

Der in Tabelle 1.1.2 wiedergegebene Faltungssatz bildet die Grundlage der systemtheoretischen Behandlung linearer zeitinvarianter Systeme, sogenannter *LTI*-Systeme (**L**inear **T**ime **I**nvariant). Setzt man für $x_2(t) = x(t)$ das Eingangssignal und für $x_1(t) = h(t)$ die *Impulsantwort* eines LTI-Systems, so berechnet man mit

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau =: h(t) * x(t) \quad \circ\text{---}\bullet \quad Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot H(j\omega) \quad (1.1.5)$$

das System-Ausgangssignal. Die Fouriertransformation ergibt die Multiplikation des Spektrums des Eingangssignals mit der Übertragungsfunktion (Frequenzgang) $H(j\omega)$ des Systems.

Der Frequenzgang wird in der Regel getrennt nach Betrag und Phase angegeben:

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| \cdot e^{j\varphi(\omega)}; \quad \varphi(\omega) = \arg\{H(j\omega)\}. \quad (1.1.6)$$

Als Maß für Phasenverzerrungen wird in der Nachrichtentechnik die *Gruppenlaufzeit* benutzt, die als negative Ableitung der Phase nach der Frequenz definiert ist.

$$\tau_g(\omega) = -\partial\varphi(\omega)/\partial\omega \quad (\text{siehe MATLAB-Routine } \underline{\text{gruplauf}}) \quad (1.1.7)$$

Zur numerischen Ausführung der kontinuierlichen Faltung ist wie bereits bei der Fouriertransformation das Integral zu approximieren; wählt man die Rechteck-Approximation, dann ergibt sich

$$y_c(k \Delta t) \approx \Delta t \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} h_c(\ell \Delta t) x_c(k \Delta t - \ell \Delta t). \quad (1.1.8)$$

Diese Näherungsformel ist, abgesehen vom Skalierungsfaktor Δt , identisch mit der *diskreten Faltung* zweier zeitdiskreter Signale:

$$y_d(k) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} h_d(\ell) x_d(k - \ell). \quad (1.1.9)$$

Man erkennt aus (1.1.5), daß die Impulsantwort eines kontinuierlichen Systems $h_c(t)$ die Dimension $1/\text{Zeit}$ haben muß, wenn $x(t)$ und $y(t)$ dimensionslose Signale sein sollen, während die zeitdiskrete Impulsantwort gemäß (1.1.9) dimensionslos ist. Der Vergleich von (1.1.8) und (1.1.9) führt zu dem Zusammenhang

$$h_c(k \Delta t) = \frac{1}{\Delta t} h_d(k). \quad (1.1.10)$$

Die beiden Beziehungen (1.1.8) und (1.1.9) werden durch die Routine faltung realisiert; die Besonderheit besteht darin, daß mit diesem Programm (im Gegensatz zum MATLAB-Standard-Befehl conv) auch nichtkausale Signale verarbeitet werden können, indem die den Signalen zugeordneten Zeitvektoren mit übergeben werden.