Für den ersten Faktor in (9.4.21) gilt: Ist der Zustand S_μ zum Zeitpunkt ℓ bekannt, so sind alle übrigen Größen S_ν, $\mathbf{y}(\ell)$, $\mathbf{y}(k<\ell)$ für den Vektor $\mathbf{y}(k>\ell)$ ohne Belang, so daß wir die Wahrscheinlichkeit

$$\beta_\ell(S_\mu) := p\big(\mathbf{y}(k>\ell)\,\big|\,S_\nu, S_\mu, \mathbf{y}(k<\ell), \mathbf{y}(\ell)\big) = p\big(\mathbf{y}(k>\ell)\,\big|\,S_\mu\big) \tag{9.4.22}$$

einführen können. Anschaulich beschreibt $\beta_\ell(S_\mu)$ die Wahrscheinlichkeit, daß mit der Teilfolge $\mathbf{y}(k>\ell)$ zum Zeitpunkt ℓ der Zustand S_μ im Trellisdiagramm angenommen wird. Der mittlere Faktor in (9.4.21) kann in der gleichen Art und Weise modifiziert werden. Er beinhaltet die Übergangswahrscheinlichkeit des Kanals, nämlich die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von $\mathbf{y}(\ell)$ bei einem Zustandswechsel von S_ν nach S_μ. Es gilt

$$\gamma_\ell(S_\nu, S_\mu) := p\big(S_\mu, \mathbf{y}(\ell) \mid S_\nu\big) = p\big(\mathbf{y}(\ell) \mid S_\nu, S_\mu\big) \cdot P(S_\mu|S_\nu)\;. \tag{9.4.23}$$

Der Faktor $p(\mathbf{y}(\ell)|S_\nu, S_\mu)$ beschreibt die Übergangswahrscheinlichkeit des Kanals, die für den AWGN-Kanal analog zu (8.6.12) die Form

$$p\big(\mathbf{y}(\ell) \mid S_\nu, S_\mu\big) = \big(2\pi\sigma_N^2\big)^{-n/2} \cdot \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}(\ell)-\mathbf{z}_{\nu\mu}\|^2}{2\sigma_N^2}\right) \tag{9.4.24}$$

annimmt, wobei $\mathbf{z}_{\nu\mu}$ gemäß Abschnitt 8.6 das zum Zustandsübergang $S_\nu \to S_\mu$ gehörende Codewort beschreibt. Der zweite Term $P(S_\mu|S_\nu)$ in (9.4.23) verkörpert hingegen a-priori-Wissen über das Informationsbit $u(\ell)$, was bei der Decodierung berücksichtigt werden kann. Liegt das a-priori-Wissen in Form des LLR's $L_a(u(\ell))$ vor, so gilt

$$P(S_\mu|S_\nu) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+\exp[-L_a(u(\ell))]} & \text{für } u(\ell)=0 \\ \dfrac{1}{1+\exp[L_a(u(\ell))]} & \text{für } u(\ell)=1 \\ 0 & \text{Übergang existiert nicht}\;. \end{cases} \tag{9.4.25}$$

Abschließend bleibt aus (9.4.21) noch die Verbundwahrscheinlichkeitsdichte $p(S_\nu, \mathbf{y}(k<\ell))$ zu erwähnen, die mit

$$\alpha_{\ell-1}(S_\nu) := p(S_\nu, \mathbf{y}(k<\ell)) \tag{9.4.26}$$

abgekürzt wird. Es ergibt sich also der kompakte Ausdruck

$$L\big(\hat{u}(\ell)\big) = \ln \frac{\sum\limits_{\substack{(S_\nu,S_\mu)\\u(\ell)=0}} \alpha_{\ell-1}(S_\nu)\cdot\gamma_\ell(S_\nu,S_\mu)\cdot\beta_\ell(S_\mu)}{\sum\limits_{\substack{(S_\nu,S_\mu)\\u(\ell)=1}} \alpha_{\ell-1}(S_\nu)\cdot\gamma_\ell(S_\nu,S_\mu)\cdot\beta_\ell(S_\mu)}\;. \tag{9.4.27}$$

Die Summanden aus (9.4.20) lassen sich in drei Anteile gliedern, wobei $\alpha_{\ell-1}(S_\nu)$ die Zeitpunkte $k<\ell$, $\gamma_\ell(S_\nu, S_\mu)$ den aktuellen Zeitpunkt und $\beta_\ell(S_\mu)$ alle nachfol-