und

$$\begin{aligned}\bar{\beta}_{\ell-1}(S_\nu) &= \ln \sum_{S_\mu} \exp\Big[\ln\big(\gamma_\ell(S_\nu,S_\mu)\cdot\beta_\ell(S_\mu)\big)\Big] \\ &= \max_{S_\mu}\big[\bar{\gamma}_\ell(S_\nu,S_\mu)+\bar{\beta}_\ell(S_\nu)\big] + \ln\Big(1+e^{-|\Delta_\ell|}\Big)\ . \end{aligned} \tag{9.4.36}$$

Dabei stellt Δ_ℓ die Differenz der beiden Terme dar, über die die Maximierung vorgenommen wird. Für die Übergangswahrscheinlichkeiten des Kanals ergibt sich mit (9.4.23) und (9.4.24) der Ausdruck

$$\begin{aligned}\bar{\gamma}_\ell(S_\nu,S_\mu) &= \ln\big(\gamma_\ell(S_\nu,S_\mu)\big) \\ &= C - \frac{\|\mathbf{y}(\ell)-\mathbf{z}_{\nu\mu}\|^2}{2\sigma_N^2} + \ln\big(P(S_\mu|S_\nu)\big)\ , \end{aligned} \tag{9.4.37}$$

wobei C eine zu vernachlässigende Konstante ist. Entsprechend erhält man mit den Gleichungen (9.4.4b) und (9.4.4b) für die a-priori-Wahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned}\ln\big(P(S_\mu|S_\nu)\big) &= -\ln\Big(1+e^{\pm L(u)}\Big) \\ &= -\max\big[0,\pm L(u)\big] - \ln\Big(1+e^{-|L(u)|}\Big)\ . \end{aligned} \tag{9.4.38}$$

In (9.4.38) gilt das Pluszeichen, wenn der Übergang $S_\nu \to S_\mu$ zum Informationsbit $u(\ell)=1$ gehört und das Minuszeichen entsprechend für $u(\ell)=0$.

Werden die Korrekturterme in den obigen Gleichungen weggelassen, ergibt sich der sogenannte Max-Log-MAP-Algorithmus. Man kann zeigen, daß die Vorzeichen seiner Ausgangswerte identisch mit denen des Viterbi-Algorithmus sind [RVH95]. Insgesamt ergibt sich für mit dem Max-Log-MAP-Algorithmus für das decodierte Informationsbit der Ausdruck

$$\begin{aligned}L(\hat{u}(\ell)) &= \max_{\substack{(S_\nu,S_\mu)\\ u(\ell)=0}} \big[\bar{\alpha}_{\ell-1}(S_\nu)+\bar{\gamma}_\ell(S_\nu,S_\mu)+\bar{\beta}_\ell(S_\mu)\big] \\ &\quad - \max_{\substack{(S_\nu,S_\mu)\\ u(\ell)=1}} \big[\bar{\alpha}_{\ell-1}(S_\nu)+\bar{\gamma}_\ell(S_\nu,S_\mu)+\bar{\beta}_\ell(S_\mu)\big]\ . \end{aligned} \tag{9.4.39}$$

Für die Initialisierung gilt nun

$$\alpha_0(S_\nu) = \begin{cases} 0 & \text{für } S_\nu = 0 \\ -\infty & \text{für } S_\nu \neq 0 \end{cases} \tag{9.4.40}$$

und

$$\beta_N(S_\mu) = \begin{cases} 0 & \text{für } S_\mu = 0 \\ -\infty & \text{für } S_\mu \neq 0 \end{cases} \tag{9.4.41}$$

bei bekanntem Endzustand. Es gibt auch eine Erweiterung des Viterbi-Algorithmus, den sogenannten SOVA (*Soft Output Viterbi Algorithmus*), welcher ebenfalls Zuverlässigkeitsinformation zu jedem Bit erzeugt [HH89]. Er kann hier jedoch nicht mehr behandelt werden.