrt{M}\text{-ASK}}\right)^2 = P_{\sqrt{M}\text{-ASK}} \cdot (2 - P_{\sqrt{M}\text{-ASK}}). \tag{11.4.44b}$$

Die *Bitfehlerwahrscheinlichkeit* für M-QAM lässt sich aus der $\sqrt{M}$-ASK-Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ermitteln. Bei Verwendung einer Gray-Codierung repräsentieren Real- und Imaginärteil des QAM-Signals jeweils $\sqrt{M}$ bit. Schließt man Fehlentscheidungen zwischen nicht benachbarten Signalpunkten aus, so wird unter Verwendung einer Gray-Codierung bei jedem Fehlerereignis nur 1 bit verfälscht; die ASK-Bitfehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich demgemäß aus

$$P_{b|\sqrt{M}-ASK} \approx \frac{1}{\operatorname{ld}(\sqrt{M})} P_{\sqrt{M}-\text{ASK}} = \frac{2}{\operatorname{ld}(M)} P_{\sqrt{M}-\text{ASK}}. \tag{11.4.45a}$$

Aus Symmetriegründen sind die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten des Realteils und des Imaginärteils des QAM-Signals gleich, so dass sich nach Einsetzen von (11.4.43) für die M-QAM-Bitfehlerwahrscheinlichkeit

$$P_{b|M-\text{ASK}} = \frac{2}{\operatorname{ld}(M)} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3 \cdot \operatorname{ld}(M)}{2(M-1)} \frac{E_b}{N_0}}\right) \tag{11.4.45b}$$

ergibt. Die Näherung besteht in der Vernachlässigung von Entscheidungsfehlern zwischen nicht benachbarten Signalpunkten.

Tabelle 11.4.5: E_b/N_0-Verlust von M-QAM gegenüber BPSK bei gleicher Bitfehlerwahrscheinlichkeit $P_b = 10^{-5}$

M	4	16	64
$\Delta(E_b/N_0)\vert_{dB}$	0 dB	3,7 dB	8,1 dB

Ein exakter Ausdruck für die Bitfehlerwahrscheinlichkeit ohne Vernachlässigung von Mehrfach-Bitfehlern wird in [Rin98] hergeleitet, der numerisch ausgewertet werden kann. In **Bild 11.4.11** sind die Bitfehlerraten für 4-, 16- und 64-stufige QAM dargestellt.