

wobei \mathbf{W}_{22}^+ die Pseudoinverse von \mathbf{W}_{22} bezeichnet.⁶ Eingesetzt in (16.3.9b) erhält man für den nichtverschwindenden Anteil der Impulsantwort

$$\tilde{\mathbf{h}}_1 = (\mathbf{W}_{11} - \mathbf{W}_{12}\mathbf{W}_{22}^+\mathbf{W}_{21})\hat{\mathbf{H}}_b \quad (16.3.9d)$$

Diese Teilimpulsantwort ist mit der gesuchten Übertragungsfunktion über die DFT verknüpft, die durch die Multiplikation mit der Matrix \mathbf{W}_{11}^H beschrieben wird. Für die rauschreduzierte Schätzung der belegten Subträger erhält man schließlich

$$\hat{\mathbf{H}}_b = \mathbf{W}_{11}^H \cdot \tilde{\mathbf{h}}_1 = \mathbf{W}_{11}^H \cdot (\mathbf{W}_{11} - \mathbf{W}_{12}\mathbf{W}_{22}^+\mathbf{W}_{21}) \cdot \hat{\mathbf{H}}_b. \quad (16.3.10)$$

Die im vorliegenden Abschnitt diskutierte Präambel-basierte Kanalschätzung geht davon aus, dass die Kanal-Übertragungsfunktion während eines Datenblockes konstant ist. Ist dies nicht der Fall, so muss – basierend auf der initialen Schätzung – eine Nachführung der Kanalschätzung erfolgen. In [Sch01] wird hierzu ein Verfahren angegeben, das auf dem bereits früher diskutierten *Turbo-Prinzip* fußt (vergleiche Seite 553ff). Dazu wird der gesamte Datenblock in kürzere Teilblöcke zerlegt. Mit Hilfe der vorangestellten Trainings-symbole wird eine erste initiale Kanalschätzung durchgeführt, die die Entzerrung, Demodulation und Decodierung des ersten Datenblockes ermöglicht. Die hieraus gewonnenen Daten können als Pseudo-Pilotdaten betrachtet und für eine erneute Kanalschätzung verwendet werden. Der Vorgang wird mehrfach wiederholt, um die Anzahl der noch vorhandenen Entscheidungsfehler zu minimieren. Die schließlich erreichte Kanalschätzung wird als Startwert für den nächsten Datenblock benutzt. **Bild 16.3.5** veranschaulicht das Grundprinzip der iterativen OFDM-Kanalschätzung. Eine effiziente alternative Lösung für zeitvariante Kanäle stellt die in [Don99] vorgeschlagene prädiktive Kanalschätzung dar.

*** Beginn der revidierten Fassung ***

16.3.3 Pilotträger in Zeit- und Frequenzrichtung

Grundsätzlich andere Verhältnisse gegenüber der blockweisen WLAN-Übertragung liegen im Falle einer kontinuierlichen Signalübertragung vor. Ein typisches Beispiel hierfür ist das digitale Fernsehen DVB-T; hier muss eine fortlaufende Kanalschätzung stattfinden. An die Stelle einer Präambel treten regelmäßig in Zeit- und Frequenzrichtung angeordnete Pilotträger (*Scattered Pilots*); **Bild 16.3.6** zeigt hierfür ein Beispiel.

Die Positionierung der Pilotträger muss sich am Abtasttheorem orientieren, wobei dieses sowohl in Zeit- als auch Frequenzrichtung anzuwenden ist. Der *zeitliche* Abstand Δt_{Pi} von Pilotsymbolen muss geringer sein als der Kehrwert der zweifachen maximalen Dopplerfrequenz:

$$\Delta t_{\text{Pi}} = \Delta i_{\text{Pi}}(T_S + T_G) < \frac{1}{2f_{D\text{max}}} \Rightarrow \Delta i_{\text{Pi}} = \frac{1}{2f_{D\text{max}}(T_S + T_G)}. \quad (16.3.11a)$$

⁶Zur Verbesserung der numerischen Stabilität kann die Pseudoinverse \mathbf{W}_{22}^+ durch den Ausdruck $(\mathbf{W}_{22}^H \mathbf{W}_{22} + \gamma^2 \mathbf{I})^{-1} \cdot \mathbf{W}_{22}^H$ ersetzt werden, wobei γ^2 eine kleine Gewichtskonstante ist [Sch01].

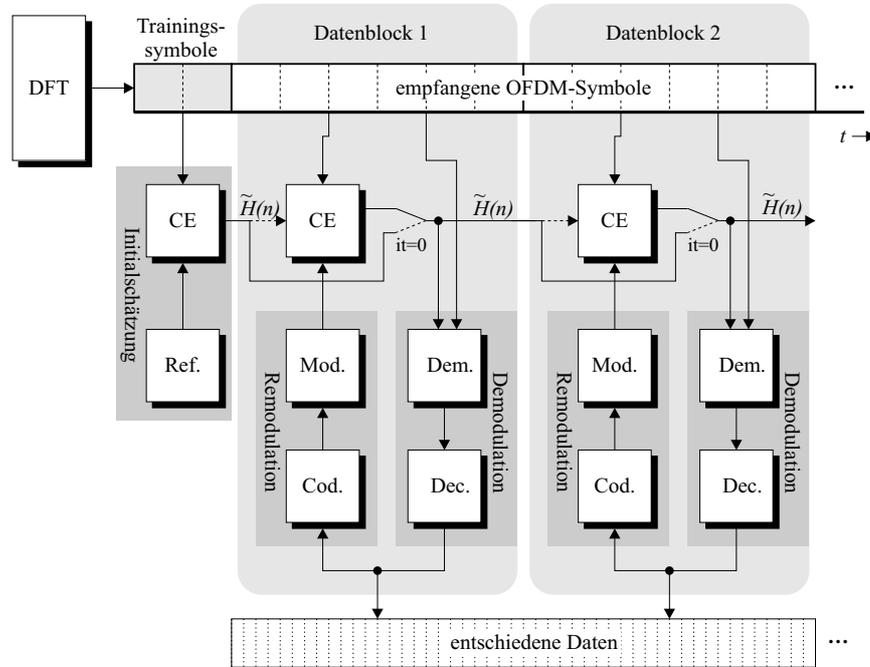


Bild 16.3.5: Turbo-Kanalschätzung bei OFDM

(CE \triangleq Kanalschätzung einschließlich Rauschunterdrückung)

Der Abstand der Pilotfrequenzen sollte bei einer maximalen Dauer τ_{\max} der Impulsantwort

$$\Delta f_{\text{Pi}} = \frac{\Delta n_{\text{Pi}}}{T_S} < \frac{1}{\tau_{\max}} \Rightarrow \Delta n_{\text{Pi}} < \frac{T_S}{\tau_{\max}} \quad (16.3.11b)$$

betragen.

Beispiel. Wir orientieren uns am DVB-T-2K-Mode (siehe Tabelle 16.6.3) und wählen für die Kernsymboldauer $T_S = 256 \mu\text{s}$ mit einer Guardzeit von $T_G = 64 \mu\text{s}$. Nehmen wir eine maximale Dopplerfrequenz von 150 Hz an, so gilt für den zeitlichen Abstand der Pilotsymbole

$$\Delta i_{\text{Pi}} < \frac{10^3}{2 \cdot 150 \cdot 0,32} = 10,42 \Rightarrow \Delta i_{\text{Pi}} \leq 10.$$

Gemäß der Festlegung des Guardintervalls muss die maximale Länge der Kanalimpulsantwort unterhalb von $\tau_{\max} = 64 \mu\text{s}$ liegen; für den minimalen Abstand der Pilotträgerfrequenzen gilt damit

$$\Delta n_{\text{Pi}} \leq \frac{256}{64} = 4.$$

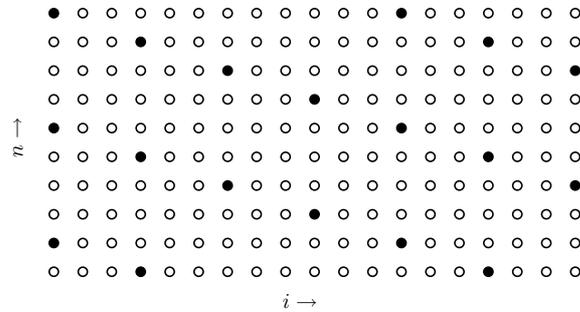


Bild 16.3.6: Beispiel für eine diagonale Pilotanordnung in Zeit- und Frequenzrichtung (DVB-T, 2K-Mode)

Aufgrund des Rasters von Pilot-Stützwerten können die frequenz- und zeitabhängigen Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion $H(n, i)$ durch zweidimensionale Interpolation ermittelt werden [Hoe91, HKR97, vNP00, SL05]; die optimale Lösung hierfür ist das *Wienersche Interpolationsfilter*.

An den Pilot-Stützstellen kann die Kanalübertragungsfunktion durch Division durch die bekannten Pilotdaten geschätzt werden:

$$\tilde{H}(n_{Pi}, i_{Pi}) = \frac{x_{n_{Pi}}(i_{Pi})}{d_{n_{Pi}}(i_{Pi})}. \tag{16.3.12}$$

Hieraus sind nun an beliebigen Zwischenpositionen n, i im Frequenz-Zeitraster Schätzwerte für die Kanalübertragungsfunktion $\hat{H}(n, i)$ durch Interpolation zu ermitteln. Die Stützwerte $\tilde{H}(n_{Pi}, i_{Pi})$ stellen also die Eingangsgrößen, die interpolierten Werte $\hat{H}(n, i)$ die Ausgangswerte eines zweidimensionalen Interpolationsfilters dar. Zur Ausführung der Filterung wird um den aktuellen Frequenz-Zeit-Punkt n, i herum eine Menge \mathcal{P} benachbarter Pilotpositionen

$$\{n', i'\} \in \mathcal{P}(n, i);$$

ausgewählt. **Bild 16.3.7** verdeutlicht dies exemplarisch: Der graue Punkt zeigt die Position der zu berechnenden Subträger-Übertragungsfunktion $\hat{H}(n, i)$ an, während die schwarzen Rasterpunkte die Pilotträger an den Stellen n', i' andeuten. Zur Interpolation werden die im hellen Feld liegenden Piloten herangezogen; die angesetzte Ordnung des Interpolationsfilters bestimmt die Ausdehnung dieses Gebietes.

Die zweidimensionale Interpolation wird durch

$$\hat{H}(n, i) = \sum_{\{n', i'\} \in \mathcal{P}(n, i)} b(n - n', i - i') \cdot \tilde{H}(n', i') \tag{16.3.13}$$

beschrieben, wobei $b(n, i)$ die Interpolationskoeffizienten bezeichnet. Gleichung (16.3.13) kann als Skalarprodukt formuliert werden, indem man die zweidimensionalen Folgen jeweils zu Vektoren zusammenfasst:

$$\tilde{H}(n', i') \Rightarrow \tilde{\mathbf{H}}; \quad b(n - n', i - i') \Rightarrow \mathbf{b}.$$

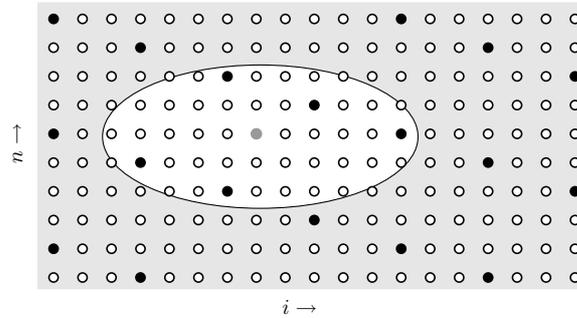


Bild 16.3.7: Veranschaulichung der zweidimensionalen Interpolation

Dabei spielt die Reihenfolge der Element-Anordnung keine Rolle, da sich bei beliebiger Festlegung von $\tilde{\mathbf{H}}$ nach der Lösung des Wienerproblems automatisch die korrekte Zuordnung der Elemente von \mathbf{b} ergibt. Für (16.3.13) schreibt man damit

$$\hat{H}(n, i) = \mathbf{b}^T \tilde{\mathbf{H}} \quad \text{bzw.} \quad \hat{H}^*(n, i) = \tilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{b}^*. \quad (16.3.14)$$

Der Wiener-Ansatz zur Lösung des Interpolationsproblems lautet (vgl. auch Abschnitt 1.6.4, Seite 47ff)

$$\mathbf{b}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{b}} \{E\{|H(n, i) - \hat{H}(n, i)|^2\}\}. \quad (16.3.15)$$

Die Lösung kann wie zum Beispiel in Abschnitt 1.6.4 durch quadratische Ergänzung oder auch durch Nullsetzen der Ableitung nach \mathbf{b}^T erfolgen; hier wird von der zweiten Möglichkeit Gebrauch gemacht. Im Sinne der *Wirtinger-Ableitung* gilt (siehe Seite 162)

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial \mathbf{b}^T} = \frac{\partial \mathbf{b}^T \tilde{\mathbf{H}}}{\partial \mathbf{b}^T} = \tilde{\mathbf{H}} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \hat{H}^*}{\partial \mathbf{b}^T} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{b}^*}{\partial \mathbf{b}^T} = \mathbf{0},$$

so dass man

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{b}^T} E\{|H(n, i) - \hat{H}(n, i)|^2\} &= E\left\{\frac{\partial}{\partial \mathbf{b}^T} [H(n, i) - \hat{H}(n, i)] [H^*(n, i) - \hat{H}^*(n, i)]\right\} \\ &= -E\{\tilde{\mathbf{H}} [H^*(n, i) - \hat{H}^*(n, i)]\} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (16.3.16a)$$

erhält. Daraus folgt nach Konjugation und Einsetzen von $\hat{H}(n, i)$ gemäß (16.3.14)

$$\underbrace{E\{\tilde{\mathbf{H}}^* H(n, i)\}}_{\triangleq \mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{H}}H}} = E\{\underbrace{\tilde{\mathbf{H}}^* \tilde{\mathbf{H}}^T}_{\triangleq \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{H}}}}\} \mathbf{b}; \quad (16.3.16b)$$

$\mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{H}}H}$ bezeichnet hier den Vektor der Kreuzkorrelierten zwischen den nach (16.3.12) geschätzten Pilot-Stützwerten und der wahren Kanalübertragungsfunktion, $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{H}}}$ ist die Autokorrelationsmatrix der Pilot-Stützwerte. Die Vorschrift (16.3.12) beinhaltet einen erwartungstreuen Schätzer, so dass gilt

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \tilde{\mathbf{n}}; \quad (16.3.17a)$$

$\tilde{\mathbf{n}}$ bezeichnet hier den Vektor des durch die Pilotdaten dividierten weißen Kanalrauschens mit der Leistung σ_N^2 – im Falle von PSK gilt $\sigma_N^2 = \sigma_{\tilde{N}}^2$. Ist das Kanalrauschen nicht mit der Kanalübertragungsfunktion korreliert, so erhält man wegen $\mathbf{r}_{\tilde{N}H} = \mathbf{0}$ für den Kreuzkorrelationsvektor und die Autokorrelationsmatrix

$$\mathbf{r}_{\tilde{H}H} = \mathbf{r}_{HH} \quad \text{und} \quad \mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}} = \mathbf{R}_{HH} + \sigma_N^2 \mathbf{I}. \quad (16.3.17b)$$

Aus (16.3.16b) folgt schließlich die Wiener-Lösung für den gesuchten Koeffizientenvektor zur Interpolation.

$$\mathbf{b}_{\text{opt}} = (\mathbf{R}_{HH} + \sigma_N^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{r}_{HH} \quad (16.3.18)$$

Sie hängt also ausschließlich von den Autokorrelationskoeffizienten der Kanalübertragungsfunktion in Zeit- und Frequenzrichtung ab. Im Allgemeinen ist die Autokorrelationsfolge bezüglich Zeit- und Frequenzabhängigkeit separierbar, so dass also gilt

$$r_{HH}(n - n', i - i') = r_{HH}^{(\Delta f)}(n - n') \cdot r_{HH}^{(\Delta t)}(i - i'). \quad (16.3.19a)$$

In [HKR97] werden unter Zugrundelegung des zeit- und frequenzdiskreten Kanalmodells (2.5.33), Seite 95, geschlossene Ausdrücke für die Korrelationsfolgen hergeleitet. Für ein gleichverteiltes Verzögerungs-Leistungsdichtespektrum und ein Jakes-Dopplerspektrum gemäß (2.5.27), Seite 91, ergibt sich

$$r_{HH}^{(\Delta f)}(n - n') = \text{si}(2\pi\tau_{\text{max}}\Delta f(n - n')) \quad (16.3.19b)$$

$$r_{HH}^{(\Delta t)}(i - i') = J_0(2\pi f_{\text{Dmax}}T(i - i')), \quad (16.3.19c)$$

wobei $J_0(\cdot)$ die Besselfunktion erster Art, nullter Ordnung bezeichnet.

Der dargestellte Schätzalgorithmus wird in [SL05] unter den Randbedingungen des digitalen Fernsehsystems DVB-T eingehend analysiert. Nachzutragen bleibt noch, dass das zweidimensionale Interpolationsschema auch in ein suboptimales eindimensionales Verfahren überführt werden kann, indem die Interpolationen in Frequenz- und in Zeitrichtung nacheinander durchgeführt werden [Hoe91, HKR97]. Nimmt man z.B. zuerst eine Interpolation in Frequenzrichtung vor, so gewinnt man neue Stützwerte, die im zweiten Schritt als Pseudo-Piloten für die Zeitbereichs-Interpolation genutzt werden können. Die mit dieser zweistufigen Interpolation verbundene Degradation ist äußerst gering.

*** Ende der revidierten Fassung ***

16.4 Übergang auf den analogen Kanal

16.4.1 Spektralformung des Sendesignals

Die OFDM-Sendestruktur nach Bild 16.1.5 basiert auf der Diskreten Fouriertransformation; wird eine kritische Abtastung wie in (16.1.5) vorgenommen, so ist für die analoge Übertragung das in Bild 16.1.4 dunkelgrau hinterlegte Spektrum zu generieren –